

1Mr

Statistique

Sarah Delmonico

Cédric Delmonico

Gymnases du Bugnon et d'Yverdon

2022-2023

Table des matières

1 Exercices	2
1.1 Statistiques descriptives	2
2 Solutions	19
2.1 Solutions - Statistiques descriptives	19

1 Exercices

1.1 Statistiques descriptives

Vocabulaire

Exercice 1.1 Compléter les phrases ci-dessous :

- a) L'ensemble sur lequel porte une étude statistique s'appelle
- b) Un élément de cet ensemble est
- c) L'étude statistique rend compte d'un aspect des individus de la population appelé
- d) Si l'on peut mesurer cet aspect, la variable est de nature (prix, tailles, notes...)
- e) Elle prend différentes valeurs. Si les valeurs sont isolées, on dit que la variable est
- f) Si les valeurs appartiennent à un intervalle de $\mathbb{R}$, on dit que la variable est
- g) Si l'aspect ne se traduit pas par des nombres, la variable est (exemple : couleurs, lieux, opinions...). Elle prend différentes
- h) Un groupe de n individus pris dans la population est

Exemples :

On étudie le prix d'un produit dans différents points de vente.

- i) La population est
- j) La variable est , il s'agit d'une variable
On étudie la couleur des voitures vendues par un garage.

- k) La population est
- l) La variable est , il s'agit d'une variable
On étudie la taille des élèves d'une classe du gymnase.

- m) La population est
- n) La variable est , il s'agit d'une variable
Un sondage d'opinion de collégiens sur leurs professeurs est réalisé par téléphone sur un échantillon représentatif de 405 élèves.
- o) La population est
- p) La variable est , il s'agit d'une variable

Étude d'une variable qualitative

Exercice 1.2 On a demandé aux enfants de trois classes de troisième primaire quel était leur sport d'hiver préféré. On a obtenu les données brutes suivantes :

Hockey	Glissade	Hockey	Hockey	Hockey
Hockey	Ski	Hockey	Ski	Raquette
Patinage	Ski	Ski	Hockey	Ski
Ski	Hockey	Ski	Raquette	Ski
Patinage	Ski	Hockey	Raquette	Raquette
Ski	Glissade	Hockey	Glissade	Glissade
Hockey	Glissade	Hockey	Hockey	Hockey
Ski de fond	Hockey	Patinage	Patinage	Hockey
Ski	Hockey	Ski	Raquette	Patinage
Hockey	Glissade	Ski	Ski	Ski de fond
Hockey	Patinage	Ski	Patinage	Hockey
Hockey	Patinage	Ski	Patinage	Raquette

- Identifier la population
- Identifier la variable statistique.
- Donner l'ensemble des modalités.

Effectifs et fréquences

Exercice 1.3 Compléter les phrases ci-dessous :

- Le nombre d'individus pour lesquels la variable prend une modalité donnée est de cette modalité.
- La somme des effectifs de toutes les modalités est C'est le nombre d'individus de la population.
- La d'une modalité est le quotient

Exercice 1.4 On a relevé le prix d'un produit dans plusieurs points de vente :

35 37 40 35 36 36 39 36 35 37 37 38 36 35 40 37 36 36 38 39 35 36 37 38 36

Résumer l'étude statistique en complétant le tableau ci-dessous :

Prix constater en Frs	35	36	37	38	39	40	Total
Nb de points de vente							
Fréquence							
Fréquence en %							

Exercice 1.5 Reprendre la série statistique de l'exercice 1.2.

- Déterminer le tableau de distribution des effectifs et des fréquences.
- Représenter les données par un diagramme en colonnes et un diagramme en secteurs.

Exercice 1.6 On a demandé aux employés d'une entreprise pour quel parti politique ils avaient voté lors des dernières élections. Voici les données brutes obtenues :

PS	PLR	PS	Centre	PS	UDC
PS	UDC	PLR	PS	Vert-e-s	Centre
UDC	PLR	Vert-e-s	UDC	UDC	UDC
PLR	PS	PLR	Centre	PLR	Centre
UDC	Centre	PS	UDC	UDC	UDC

- Identifier la population ainsi que la variable statistique (v.s.).
- Donner l'ensemble des modalités.
- De quel type est cette variable statistique ?
- Établir le tableau des distributions des effectifs et des fréquences.
- Représenter les données par diagrammes en bâtons puis un diagramme en secteurs.

Exercice 1.7 Un professeur de l'Uni a noté le nombre de points obtenus par 80 étudiants lors d'un test de statistiques.

2	3	5	5	4	6	6	5	4	3
7	7	7	6	2	7	7	9	8	10
5	6	6	8	6	6	3	7	3	5
9	7	6	4	7	5	9	9	6	9
6	3	9	8	8	7	5	6	10	6
9	7	7	7	4	7	10	8	7	10
3	5	8	5	8	7	4	8	10	7
4	6	6	8	7	7	7	8	8	9

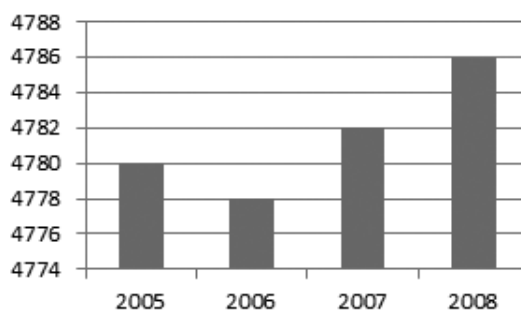
- Identifier la population ainsi que la variable statistique (v.s.).
- Donner l'ensemble des modalités.
- De quel type est cette variable statistique ?
- Établir le tableau des distributions des effectifs et des fréquences.
- Représenter les effectifs par un diagramme en bâtons puis un diagramme en secteurs.
- Représenter les fréquences par un diagramme en bâtons. Puis, comparer avec le diagramme des effectifs.

Exercice 1.8 Le tableau ci-après représente la répartition de l'état civil de 100 personnes interrogées au hasard.

État civil	effectif
Marié(e)	44
Divorcé(e)	32
Célibataire	19
Veuf(ve)	4
Religieux(se)	1

- a) Quelle est la part de gens mariés sur la population concernée ?
- b) Quel est le taux de divorce ?

Exercice 1.9 Le graphique suivant représente le nombre d'infractions déclarées à Joliville entre 2005 et 2008.



Laquelle de ces propositions est correcte ?

- a) 2006 est l'année qui a connu le moins d'infractions.
- b) Les infractions ont explosé entre 2006 et 2008.

Exercice 1.10 Une compagnie automobile a enregistré le prix des voitures vendues durant l'année dernière. Voici les données rangées :

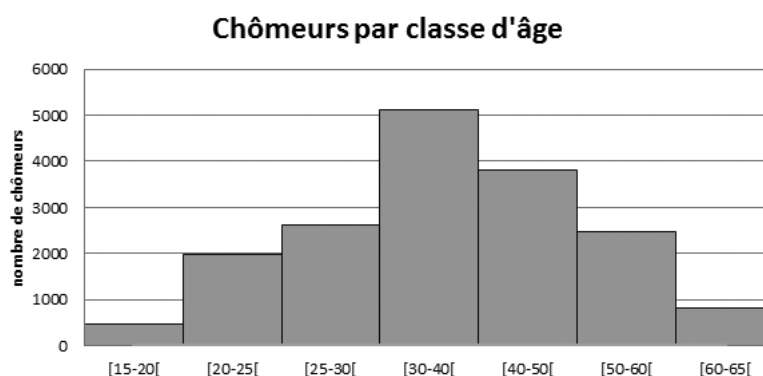
10520	20420	24150	26390	27880	32110	34620	38350
14310	20630	24420	26510	28000	32430	35270	39240
16020	21110	24530	26520	29080	32480	35890	39810
16670	21350	24910	26710	29160	32610	36100	40700
17220	21790	25080	27400	29770	33720	36440	41660
18450	22500	25160	27550	30330	33740	36540	41720
19160	22630	25900	27630	30410	33740	36660	42600
19320	22910	26220	27660	30720	34220	37390	44310
19470	23400	26250	27790	31650	34570	37650	46270
19710	23820	26340	27840	31820	34620	38200	48340

- Identifier la population.
- Identifier la variable statistique.
- Cette variable statistique est-elle discrète ou continue ?
- Regrouper les données en 8 classes de largeur 5'000 avec valeur minimale égale à 10'000, puis établir le tableau des distributions des effectifs et des fréquences.
- Représenter les données par un histogramme et le polygone des fréquences.

Exercice 1.11 Le tableau récapitulatif suivant donne la statistique trimestrielle par classe d'âge des chômeurs inscrits dans un office du travail dans le canton de Vaud en juin 2009 :

classe d'âge	effectif	fréquence [%]
[15 ; 20[	472	2,73
[20 ; 25[	1'990	11,51
[25 ; 30[	2'621	15,16
[30 ; 40[	5'110	29,56
[40 ; 50[	3'798	21,97
[50 ; 60[	2'476	14,32
[60 ; 65[	821	4,75
Totaux	17'288	100

- En quoi l'histogramme suivant est-il trompeur ?



- Proposer un nouvel histogramme corrigeant cet effet visuel trompeur.

Exercice 1.12 En recevant les élèves qui désirent faire partie d'une équipe de foot du gymnase, l'entraîneur a pris note du poids de ces 60 joueurs :

72,6	81,9	84,7	88,1	89,4	91,6	93,7	95,8	99,1	103,2
75,8	82,6	85,4	88,1	90,2	92,4	93,9	96,6	99,4	103,9
77,5	82,9	86,2	88,3	90,9	92,5	94,4	97,1	99,8	104,0
78,3	83,0	86,9	88,7	91,1	92,8	94,7	97,2	100,4	105,2
79,6	83,5	87,3	89,0	91,2	93,0	94,8	97,5	101,7	106,1
81,5	84,1	87,8	89,1	91,3	93,3	95,2	98,3	102,1	118,7

- Identifier la population.
- Identifier la variable statistique.
- Cette variable statistique est-elle discrète ou continue ?
- En utilisant des classes de largeur 5, construire le tableau des distributions des effectifs et des fréquences (valeur minimale : 70). Vous admettrez une classe plus large à l'extrémité (classe]105 ; 120[).
- Représenter les données par un histogramme et le polygone des fréquences.

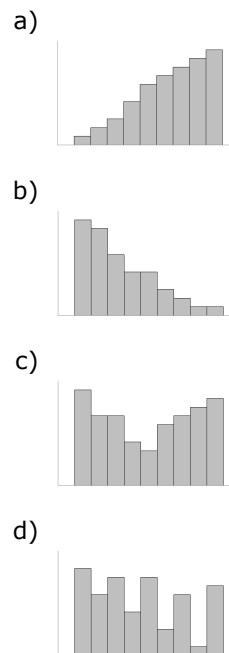
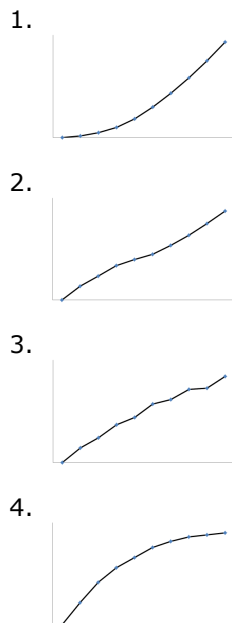
Exercice 1.13 On donne, dans le tableau suivant, la répartition des exploitations viticoles d'un canton suisse en fonction de la superficie (en ha) :

superficie en ha	effectif
De 0 à moins de 5	19
De 5 à moins de 10	14
De 10 à moins de 15	29
De 15 à moins de 20	18
De 20 à moins de 25	27
De 25 à moins de 30	20
De 30 et plus	23

- De quel type de variable statistique s'agit-il ?
- Quelle est la population ?
- Indiquer une modalité.
- Évaluer le pourcentage des exploitations de moins de 10 ha.
- Évaluer le pourcentage des exploitations de plus de 15 ha.

Fréquences cumulées**Exercice 1.14** Reprendre l'exercice 1.10.

- a) Compléter le tableau de distribution des fréquences en ajoutant les colonnes des fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
- b) Représenter les courbes des fréquences cumulées croissantes et décroissantes.

Exercice 1.15 Associer les histogrammes suivants à leur courbe de fréquences cumulées.**Exercice 1.16** Un échantillon de 200 sportifs est à la base du tableau statistiques suivant. À compléter.

Taille(cm)	effectifs	fréq.cum.croiss.[%]
[150;160[		0,2
[160;170[	60	
[170;180[		0,6
[180;190[	30	
[190;200[		

Exercice 1.17 Reprendre l'exercice 1.12.

- Compléter le tableau de distribution des fréquences en ajoutant les colonnes des fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
- Représenter les courbes des fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
- Trouver la proportion de joueurs ayant un poids de plus de 100 kg.
- Trouver la proportion de joueurs ayant un poids situé entre 80 kg et 95 kg.
- L'instructeur de l'équipe trouve ses joueurs trop légers. Il demande à chacun d'augmenter son poids de 10%. Exprimer le nouveau poids du joueur en fonction de son poids initial.

Exercice 1.18 La gendarmerie de Fribourg a relevé sur l'autoroute les vitesses de 50 véhicules un samedi soir.

123	102	145	172	126	97	135	120	141	150
162	128	113	135	147	145	107	172	136	156
129	122	130	178	112	138	144	123	108	126
119	136	132	147	158	167	117	134	143	152
127	104	158	134	155	136	149	123	113	131

- Donner la population et la variable statistique.
- Mettre les informations sous forme de tableau en faisant 5 classes de longueur $L = 20$, avec comme valeur minimale $b_0 = 80$.
- Calculer les fréquences, les fréquences cumulées croissantes et décroissantes.
- Construire l'histogramme des fréquences, ainsi que le polygone des fréquences.
- Construire les courbes de deux fréquences cumulées.
- Sachant que la vitesse maximum est de 120 km/h sur l'autoroute, quel est le pourcentage de véhicule se trouvant strictement en-dessous de cette vitesse ?
- Sachant que si on dépasse de 40 km/h la vitesse autorisée, le retrait de permis est automatique. Quel pourcentage d'automobiliste risque de se faire retirer leur permis ?

Exercice 1.19 On a mesuré le nombre de jours d'absence de 20 employés au cours d'une année. Des observations brutes figurent dans le tableau ci-dessous :

2	0	0	3	2	6	4	10	1	5
0	4	2	0	4	0	3	1	1	2

- De quel type de variable statistique s'agit-il ?
- Construire le tableau des effectifs cumulés croissants.
- Indiquer le nombre d'employés ayant eu moins de 5 jours d'absence.

Mesures de tendance centrale**Exercice 1.20** Compléter les phrases ci-dessous :

- a) On appelle mode d'une série statistique, noté
.....
- b) Le mode de la série de l'exercice 1.4 est :
- c) La médiane de la série 4 4 5 7 9 15 17 est :
- d) La médiane de la série 5 8 8 9 14 15 est :
- e) Écrire la série de l'exercice 1.4 par ordre croissant :
.....
- f) Pour la série de l'exercice 1.4 : l'effectif total est :
La médiane est donc la valeur et vaut
- g) La moyenne de la série de l'exercice 1.4 est :
- 1) avec les effectifs : $\bar{x} = \frac{\quad}{\quad} = \dots\dots\dots$
- 2) avec les fréquences : $\bar{x} = \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Exercice 1.21 Calculer le mode, la médiane et la moyenne de la variable statistique :

Modalité	10	11	12	13	14	15	16	17
Effectif	2	3	7	9	14	8	3	1

Exercice 1.22 Déterminer la classe modale, la médiane et la moyenne de la variable statistique :

Classe	[0;2[	[2;4[	[4;6[	[6;8[	[8;10[	[10;12[
Effectif	3	8	15	14	6	2

Exercice 1.23 On a mesuré la taille des 50 professeurs du collège NOB :

Taille en cm	[130;140[	[140;150[	[150;160[	[160;170[	[170;180[	[180;190[	[190;200[
Nombre de professeurs	2	4	7	8	15	10	4

Déterminer la classe modale, la médiane et la moyenne.

Exercice 1.24 En faisant une enquête auprès des 40 élèves de la classe du professeur MAT on leur a demandé trois choses :

- X le nombre d'enfants dans leur famille
 Y leur âge
 W leur revenu au cours de l'été dernier

On a condensé les réponses dans les tableaux ci-dessous :

Nb. enfants	Nb. élèves
1	12
2	10
3	8
4	4
5	3
6	1
7	1
8	1

Âge	Nb. élèves
[17;18[	6
[18;19[	14
[19;20[	12
[20;21[	5
[21;22[	2
[22;23[	1

Revenu	Nb.élèves
[0;400[	10
[400;800[	5
[800;1200[	4
[1200;1600[	6
[1600;2000[	5
[2000;2400[	2
[2400;3600[	8

Calculer le mode ou la classe modale, la médiane et la moyenne de ces trois variables statistiques.

Exercice 1.25 Pourquoi ne peut-on pas parler de mesure de tendance centrale d'une variable statistique qualitative ?

Exercice 1.26 Comment peut-on déterminer graphiquement la médiane ?

Exercice 1.27 Voici un bilan du nombre de kilomètres parcourus par les voitures de la compagnie de taxis AXIT au cours de l'année dernière :

Nombre de kilomètres parcourus	Nombre de voitures
[20'000;25'000[	4
[25'000;30'000[	6
[30'000;35'000[	11
[35'000;40'000[	15
[40'000;45'000[	20
[45'000;50'000[	14
[50'000;60'000[	6
[60'000;80'000[	4

Calculer le mode ou la classe modale, la médiane et la moyenne de cette variable statistique.

Exercice 1.28 La variable statistique X représente la longueur en centimètres des cannes des joueurs de la ligue de hockey BUTE :

Longueur des cannes en cm	Nombre de cannes
[120;130[	6
[130;140[	21
[140;150[	45
[150;160[	55
[160;170[	26
[170;180[	7

- Construire le tableau de distribution des fréquences et des fréquences cumulées croissantes.
- Calculer Q_3 .
- Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.
- Situer Q_3 .

Exercice 1.29 Dans un groupe de 40 étudiants, on a fait une étude sur le nombre d'heures de classe de chacun, la journée de mardi :

4	5	6	3	4	2	2	6	7	4
6	7	4	4	1	3	3	5	1	6
5	5	5	5	5	5	6	3	4	2
3	5	8	4	4	3	4	3	6	5

- Construire le tableau complet de distribution des fréquences.
- Calculer le mode ou la classe modale, la médiane et la moyenne.
- Calculer Q_3 .

Exercice 1.30 Le bar ASOUS a fait une étude sur l'âge de ses clients lors d'une soirée spéciale de fin d'été. On a donc demandé ce soir-là l'âge des 50 clients :

21	22	25	28	31	32	35	39	46	54
21	23	25	29	31	32	36	41	48	56
22	24	26	29	31	33	37	42	48	57
22	24	26	30	31	33	39	44	49	57
22	24	27	30	31	33	39	44	52	58

- En regroupant en classes de largeurs égales, construire le tableau de distribution des fréquences.
- Déterminer les mesures de tendance centrale (mode ou classe modale, médiane et moyenne).
- Calculer Q_1 .
- Tracer la courbe des fréquences cumulées croissantes.
- Refaire la question c) à l'aide de la courbe des fréquences cumulées croissantes.

Indicateurs de dispersion

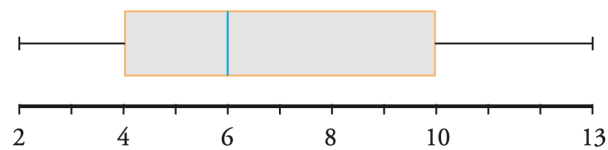
Exercice 1.31 Reprendre les données des exercices 10 et 14 et calculer :

- a) l'étendue ;
- b) la médiane ;
- c) la moyenne ;
- d) l'écart interquartile.

Exercice 1.32 Reprendre les données des exercices 12 et 17 et calculer :

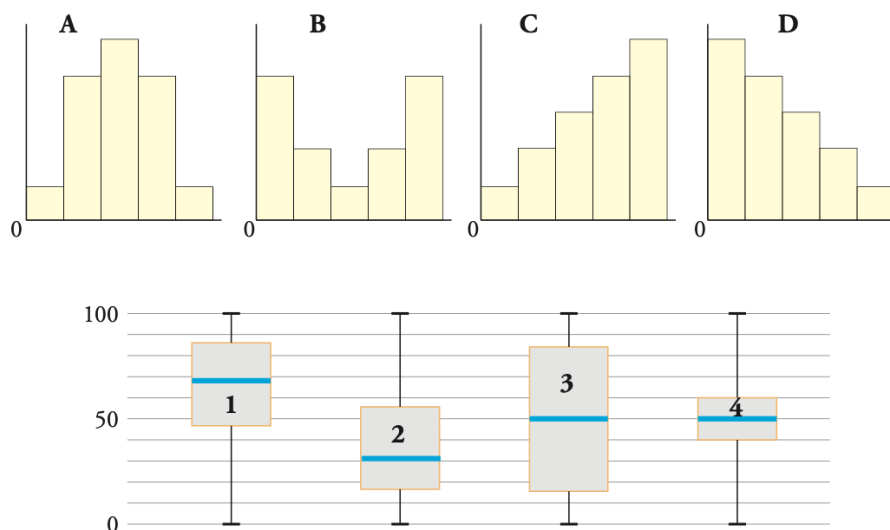
- a) l'étendue ;
- b) la médiane ;
- c) la moyenne ;
- d) l'écart interquartile.

Exercice 1.33 Dans une entreprise, on interroge un certain nombre d'employés pour savoir combien de mails ils ont envoyés dans une journée. Les résultats sont synthétisés par le diagramme ci-après :



- a) Calculer la médiane, Q_1 , Q_3 et l'écart interquartile.
- b) Les employés interrogés ont envoyé entreet mails.
- c) La moitié des employés interrogés ont envoyé plus de mails.
- d)% des employés interrogés ont envoyé entre 4 et 10 mails.

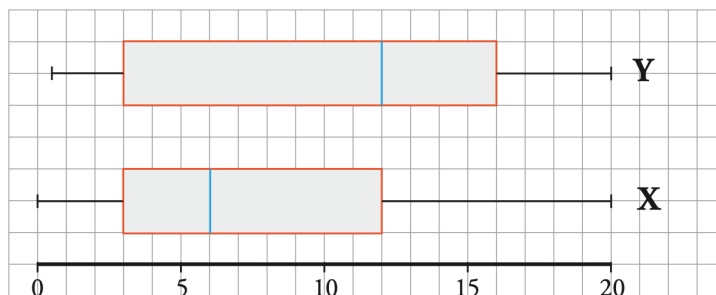
Exercice 1.34 Associer ces quatre histogrammes aux quatre boîtes à moustaches ci-après :



Exercice 1.35 Dessiner la boîte à moustache de la série statistique des exercices 10, 14 et 31.

Exercice 1.36 Dessiner la boîte à moustache de la série statistique des exercices 12, 17 et 32.

Exercice 1.37 Dans deux villes X et Y , on a sélectionné un échantillon de 1000 personnes à qui on a demandé combien de cigarettes ils fumaient par jour. Les résultats ont été présentés sous la forme d'une boîte à moustaches ci-après :



- Quelle est la valeur de la médiane, Q_1 et Q_3 pour les deux villes ?
- Quelle est la ville la plus consommatrice de cigarettes ?
- Peut-on affirmer qu'un quart de la population de la ville X fume plus de 3 cigarettes par jour ?
- Peut-on affirmer que la moitié des habitants de la ville Y fume moins de 11 cigarettes par jour ?

Exercice 1.38 Les données suivantes représentent les valeurs d'un indicateur statistique calculé chaque année pour deux pays de l'UE. Cet indicateur mesure l'émission totale de gaz à effet de serre. (Données : INSEE).

Année	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
Espagne	110,0	107,7	114,8	118,5	128,2	133,1	133,2	139,1	141,6	147,0
France	98,5	101,3	100,1	102,5	99,6	98,7	99,0	97,4	97,9	97,9

- a) Calculer la médiane et les quartiles Q_1 et Q_3 pour les deux pays.
- b) Tracer les boîtes à moustaches pour l'Espagne et la France et comparez-les.

Exercice 1.39 À un test de mathématique, noté sur 10 points, les élèves de 2 classes ont obtenu les notes suivantes :

Classe A : 4 5 3 4 5 4 3 4 6 7 7 6 3 6 4 5 8 7 6 5 4 9 3 5 6 4 1 5 4 7 5

Classe B : 2 4 3 2 5 6 5 1 3 8 3 6 8 7 2 3 7 10 5 7 7 2 10 0 1 0 4 7 8 9 10

- a) Compléter les colonnes n_i et f_i des tableaux ci-dessous :

Classe A				
x_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
TOTAUX				

Classe B				
x_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0				
1				
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
TOTAUX				

- b) Représenter pour chaque classe la série de notes par un diagramme en bâtons.
- c) Calculer la moyenne de chacune des classes.
- d) Compléter pour chacune des classes les colonnes $f_i x_i$ et $f_i x_i^2$ des tableaux ci-dessus et calculer la variance et l'écart-type de chacune des séries.
- e) À partir des résultats précédents, faire une comparaison des deux classes.
- f) Pour chacune des classes, donner la note du 16^e élève.

Exercice 1.40 Calculer la variance et l'écart-type des séries statistiques suivantes.

a)

Modalité	Effectif
25	4
30	8
35	11
38	15
41	18
52	12
55	7
60	5

b)

Classe	Effectif
[6; 10[	2
[10; 14[	9
[14; 18[	16
[18; 22[	15
[22; 26[	7
[26; 30[	1

Exercice 1.41 En faisant une enquête auprès de 40 élèves, on leur a demandé le nombre d'enfants dans leur famille. Les résultats sont synthétisés dans le tableau ci-dessous :

Nombre d'enfants	Nombre d'élèves
1	12
2	10
3	8
4	4
5	3
6	1
7	1
8	1

- a) Déterminer la moyenne, la médiane et le mode de la variable statistique.
- b) Déterminer la variance et l'écart-type de la variable statistique.

Exercice 1.42 Calculer la variance et l'écart-type de la série statistique des exercices 10, 14 et 31.

Exercice 1.43 Calculer la variance et l'écart-type de la série statistique des exercices 12, 17 et 32.

Exercice 1.44 La maison de jeu PROBA a demandé à son croupier de noter pendant 60 jours consécutifs combien de fois par jour on obtient le 00 au jeu de la roulette. Le croupier a présenté les données suivantes :

Nombre de 00 par jour	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Nombre de jours	1	3	6	9	14	11	7	6	2	1

- a) Calculer les mesures de tendance centrale.
- b) Calculer la variance et l'écart-type.

Exercice 1.45 Pour étudier l'effet de la caféine sur la fréquence cardiaque, on réalise l'expérience suivante :

Douze sujets prennent une tasse de café décaféiné, puis, 24 heures plus tard, une tasse de café « normal », avec caféine. La fréquence cardiaque, en nombre de battements par minute, est mesurée à chaque fois deux heures après l'absorption du café.

Le tableau suivant indique les résultats obtenus :

Sujet n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Fréquence cardiaque sans caféine	82	96	88	62	66	74	64	76	80	72	91	68
Fréquence cardiaque avec caféine	80	90	92	64	72	76	74	84	90	92	89	84

On note x_i la fréquence cardiaque du sujet numéro i après absorption de café décaféiné et y_i après absorption de café normal. On pose $z_i = y_i - x_i$.

a) Calculer la moyenne $\bar{z}$, l'écart-type σ et la médiane M de la série statistique $z_1, \dots, z_{12}$.

b) On pose : $t = \frac{\bar{z} \cdot \sqrt{n}}{\sigma}$ où n désigne le nombre de sujets (ici $n = 12$).

Lorsque $t > 2,2$ les statisticiens médicaux considèrent que la caféine augmente de façon significative la fréquence cardiaque deux heures après son absorption. Calculer t et conclure.

c) La variable statistique z_i est-elle plurimodale ?

Exercice 1.46 On donne la moyenne $\bar{x}$ et l'écart-type σ de la variable statistique de l'exercice 1.45 :

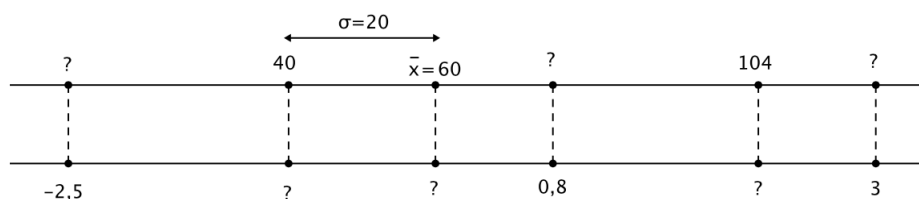
$$\bar{x} = 146,85$$

$$\sigma = 12,879$$

a) Calculer la cote Z du huitième sapin.

b) Calculer la cote Z du trente-quatrième sapin.

Exercice 1.47 À l'aide de la représentation ci-dessous, déterminer les valeurs x et les cotes Z manquantes.



Exercice 1.48 Trois élèves se disputent le prix du meilleur financement de la semaine spéciale dans une école :

- Edgar a vendu 85 tablettes de chocolat, alors que la moyenne de vente est de 52 tablettes par élève avec un écart-type de 13 tablettes.
- Faustine a vendu 25 arrangement de fleurs, avec une moyenne de 12 arrangements et un écart-type de 6.
- Georges a vendu 75 abonnements au journal de l'école, avec une moyenne de 47 abonnements et un écart-type de 10.

Qui mérite le prix ?

Exercice 1.49 Voici les âges de 20 personnes qui se présentent au permis de conduire :

18	19	19	23	36	21	57	23	22	19
18	18	20	21	19	26	32	19	21	20

- Calculer la moyenne et la médiane de cette distribution. Quelle est la mesure de tendance centrale la plus appropriée ?
- Quel est le pourcentage de personnes de 25 ans au plus qui se présentent à l'examen ?
- Quelle est la cote Z du candidat le plus âgé ? Interpréter le résultat.
- Quel âge aurait un candidat avec une cote $Z = -1$? Est-ce possible ?

Exercice 1.50 Voici la durée d'hospitalisation en jours de 40 bébés nés à terme :

2	1	7	1	33	2	2	3	4	3
4	3	3	10	9	2	5	4	3	3
20	6	2	4	5	2	1	3	3	4
4	2	3	4	3	2	3	4	2	3

- Quelle est la cote Z du bébé qui est resté 20 jours à l'hôpital ?
- Calculer le pourcentage des bébés dont l'écart à la moyenne n'excède pas un écart-type. Quelle a été la durée de leur hospitalisation ?

2 Solutions

2.1 Solutions - Statistiques descriptives

1.1

- | | | |
|--------------------------|---|--------------------------------------|
| a) la population | g) qualitative / modalités | l) la couleur / qualitative |
| b) un individu | h) un échantillon | m) les élèves de la classe |
| c) caractère | i) le produit | n) la taille / quantitative continue |
| d) quantitative | j) le prix / quantitative discrète
(ou continue) | o) les collégiens |
| e) discrète | k) les voitures vendues | p) l'opinion / qualitative |
| f) quantitative continue | | |

1.2

- a) Enfants de classes de troisième primaire b) sport d'hiver préféré
- c) {Hockey ; Patinage ; Ski ; Ski de fond ; Glissade ; Raquette}

1.3

- a) l'effectif c) fréquence / $\frac{\text{effectif}}{\text{effectif population}}$
- b) l'effectif de la population

1.4

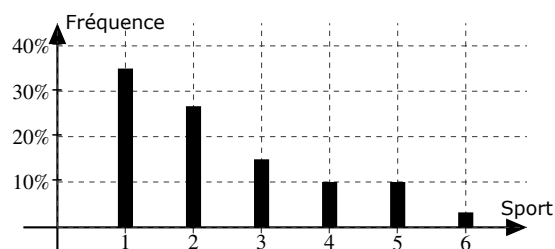
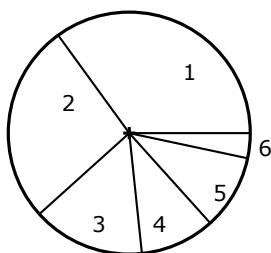
Prix constater en Frs	35	36	37	38	39	40	Total
Nb de points de vente	5	8	5	3	2	2	25
Fréquence	0,2	0,32	0,2	0,12	0,08	0,08	1
Fréquence en %	20	32	20	12	8	8	100

1.5

a) Répartition des élèves selon leur sport d'hiver préféré.

Sport	Effectif	Fréquence	Fréquence en %
1. Hockey	21	0,350	35,0
2. Ski	16	0,267	26,7
3. Patinage	9	0,150	15,0
4. Raquette	6	0,100	10,0
5. Glissade	6	0,100	10,0
6. Motoneige	2	0,033	3,3
Total	30	1,000	100,0

b)



a) Population : Employés de l'entreprise

Variable statistique : parti politique

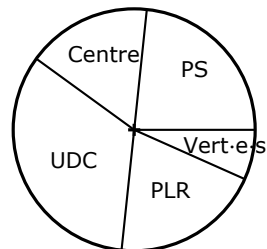
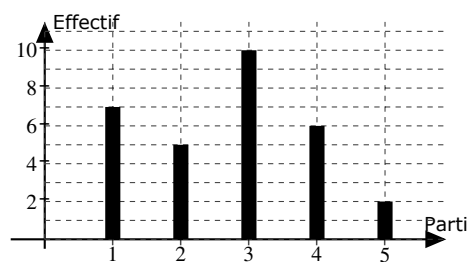
b) { PS, PLR, Centre, UDC, Vert-e-s }

c) Qualitative nominale

1.6

d) **Répartition des employés selon le parti politique.**

Parti	Effectif	Fréquence en %
1. PS	7	23,3
2. PLR	6	20
3. Centre	5	16,7
4. UDC	10	33,3
5. Vert-e-s	2	6,7
Total	30	100



a) Population : étudiants

Variable statistique : note obtenue au test de statistiques

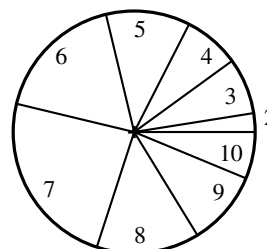
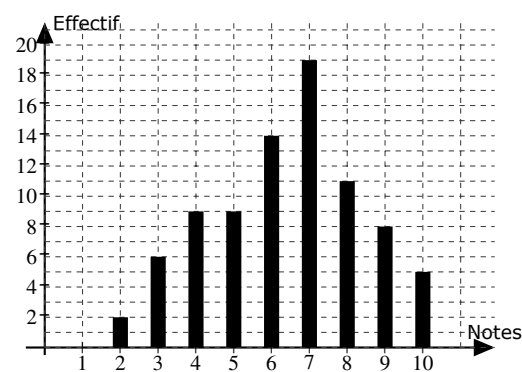
b) {2,3,4,5,6,7,8,9,10}

c) Quantitative discrète

1.7

d) **Répartition des étudiants selon la note de statistiques.**

Note	Effectif	Fréquence en %
2	2	2,5
3	6	7,5
4	6	7,5
5	9	11,3
6	14	17,5
7	19	23,8
8	11	13,8
9	8	10
10	5	6,3
Total	80	100



e) Les deux diagrammes sont identiques, seul l'échelle de l'axe vertical change.

1.8

a) 44%

b) 40%

1.9

a) Correcte

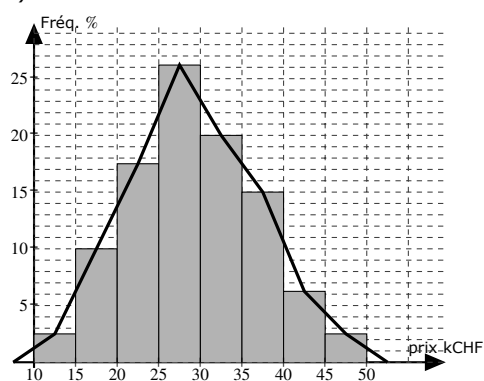
b) Fausse. La hausse n'est que de $\frac{8}{4778} = 0,17\%$

- a) Les voitures vendues pendant l'année.
 b) Le prix de vente des voitures.
 c) Continue
 d) **Répartition des voitures selon leur prix.**

1.10

$[b_{i-1}; b_i[$	c_i	n_i	f_i
$[10'000; 15'000[$	12'500	2	0,025
$[15'000; 20'000[$	17'500	8	0,100
$[20'000; 25'000[$	22'500	14	0,175
$[25'000; 30'000[$	27'500	21	0,2625
$[30'000; 35'000[$	32'500	16	0,200
$[35'000; 40'000[$	37'500	12	0,150
$[40'000; 45'000[$	42'500	5	0,0625
$[45'000; 50'000[$	47'500	2	0,025
Total		80	1,000

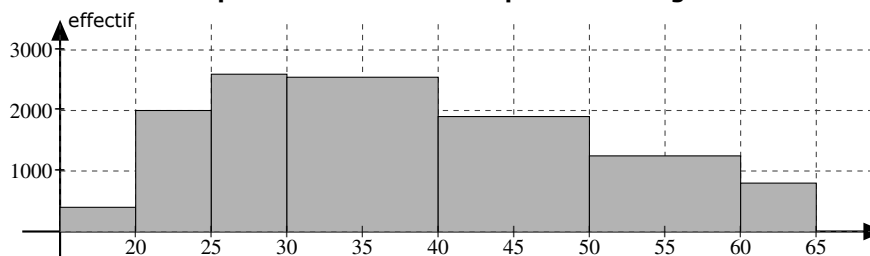
e)



- a) L'aire des colonnes n'est pas proportionnelle à l'effectif de chaque classe.
 b)

1.11

Répartition des chômeurs par classe d'âge.

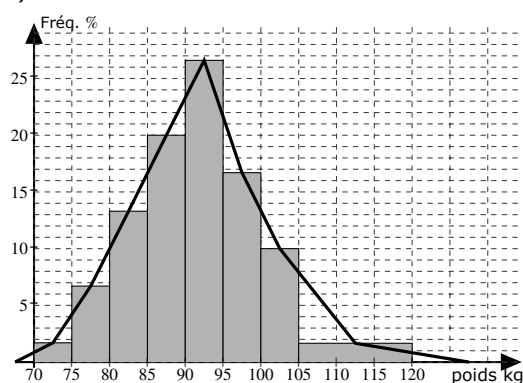


- a) Les étudiants qui désirent faire partie de l'équipe de football du gymnase.
 b) Le poids des étudiants qui désirent faire partie de l'équipe de football du gymnase.
 c) Continue.
 d) **Répartition des étudiants de l'équipe de foot selon leur poids.**

1.12

$[b_{i-1}; b_i[$	c_i	n_i	f_i
$[70; 75[$	72,5	1	0,017
$[75; 80[$	77,5	4	0,067
$[80; 85[$	82,5	8	0,133
$[85; 90[$	87,5	12	0,200
$[90; 95[$	92,5	16	0,266
$[95; 100[$	97,5	10	0,167
$[100; 105[$	102,5	6	0,100
$[105; 120[$	112,5	3	0,050
Total		60	1,000

e)



1.13

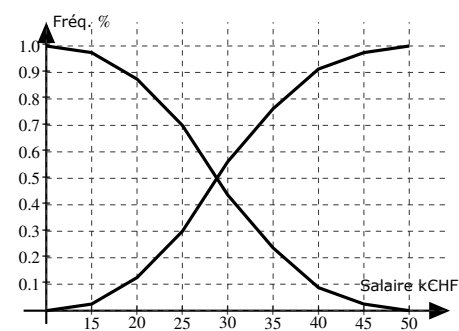
- a) Quantitative continue
 b) Les exploitations viticoles
 c) Un nombre positif
 d) 22%
 e) 58,67%

a) Répartition des voitures selon leur prix.

1.14

$[b_{i-1}; b_i[$	f_i	F_i	F'_i
$[10'000; 15'000[$	0,025	0,025	0,975
$[15'000; 20'000[$	0,100	0,125	0,875
$[20'000; 25'000[$	0,175	0,3	0,7
$[25'000; 30'000[$	0,2625	0,563	0,437
$[30'000; 35'000[$	0,200	0,763	0,237
$[35'000; 40'000[$	0,150	0,913	0,087
$[40'000; 45'000[$	0,0625	0,975	0,025
$[45'000; 50'000[$	0,025	1	0
Total	1		

b)



1.15

1. a

2. c

3. d

4. b

1.16

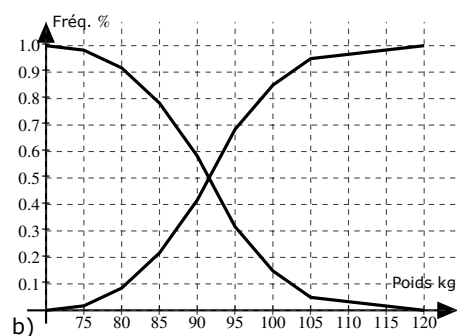
a)

Taille(cm)	effectifs	fréq.cum.croiss.[%]
$[150; 160[$	40	0,2
$[160; 170[$	60	0,5
$[170; 180[$	20	0,6
$[180; 190[$	30	0,75
$[190; 200[$	50	1

1.17

a)

$[b_{i-1}; b_i[$	f_i	F_i	F'_i
$[70; 75[$	0,017	0,017	0,983
$[75; 80[$	0,067	0,084	0,916
$[80; 85[$	0,133	0,217	0,783
$[85; 90[$	0,200	0,417	0,583
$[90; 95[$	0,266	0,684	0,316
$[95; 100[$	0,167	0,851	0,149
$[100; 105[$	0,100	0,951	0,049
$[105; 120[$	0,050	1	0



c) 14,9%

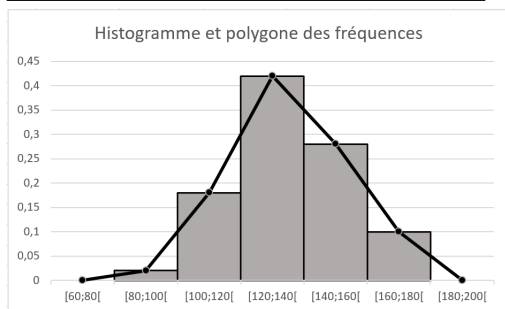
d) 60%

e) $P = 1,1 \cdot p$

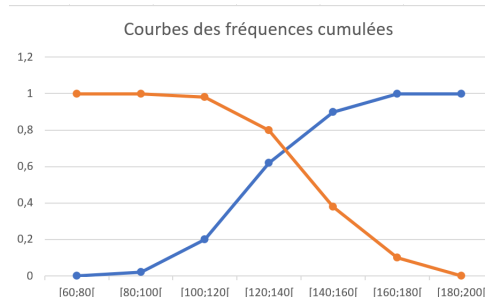
- a) La population est l'ensemble des 50 véhicules passant sur l'autoroute de Fribourg un samedi soir et la variable statistique, leur vitesse.

Classes	c_i	n_i	f_i	F_i	F'_i
[80;100[	90	1	0,02	0,02	1
[100;120[	110	9	0,18	0,20	0,98
[120;140[	130	21	0,42	0,62	0,80
[140;160[	150	14	0,28	0,90	0,38
[160;180[	170	5	0,1	1	0,1
Totaux		50	1		

1.18



d)



e)

f) 20%

g) 10%

- a) Quantitative discrète ou continue à vous de faire le choix suivants les questions posées.

1.19

b)

x_i	n_i	f_i	F_i
0	5	0.25	0.25
1	3	0.15	0.4
2	4	0.2	0.6
3	2	0.1	0.7
4	3	0.15	0.85
5	1	0.05	0.9
6	1	0.05	0.95
7	0	0	0.95
8	0	0	0.95
9	0	0	0.95
10	1	0.05	1
Totaux	20	1	

- c) 85% des employés ont moins de 5 jours d'absence.

- a) La modalité ou la classe qui a le plus grand effectif.
 b) $X_0 = 36$
 c) $M = 7$
 d) $M = 8,5$

1.20

$$g) \bar{x} = \frac{5 \cdot 35 + 8 \cdot 36 + 5 \cdot 37 + 3 \cdot 38 + 2 \cdot 39 + 2 \cdot 40}{25} = 0,2 \cdot 35 + 0,32 \cdot 36 + 0,2 \cdot 37 + 0,12 \cdot 38 + 0,08 \cdot 39 + 0,08 \cdot 40 = 36,8$$

- e) 35 35 35 35 35 36 36 36
 36 36 36 36 36 37 37 37
 37 37 38 38 38 39 39 40
 40
 f) $25 / 13^e / M = 36$

1.21 $X_0 = 14$ $M = 14$ $\bar{x} = 13,5$ 1.22 $X_0 = [4;6[$ $M = 5,73$ $\bar{x} = 5,75$ 1.23 $X_0 = [170;180[$ $M = 172,7$ $\bar{x} = 170,2$

$X :$	$X_0 = 1$	$M = 2$	$\bar{x} = 2,7$
1.24 $Y :$	$Y_0 = [18; 19[$	$M = 19$	$\bar{y} = 19,15$
$W :$	$W_0 = [0; 400[$	$M = 1'266,67$	$\bar{w} = 1'370$

1.25 Les modalités ne sont pas des nombres. Par exemple, comment pourrait-on donner un sens à la moyenne des partis politiques pour lesquels on a voté.

1.26 Il faut déterminer à partir de la courbe des fréquences relatives cumulées la valeur de la variable statistique qui correspond à une fréquence relative cumulée croissante de 0,5.

1.27 classe modale = $[40'000; 45'000[$ $M = 41'000$ $\bar{x} = 41'250$

1.28 a) Répartition des cannes des joueurs selon leur longueur en centimètres

$[b_{i-1}; b_i[$	n_i	f_i	F_i
[120; 130[	6	0,0375	0,0375
[130; 140[	21	0,013125	0,16875
[140; 150[	45	0,28125	0,45
[150; 160[	55	0,34375	0,79375
[160; 170[	26	0,16125	0,95625
[170; 180[	7	0,04375	1
Total	160	1,000	

b) $Q_3 = 158,72$

c) -

d) -

1.29 a) Répartition des étudiants selon le nombre d'heures de classe le mardi

x_i	n_i	f_i	F_i
1	2	0,05	0,05
2	3	0,075	0,125
3	7	0,175	0,3
4	9	0,225	0,525
5	10	0,25	0,775
6	6	0,1	0,925
7	2	0,25	0,975
8	1	0,1	1
Total	40	1,000	

b) $X_0 = 5$

$M = 4$

$\bar{x} = 4,325$

c) $Q_3 = 5$

1.30 a) Répartition des étudiants selon leur âge lors de cette soirée spéciale

$[b_{i-1}; b_i[$	n_i	f_i	F_i
[20; 25[	10	0,2	0,2
[25; 30[	8	0,16	0,36
[30; 35[	12	0,24	0,6
[35; 40[	6	0,12	0,72
[40; 45[	4	0,08	0,8
[45; 50[	4	0,08	0,88
[50; 55[	2	0,04	0,92
[55; 60[	4	0,08	1
Total	50	1,000	

b) classe modale = $[30; 35[$

$M = 32,92$

$\bar{x} = 35,1$

c) $Q_1 = 26,5625$

d) -

e) -

1.31 a) $E = 37'820$
b) $M = 27'860$

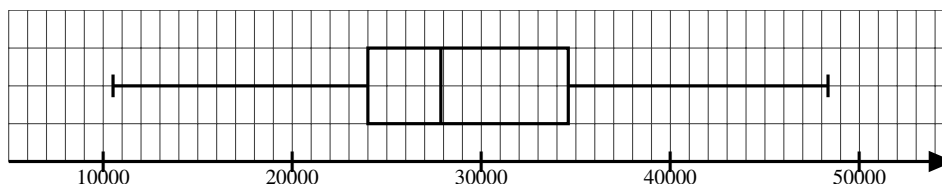
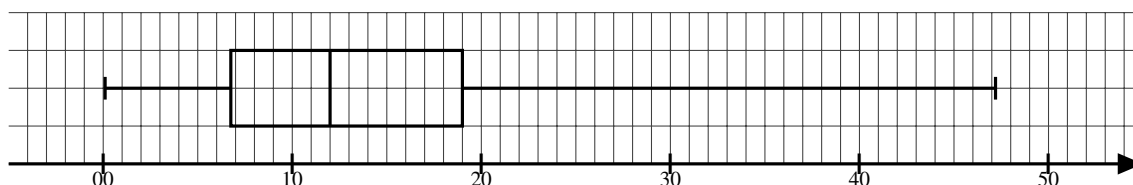
c) $\bar{x} = 29'187,5$

d) $Q_1 = 23'985$, $Q_3 = 34'620$,
 $I = 10'635$

- 1.32** a) $E = 46,1$ c) $\bar{x} = 91,66$ d) $Q_1 = 86,55, Q_3 = 97,15, I = 10,6$
 b) $M = 91,45$

- 1.33** a) $M = 6, Q_1 = 4, Q_3 = 10$ b) 2 et 13 d) 50%
 écart interquartile $I = 6$ c) 6

- 1.34** A : Valeurs concentrées au centre + symétriques $\Rightarrow 4$ C : Étirement à gauche $\Rightarrow 1$
 B : Valeurs très étendues + symétriques $\Rightarrow 3$ D : Étirement à droite $\Rightarrow 2$

1.35**1.36**

- a) Ville Y : $M = 12; Q_1 = 3; Q_3 = 16$ Ville X : $M = 6; Q_1 = 3; Q_3 = 12$
1.37 b) La médiane et Q_3 sont plus élevés pour Y que pour X . Donc Y est plus consommatrice que X .
 c) Non, le quart de la population fume moins de trois cigarettes par jour.
 d) Non, la moitié des habitants de Y fument moins de douze cigarettes par jour.

- a) France : $M = 130,65$ $Q_1 = 115,725$ $Q_3 = 137,625$
1.38 Espagne : $M = 98,85$ $Q_1 = 98,05$ $Q_3 = 99,975$
 b) -

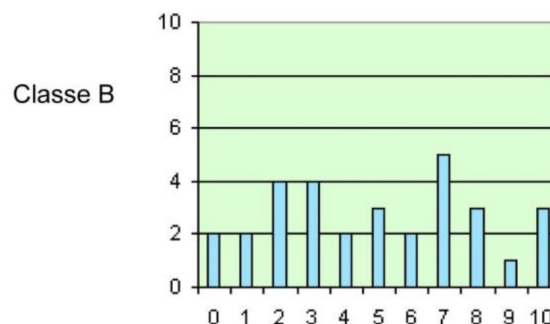
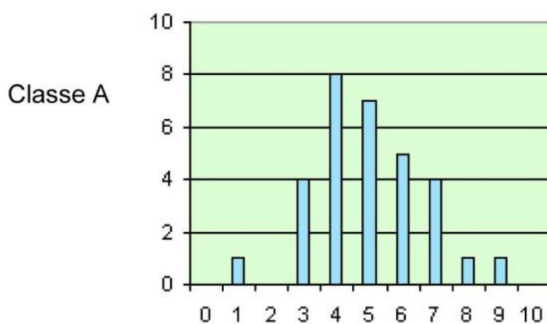
a)

Classe A				
x_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	0	0	0	0
1	1	0,032	0,032	0,03
2	0	0	0	0
3	4	0,129	0,387	1,16
4	8	0,258	1,032	4,13
5	7	0,226	1,129	5,65
6	5	0,161	0,968	5,81
7	4	0,129	0,903	6,32
8	1	0,032	0,258	2,06
9	1	0,032	0,29	2,61
10	0	0	0	0
Total	31	1	5	27,77

Classe B				
x_i	n_i	f_i	$f_i x_i$	$f_i x_i^2$
0	2	0,065	0	0
1	2	0,065	0,065	0,06
2	4	0,129	0,258	0,52
3	4	0,129	0,387	1,16
4	2	0,065	0,258	1,03
5	3	0,097	0,484	2,42
6	2	0,065	0,387	2,32
7	5	0,161	1,129	7,90
8	3	0,097	0,774	6,19
9	1	0,032	0,29	2,61
10	3	0,097	0,968	9,68
Total	31	1	5	33,90

b) On obtient pour chacune des classes le diagramme à barres ci-dessous :

1.39

c) La moyenne de la classe A est donnée par $\bar{x}_A = 5$ La moyenne de la classe B est donnée par $\bar{x}_B = 5$ d) Pour la classe A, la variance et l'écart-type sont $\sigma^2(A) \approx 2,77$ et $\sigma_A \approx 1,67$ Pour la classe B, la variance et l'écart-type sont $\sigma^2(B) \approx 8,90$ et $\sigma_B \approx 2,98$

e) La classe A et la classe B ont la même moyenne, mais au vu de l'écart-type de chaque série, on peut dire que la classe A est une classe homogène alors que la classe B est une classe hétérogène.

f) Pour la classe A, la note du 16^e élève est : 5. Pour la classe B, la note du 16^e élève est : 5.

1.40 a) $\sigma^2(X) = 88,799$ $\sigma(X) = 9,423$ b) $\sigma^2(X) = 19,770$ $\sigma(X) = 4,446$

1.41 a) $\bar{x} = 2,7$ $M = 2$ $X_0 = 1$ b) $\sigma^2(X) = 3,01$ $\sigma(X) = 1,74$.

1.42 a) $V(x) = 913'881'250$ b) $\sigma(x) = 29'282,7$

1.43 a) $V(x) = 9'279,4$ b) $\sigma(x) = 92,99$

1.44 a) $X_0 = 11$ $M = 11$ $\bar{x} = 11,37$ b) $\sigma^2(X) = 3,632$ $\sigma(X) = 1,906$

a) $\bar{z} = 5,67$ $\sigma = 7,30$ $M = 5$

1.45 b) $t = 2,69$, donc la caféine augmente de façon significative la fréquence cardiaque 2 heures après son absorption

c) oui, les trois modes sont -2 , 2 et 10

1.46 a) $-0,92$ b) $1,1$

1.47

x	10	40	60	76	104	120
z	$-2,5$	-1	0	$0,8$	$2,2$	3

1.48 Cotes z des 3 élèves : $Z_E \cong 2,54$ $Z_F \cong 2,17$ $Z_G = 2,8$ Georges obtiendra le prix.

1.49 a) $\bar{x} = 23,55$ $M = 20,5$ c) $3,75$: le candidat est une exception

b) 80% d) $14,62$ non, la situation serait illégale

1.50 a) $2,77$ b) 95% des bébés sont restés entre 1 et 10 jours.

Références

- [1] S. Amaudruz : Statistique descriptive 1M. CADEV n° 30'003, 2013.
- [2] T. Besson : 2C Exercices de mathématiques, juin 2020.
- [3] H. Bovet : Diplôme 2D. CH-1608 Oron-le-Châtel, 2008.
- [4] J.-P. Favre : Mathématiques pour la Matu pro. Promath Editions, 2019.
- [5] J.-P. Javet : Mathématiques 2C. <http://www.javmath.ch>, 2021.
- [6] C. Mermoud : Statistiques descriptives. Gymnase de Burier, Juin 2015.
- [7] A. Terra : Statistique II, 2018.
- [8] M. Tissot-Daguette : Cours et exercices. Gymnase d'Yverdon.

Malgré le soin apporté lors de sa conception, ce document contient certainement quelques erreurs. Merci de participer à son amélioration en envoyant un mail à :

cedric.delmonico@eduvaud.ch

sarah.delmonico@eduvaud.ch

Version du 8 juin 2023