1C

Mathématiques

Sarah Delmonico
Cédric Delmonico

Gymnases du Bugnon et d'Yverdon

2026-2027

Table des matières

1 Calcul numérique **3**
1.1 Ensembles de nombres . . . 3
1.2 Relations d'ordre et intervalles . . . 5
1.3 Rappels sur les quatre opérations dans $\mathbb{R}$ . . . 6
1.4 Divisibilité des nombres naturels . . . 9
1.5 Les fractions . . . 12
1.6 Les puissances . . . 17
1.7 La notation scientifique . . . 22
2 Introduction aux fonctions **24**
3 Proportionnalité et fonctions linéaires **29**
3.1 Les fonctions linéaires . . . 29
3.2 Les pourcentages . . . 31
3.3 Les mélanges . . . 32
3.4 Les répartitions . . . 32
3.5 Le change . . . 32
3.6 Les intérêts simples . . . 33
3.7 Les échelles . . . 34
3.8 Les pentes . . . 35
3.9 Les vitesses . . . 37
3.10 Les débits . . . 38
3.11 Les masses volumiques . . . 38
4 Degrés 0 et 1 **39**
4.1 Fonctions affines . . . 39
4.2 Calcul littéral : Notions de base . . . 43
4.3 Équations du premier degré . . . 48
4.4 Équations du premier degré : Applications . . . 52
4.5 Liens entre fonctions et équations . . . 53
4.6 Lien entre fonctions et équations : Applications . . . 56
4.7 Inéquations du premier degré . . . 57
5 Degré 2 et plus **62**
5.1 Multiplications de polynômes . . . 62
5.2 Factorisation par mise en évidence . . . 63
5.3 Factorisation par identités remarquables . . . 64
5.4 Factorisation des trinômes unitaires de degré 2 . . . 66
5.5 Équations du deuxième degré : résolution par factorisation . . . 67
5.6 Équations du deuxième degré : résolution par la formule du discriminant . . . 69
5.7 Factorisation à l'aide la formule du discriminant . . . 71
5.8 Équations du deuxième degré : Applications . . . 73
6 Compléments de calcul littéral **74**
6.1 Fractions rationnelles . . . 74
6.2 Opérations avec les fractions rationnelles . . . 75
6.3 Manipulations de formules . . . 76
7 Systèmes d'équations linéaires 2 x 2 **77**
7.1 Résolution par substitution . . . 78
7.2 Résolution par combinaisons linéaires . . . 79
7.3 Liens avec la représentation graphique . . . 81
7.4 Applications . . . 85
8 Trigonométrie **86**
8.1 Les angles . . . 86
8.2 Longueurs d'arcs et aires de secteurs circulaires . . . 87
8.3 Applications géographiques . . . 89
8.4 Trigonométrie du triangle rectangle . . . 92
8.5 Résolution de triangles rectangles . . . 94
9 Géométrie synthétique **95**
9.1 Lieux géométriques . . . 95
9.2 Étude de figures géométriques . . . 98

10 Exercices **102**
10.1 Calcul numérique . . . 102
10.2 Introduction aux fonctions . . . 117
10.3 Proportionnalité et fonctions linéaires . . . 120
10.4 Degrés 0 et 1 . . . 129
10.5 Degré 2 et plus . . . 149
10.6 Complément de calcul littéral . . . 160
10.7 Systèmes d'équations linéaires 2 x 2 . . . 162
10.8 Trigonométrie . . . 167
10.9 Géométrie synthétique . . . 173
11 Solutions **179**
11.1 Solutions - Calcul numérique . . . 179
11.2 Solutions - Introduction aux fonctions . . . 185
11.3 Solutions - Proportionnalité et fonctions linéaires . . . 187
11.4 Solutions - Degrés 0 et 1 . . . 192
11.5 Réponses - Degré 2 et plus . . . 201
11.6 Complément de calcul littéral . . . 206
11.7 Réponses - Systèmes d'équations linéaires 2x2 . . . 206
11.8 Réponses - Trigonométrie . . . 209
11.9 Réponses - Géométrie synthétique . . . 211

1 Calcul numérique

1.1 Ensembles de nombres

On classe les nombres dans différents ensembles :

- Les nombres entiers positifs sont appelés **nombres entiers naturels**.

  Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{N}$.

  Ils servent à dénombrer, c'est-à-dire compter combien il y a d'objets, de personnes, …

  $$\mathbb{N} = \{0\,;1\,;2\,;3\,;4\,;5\,;\ldots\}$$

- Les nombres entiers qui sont positifs ou négatifs sont appelés **nombres entiers relatifs**.

  Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{Z}$.

  Ils servent à indiquer la différence par rapport à une référence, qui peut être par exemple le rez-de-chaussée, la température $0°$, l'altitude de la mer, …

  $$\mathbb{Z} = \{\ldots\,;-3\,;-2\,;-1\,;0\,;1\,;2\,;3\,;\ldots\}$$

- Les nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction de deux nombres entiers sont appelés **nombres rationnels**.

  Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{Q}$.

  Un nombre rationnel a aussi une écriture décimale (nombre à virgule).

  $\mathbb{Q}$ est composé des nombres entiers, des nombres avec un développement décimal fini (**nombres décimaux**) et des nombres périodiques.

  Exemples : Justifier pourquoi les nombres 7, $0{,}7$ et $0{,}\bar{7}$ sont rationnels.

  On s'en sert dans toutes sortes de situations : $\frac{3}{4}$ d'heure, $1{,}74$ m, un solde de $-37{,}50$ frs…

  $$\mathbb{Q} = \{\ldots\,;-98{,}45\,;\ldots\,;-\frac{7}{5}\,;\ldots\,;-1\,;\ldots\,;\frac{1}{4}\,;\ldots\,;1{,}\bar{3}\,;\ldots\,;80'000\,;\ldots\}$$

- Les nombres utilisés dans la vie de tous les jours sont appelés **nombres réels**.

  Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{R}$.

  En plus des nombres rationnels, il contient les **nombres irrationnels**, comme $\sqrt{7}$, π, …, qui sont les nombres avec un développement décimal infini non périodique.

  $$\mathbb{R} = \{\ldots\,;-98{,}45\,;\ldots\,;-\pi\,;\ldots\,;-\frac{7}{5}\,;\ldots\,;-1\,;\ldots\,;1{,}\bar{3}\,;\ldots\,;\sqrt{2}\,;\ldots\,;57{,}10100100010\ldots\,;\ldots\,;800\,;\ldots\}$$

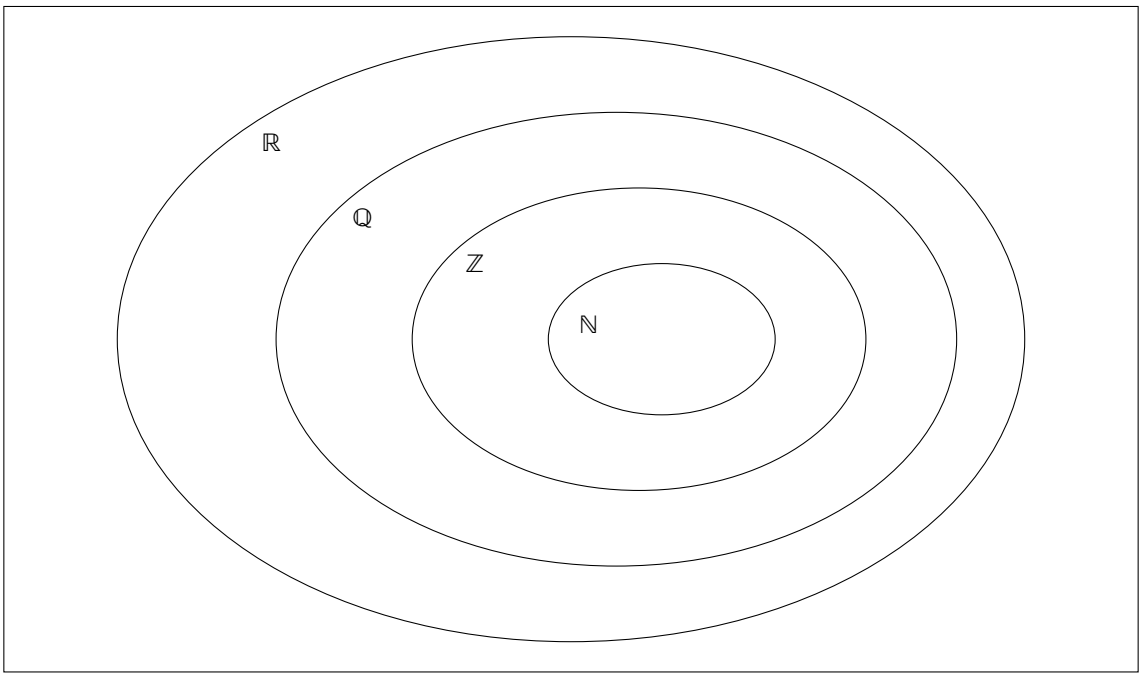
On peut remarquer que les nombres naturels font partie des nombres entiers relatifs, qui font partie des nombres rationnels, qui font partie des nombres réels. On dit que ces ensembles sont strictement inclus les uns dans les autres, ce qui peut se noter mathématiquement :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On peut représenter ces ensembles à l'aide d'un diagramme de Venn.

Exemple : Placer ces nombres dans le diagramme de Venn.

5	$0{,}15$	-8	$\sqrt{-1}$	$2{,}4\overline{23}$	π	$\frac{3}{4}$
$+9$	$\sqrt{5}$	$-3'000$	$\frac{1}{0}$	$72{,}888\ldots$	$-602{,}51$	$\sqrt{16}$



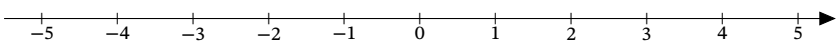
Notations :

- $4 \in \mathbb{R}$ se lit « quatre appartient à l'ensemble des nombres réels ».
- Pour exclure le nombre 0 d'un ensemble, on note * en haut, à côté de l'ensemble.
  Exemple : $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres réels non nuls.
- Pour ne garder que les nombres positifs d'un ensemble, on note un + en bas, à côté de l'ensemble.
  Exemple : $\mathbb{R}_+$ est l'ensemble des nombres réels positifs [1].
- Pour ne garder que les nombres négatifs d'un ensemble, on note un – en bas, à côté de l'ensemble.
  Exemple : $\mathbb{R}_-$ est l'ensemble des nombres réels négatifs[1].
- On peut cumuler les deux indications :
  Exemple : $\mathbb{R}_-^*$ est l'ensemble des nombres réels négatifs non nuls (ou strictement négatifs).
- On peut aussi exclure d'autres nombres :
  Exemple : $\mathbb{R} \setminus \{-7{,}3\,;-4\,;5\}$ est l'ensemble des nombres réels sauf $-7{,}3$, -4 et 5.

1. Dans cette brochure, nous considérons que 0 est à la fois positif et négatif.

1.2 Relations d'ordre et intervalles

L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ peut se représenter par un axe, appelé **droite numérique** .



Lorsqu'on compare deux nombres a et b, celui qui est situé le plus à gauche sur la droite numérique est le plus petit.

Les **relations d'ordre** entre des nombres réels sont notées :

$a < b$	a est **strictement plus petit que** b	$2 < 7$	$-7 < -2$
$a > b$	a est **strictement plus grand que** b	$8 > 5$	$3{,}2 > 3{,}15$
$a \leqslant b$	a est **plus petit ou égal à** b	$3 \leqslant 5$	$3 \leqslant 3$
$a \geqslant b$	a est **plus grand ou égal à** b	$-2 \geqslant -5$	$3 \geqslant 3$

« Plus petit que » se dit aussi « **inférieur à** » et « plus grand que » se dit aussi « **supérieur à** ».

Lorsque $a < x < b$, on dit que « x est **strictement compris entre** a et b ». Par exemple, $1 < \sqrt{2} < 2$.

Soit a et $b \in \mathbb{R}$, avec $a < b$.

Un **intervalle** qui a pour **bornes** a et b est l'ensemble de tous les nombres réels compris entre a et b.

Les bornes peuvent appartenir, ou non, à l'intervalle. On distingue les différents cas de la manière suivante :

intervalles ouverts
$a < x < b$

$]a\ ;\ b[$

intervalles fermés
$a \leqslant x \leqslant b$

$[a\ ;\ b]$

intervalles semi-ouvert
$a \leqslant x < b$

$[a\ ;\ b[$

$]a\ ;\ b]$

$a < x \leqslant b$

intervalles généralisés
$a \leqslant x$

$[a\ ;\ +\infty[$

$]-\infty\ ;\ a]$

$x \leqslant a$

$]a\ ;\ +\infty[$

$a < x$

$]-\infty\ ;\ a[$

$x < a$

Exemples : Représenter ces informations sur la droite numérique, puis les noter à l'aide d'une inégalité et finalement d'un intervalle.

a) Le salaire s des employés de l'entreprise se situe entre $4000.-$ et $5000.-$.

b) Le temps d'attente t est d'au moins 30 minutes.

1.3 Rappels sur les quatre opérations dans $\mathbb{R}$

Les quatre opérations sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

Nous ne parlerons pas ici des calculs en fractions, ni des puissances et des racines. Ces thèmes seront étudiés séparément.

Addition

Les nombres que l'on additionne sont les **termes** et le résultat obtenu est leur **somme**.

Exemples : Calculer.

a) $(-3)+(+8)=$

b) $(-3)+(-8)=$

c) $(+3)+(-8)=$

d) $(-3)+(+5)+(+35)+(-4)=$

e) $(+1{,}2)+(-4)=$

f) $(-3{,}78)+(-98{,}59)+(+3{,}78)=$

Tout nombre a possède un **opposé** b, tel que $a+b=0$. L'opposé de a sera noté $-a$.

Exemples : Calculer.

a) $-(+2)=$

b) $-(-3{,}5)=$

Soustraction

Soustraire deux nombres c'est additionner au premier l'opposé du deuxième : $a-b=a+(-b)$.

Remarque : Avec cette définition : $a+b=c \implies a=c-b$.

Les nombres que l'on soustrait sont les **termes** et le résultat obtenu est leur **différence**.

Exemples : Calculer.

a) $(-7)-(+4)=$

b) $(-7)-(-4)=$

c) $(+7)-(-4)=$

d) $(+7{,}5)-(-7{,}5)+(-9)-(+6)=$

Multiplication

Les nombres que l'on multiplie sont les **facteurs** et le résultat obtenu est leur **produit**.

Règle des signes pour la multiplication :

$+ \cdot + = +$	$+ \cdot - = -$
$- \cdot - = +$	$- \cdot + = -$

Exemples : Calculer.

a) $8 \cdot 0{,}5 =$

b) $(-4{,}5) \cdot (-200) =$

c) $(-1{,}2) \cdot 0{,}4 =$

d) $(-20) \cdot (-20) \cdot (-20) \cdot (-20) =$

Remarques :

- Si le nombre de facteurs négatifs est pair alors le produit est positif.
- Si le nombre de facteurs négatifs est impair alors le produit est négatif.

Tout nombre a non nul possède un **inverse** b, tel que $a \cdot b = 1$.

Exemples : Calculer.

a) l'inverse de $0{,}2 =$

b) l'inverse de $-0{,}25 =$

Division

Diviser a par b c'est multiplier a par l'inverse de b.

On ne peut donc pas diviser par 0, car il n'a pas d'inverse.

Remarque : Avec cette définition, si $a \neq 0$: $a \cdot b = c \implies b = c : a$.

Le nombre que l'on divise est le **dividende**, le nombre par lequel on divise est le **diviseur** et le résultat obtenu est leur **quotient**.

Règle des signes pour la division :

$+ : + = +$	$+ : - = -$
$- : - = +$	$- : + = -$

Exemples : Calculer.

a) $15 : 3 =$

b) $150 : 30 =$

c) $1{,}5 : 0{,}3 =$

d) $0{,}15 : 0{,}03 =$

e) $(-12) : 0{,}04 =$

f) $(-0{,}12) : (-4) =$

g) $1 : 3 =$

h) $4 : 11 =$

Priorité des opérations

Quand une expression contient plusieurs opérations, on les effectue dans l'ordre suivant :

- les calculs entre parenthèses,
- les puissances et racines,
- les multiplications et divisions,
- les additions et soustractions.

Lorsqu'il y a plusieurs multiplications ou divisions de suite, on doit les effectuer de gauche à droite :

$80 : 2 \cdot 5 =$

Idem pour les additions et soustractions :

$27 - 3 + 4 =$

Lorsqu'il y a plusieurs parenthèses imbriquées les unes dans les autres, on commence par celle qui se trouve le plus à l'intérieur :

$[24 - (3 + 1)] : [2 \cdot (6 - 1)] =$

Exemples :

a) $8 + 3 \cdot 4 - (7 + 3) : 2 =$

b) $9{,}7 + 0{,}3^2 =$

c) $6 - 3\,[2(5 + 7) - (8 - 5)] =$

d) $\dfrac{-23 - 8 : 4 + 25}{-(3 + 2)} =$

1.4 Divisibilité des nombres naturels

Soit d et n des nombres naturels. S'il existe un entier k tel que $n = k \cdot d$, alors :

- d est un **diviseur** de n
- n est un **multiple** de d
- n est **divisible par** d

$12 = 3 \cdot 4$ donc :

3 et 4 sont des diviseurs de 12 12 est un multiple de 3 et de 4 12 est divisible par 3 et par 4

Exemples :

a) Énumérer les diviseurs de 60.

b) Énumérer les multiples de 60.

Critères de divisibilité les plus souvent utilisés :

Le nombre est divisible par …	si …
2	le dernier chiffre du nombre est 0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8
3	la somme des chiffres du nombre est divisible par 3
4	la moitié du nombre formé des 2 derniers chiffres est paire
5	le dernier chiffre du nombre est 0 ou 5
6	le nombre est pair et la somme des chiffres est divisible par 3
9	la somme des chiffres du nombre est divisible par 9
10	le dernier chiffre du nombre est 0

Exemple : À l'aide des critères de divisibilité, dire si le nombre $12'345'678$ a des diviseurs parmi les nombres ci-dessus. Justifier.

Nombres premiers

Un nombre naturel est dit **premier** s'il admet exactement deux diviseurs, à savoir 1 et lui-même.

Attention : 1 n'est donc pas un nombre premier.

Les nombres premiers inférieurs à 20 sont :

Remarque : Pour reconnaître si un nombre naturel a est premier, il suffit de tester s'il est divisible par les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{a}$.

Exemples : Les nombres ci-dessous sont-ils premiers ? Pour ceux qui ne le sont pas, justifier.

a) 95 c) 97 e) 111

b) 96 d) 91 f) 121

Propriété : Tout nombre naturel se décompose de manière unique en un produit de nombres premiers.

Exemples : Décomposer les nombres ci-dessous en produit de nombres premiers.

a) 60 b) 48 c) $2'520$ d) $51'000$

Multiples et diviseurs communs

Le **plus grand diviseur commun**, noté **pgdc**, de deux nombres naturels non nuls est le plus grand nombre naturel qui divise chacun de ces deux nombres.

Le **plus petit multiple commun**, noté **ppmc**, de deux nombres naturels non nuls est le plus petit nombre naturel non nul, qui soit multiple de chacun de ces deux nombres.

Exemples :

a) Trouver le plus grand diviseur commun de 60 et 48 :

- en énumérant leurs diviseurs

- à l'aide des nombres premiers

b) Trouver le plus petit multiple commun de 60 et 48 :

- en énumérant leurs multiples

- à l'aide des nombres premiers

c) Trouver le ppmc et le pgdc de 30, 45 et 75 :

d) Trouver le ppmc et le pgdc de 15 et 4 :

1.5 Les fractions

Soit a et b des nombres entiers avec $b \neq 0$. On note $\frac{a}{b}$ le quotient de a par b. Donc $\frac{a}{b} = a : b$.

Un nombre écrit sous cette forme est appelé **fraction**.

Le nombre a est le **numérateur** ; son rôle est de *numéroter* : $\frac{1}{\ }$, $\frac{2}{\ }$, $\frac{3}{\ }$ …

Le nombre b est le **dénominateur** ; son rôle est de *nommer* : $\frac{\ }{2}$ pour les demis, $\frac{\ }{3}$ pour les tiers, $\frac{\ }{4}$ pour les quarts, $\frac{\ }{5}$ pour les cinquièmes …

Le trait qui sépare le numérateur du dénominateur est appelé la **barre de fraction** qui se note sur la ligne d'écriture.

Propriété : Le développement décimal d'une fraction est fini ou illimité périodique.

Exemples : Déterminer le développement décimal des fractions ci-dessous.

a) $\frac{6}{2}$ b) $-\frac{1}{8}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{1}{7}$

Propriété : Tout nombre dont le développement décimal est fini ou périodique est une fraction.

Exemples : Déterminer des fractions correspondant aux nombres ci-dessous.

a) 4 b) $-3{,}1$ c) $4{,}77$ d) $12{,}\overline{5}$ e) $1{,}\overline{34}$ f) $0{,}\overline{9}$

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet de passer du code décimal à la fraction et vice versa. À essayer …

Amplification et simplification

Un même nombre peut s'écrire à l'aide d'une infinité de fraction : $1{,}5 = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{33}{22} = \ldots$

Ces fractions sont dites **équivalentes** ou **égales**.

On dit qu'on **amplifie** une fraction lorsqu'on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre (non nul). En amplifiant on obtient une fraction équivalente à celle de départ.

$$\boxed{\frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{m \cdot b}}$$

Exemple : Amplifier $-\frac{2}{3}$ par 5.

On dit qu'on **simplifie** ou que l'on **réduit** une fraction lorsqu'on divise le numérateur et le dénominateur par un de leur diviseur commun. On obtient alors une fraction équivalente à celle de départ.

Exemple : Simplifier $\frac{20}{35}$ par 5.

Une fraction $\frac{a}{b}$ est dite **irréductible** si elle ne peut pas être simplifiée, donc si a et b n'ont que 1 comme diviseur commun. Sauf cas particuliers, les réponses attendues sont des fractions irréductibles.

Exemple : Simplifier $\frac{60}{36}$.

Si la fraction n'est pas facile à simplifier, on décompose le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers ; cela permet ensuite de simplifier la fraction afin de la rendre irréductible.

Exemples : Simplifier les fractions ci-dessous.

a) $\frac{260}{650} =$

b) $-\frac{340}{204} =$

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet simplifier les fractions. À essayer …

Multiplication

Multiplier deux fractions revient à multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, sans oublier de simplifier s'il y a lieu.

$$\boxed{\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}}$$

On pensera à simplifier dès que possible, avant d'effectuer les multiplications.

Exemples : Calculer et simplifier.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} =$

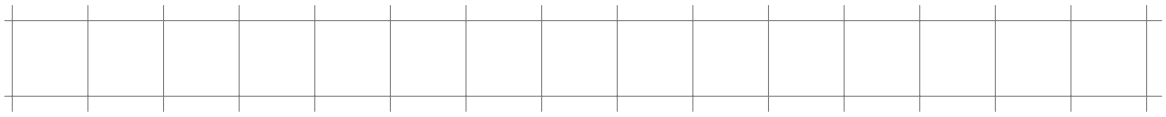
b) $\frac{25}{45} \cdot \frac{9}{35} =$

c) $\left(-\frac{21}{10}\right) \cdot \left(-\frac{25}{12}\right) \cdot \left(-\frac{2}{35}\right) =$

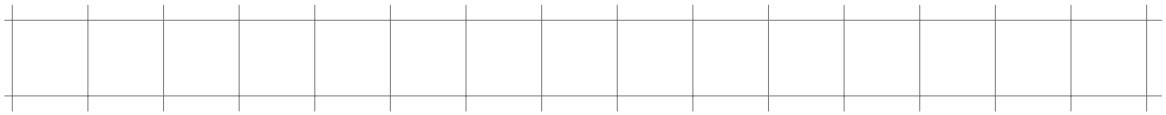
Remarque : Calculer « $\frac{a}{b}$ de x », revient à calculer $\frac{a}{b} \cdot x$.

Exemples : Calculer et simplifier.

a) $\frac{3}{4}$ de 8



b) $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$



Inverse

Pour déterminer **l'inverse** d'une fraction, il suffit de permuter le numérateur et le dénominateur.

En d'autres termes, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Cela se vérifie facilement en calculant leur produit :

Exemples : Calculer l'inverse de :

a) $\frac{2}{3}$ b) 3 c) $-0{,}25$

Division

Diviser deux fractions, revient à multiplier la première par l'inverse de la seconde.

$$\boxed{\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}}$$

Exemples : Calculer et simplifier.

a) $\frac{5}{3} : \frac{7}{8} =$

b) $\frac{19}{7} : \frac{38}{49} =$

On note aussi parfois $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ à la place de $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$.

La longueur de la barre de fraction indique l'ordre de priorité : $\dfrac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c$ $\qquad \dfrac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c}$

La barre principale doit être écrite à la hauteur du signe égal.

Exemples : Calculer et simplifier.

a) $\dfrac{\frac{2}{3}}{5} =$

b) $\dfrac{2}{\frac{3}{5}} =$

Addition et soustraction

Pour additionner deux fractions, on les amplifie d'abord de telle manière qu'elles aient le même dénominateur ; la somme des fractions aura alors pour numérateur la somme des numérateurs des fractions amplifiées, et pour dénominateur le dénominateur commun de ces fractions.

$$\boxed{\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot d} + \frac{b \cdot c}{c \cdot d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{c \cdot d}}$$

Exemples : Calculer et simplifier.

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} =$

c) $\frac{1}{8} + \frac{5}{12} + \frac{7}{20} =$

Pour la soustraction, on utilise le même procédé que pour l'addition.

$$\boxed{\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{c}-\frac{b}{d}=\frac{a\cdot d}{c\cdot d}-\frac{b\cdot c}{c\cdot d}=\frac{a\cdot d-b\cdot c}{c\cdot d}}$$

Exemples : Calculer et simplifier.

a) $\frac{2}{7}-\frac{5}{7}=$

b) $\frac{7}{2}-\frac{7}{18}=$

c) $10-\frac{3}{4}-\frac{5}{26}=$

Remarque : La calculatrice permet de faire des calculs avec des fractions. À essayer…

Exemple : Le congrès annuel des extraterrestres a accueilli 30 martiens, ce qui représentait les $\frac{3}{10}$ des individus présents. Combien y avait-il de participants en tout ?

1.6 Les puissances

Soit n un nombre naturel non nul et a un nombre réel. On appelle **puissance n-ième de a** , qui se lit **a à la puissance n** , le nombre noté $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ facteurs}}$.

Le nombre a s'appelle la **base** de la puissance et le nombre n s'appelle l'**exposant** de la puissance.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $90^2 =$

b) $(0{,}1)^3 =$

c) $1^{17} =$

d) $17^1 =$

e) $0^8 =$

f) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

Quelques observations : Que se passe-t-il quand...

- on met un nombre à la puissance 1 ?
- la base est 1 ?
- la base est 0 ?
- la base "a des zéros" ?
- la base a des décimales ?
- la base est une fraction ?

Propriété : Les puissances à exposant pair sont forcément positives, contrairement aux puissances à exposant impair qui gardent le signe de la base.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $(-2)^4 =$

b) $(+2)^4 =$

c) $(-2)^5 =$

d) $(+2)^5 =$

Remarque : Il faut faire attention à la priorité des opérations.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $(-5)^2 =$

b) $-5^2 =$

c) $2 \cdot 3^2 =$

d) $(2 \cdot 3)^2 =$

Quelques puissances à connaître et reconnaître

a) Les **carrés parfaits** :

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x^2														

b) Les **cubes** et les puissances 4 :

x	2	3	4	5
x^3				
x^4				

c) Les **puissances de 2** :

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n									

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet de calculer les puissances. À essayer...

Observations : Compléter ce tableau des puissances de 5 de manière logique et en n'utilisant que des nombres entiers ou des fractions. (À faire de droite à gauche.)

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
5^n									

- Comment doit-on définir a^{-n} selon cette logique ?
- Comment doit-on définir a^0 selon cette logique ?
- Que penser de 0^0 ?

Il est possible de généraliser la notion de **puissance à des exposants entiers négatifs ou nuls** de la manière suivante :

pour $a \neq 0$: $\boxed{a^0 = 1}$ et $\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a^n}}$

Attention : 0^0 n'est pas défini.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $2^{-3} =$ c) $(-2)^3 =$ e) $(-2)^{-3} =$ g) $4^0 =$ i) $(0{,}1)^{-3} =$

b) $3^{-2} =$ d) $(-3)^2 =$ f) $(-3)^{-2} =$ h) $0^4 =$ j) $(0{,}2)^{-2} =$

Observations :

a) Calculer $\left(\frac{7}{11}\right)^{-1}$ et $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $\left(\frac{7}{11}\right)^{-2}$ et $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$. Que peut-on observer ?

Propriétés : Soit n un entier et a, b des nombres réels non nuls. On a :

$$\boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{n} = \frac{a^n}{b^n}} \qquad \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}} \qquad \boxed{\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}}$$

Exemples : Utiliser les propriétés pour calculer :

a) $\left(\frac{3}{10}\right)^{4}$ b) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-1}$ c) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-4}$

Observations :

a) Calculer $10^3 \cdot 10^4$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $2^3 \cdot 2^{-4}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n et m des entiers et a un nombre réel : $\boxed{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $17^{-15} \cdot 17^{15}$ b) $8^{-7} \cdot 8^{9}$

Observations :

a) Calculer $\frac{10^3}{10^4}$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $2^3 : 2^{-4}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n et m des entiers et a un nombre réel non nul : $\boxed{a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}}$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $17^8 : 17^9$ b) $4^7 : 4^5$

Observations :

a) Calculer $\left(10^3\right)^2$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $\left(2^{-4}\right)^{-1}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n et m des entiers et a un nombre réel : $\boxed{(a^n)^m = a^{n \cdot m}}$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $(0{,}0001)^{-2}$ b) $(4^5)^2$

Observations :

a) Calculer $2^3 \cdot 5^3$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $3^{-2} \cdot 4^{-2}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n un entier et a et b deux nombres réels : $\boxed{a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n}$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $(-8)^5 \cdot 0{,}25^5$ b) $2^4 \cdot 5^4$

En résumé, les **propriétés des puissances** sont les suivantes :

Pour m, n des entiers et a, b des nombres réels, on a :

a) $0^n = 0$ si $n \neq 0$

b) $1^n = 1$

c) $a^0 = 1$ si $a \neq 0$

d) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ si $a \neq 0$

e) $a^1 = a$

f) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, si $b \neq 0$

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$, si $a,b \neq 0$

h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$, si $a,b \neq 0$

i) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

j) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

k) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, si $a \neq 0$

l) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

Exemples : Utiliser les propriétés pour calculer :

a) $\frac{35^4}{7^3} =$

b) $\frac{2^3 \cdot 2}{2^2} =$

c) $\frac{3^{11}}{(3^6)^4 \cdot 3^{-11}} =$

d) $\frac{16^2 \cdot 9^3}{6^7} =$

1.7 La notation scientifique

Calculer les expressions ci-dessous.

$10^3 =$ $10^2 =$ $10^1 =$ $10^0 =$ $10^{-1} =$ $10^{-2} =$

$2{,}53 \cdot 10^1 =$ $2{,}53 \cdot 10^3 =$ $2{,}53 \cdot 10^{-1} =$ $2{,}53 \cdot 10^{-3} =$

Multiplier par 10^3 revient à déplacer la virgule de 3 positions vers la droite.
Multiplier par 10^{-3} revient à déplacer la virgule de 3 positions vers la gauche.

Écrire un nombre positif en **notation scientifique** signifie que l'on va l'écrire sous la forme :

$$b \cdot 10^n \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{Z} \text{ et } 1 \leqslant b < 10$$

La notation scientifique est très utile en chimie ou en physique pour écrire les très petits ou les très grands nombres. Par exemple, il est beaucoup plus agréable d'exprimer la masse d'un atome d'hydrogène par $1{,}7 \cdot 10^{-24}$g que par $0{,}000'000'000'000'000'000'001'7$ g.

Exemples : Écrire les nombres ou les expressions ci-dessous en notation scientifique.

a) $328 =$

b) $1'140'000'000 =$

c) $0{,}0045 =$

d) $5 =$

e) $9109{,}5 \cdot 10^{-33}$

f) $10 =$

Cette écriture permet aussi de faire les calculs facilement en utilisant les propriétés des puissances.

Exemples : Répondre en notation scientifique.

a) $\left(5 \cdot 10^7\right) \cdot \left(9 \cdot 10^6\right) =$

b) $\dfrac{2{,}1 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^{-5}} =$

c) $\left(1{,}2 \cdot 10^{-7}\right)^2 =$

d) $\left(5{,}1 \cdot 10^7\right) + \left(9 \cdot 10^6\right) =$

Remarques :

- La calculatrice a une touche qui permet calculer en notation scientifique. À essayer …
- Les nombres négatifs peuvent aussi s'écrire en notation scientifique. $-0{,}00035 = -3{,}5 \cdot 10^{-4}$.

Puissances de 10

Dans le langage scientifique (mais pas seulement), on utilise des préfixes et des symboles pour désigner les puissances de 10 :

		Préfixe	Symbole
10^9	milliard	giga	G
$1'000'000 = 10^6$	million	méga	M
$1'000 = 10^3$	mille	kilo	k
$100 = 10^2$	cent	hecto	h
$10 = 10^1$	dix	déca	da
$1 = 10^0$	unité	-	-
$0{,}1 = 10^{-1}$	dixième	déci	d
$0{,}01 = 10^{-2}$	centième	centi	c
$0{,}001 = 10^{-3}$	millième	milli	m
10^{-6}	millionième	micro	μ
10^{-9}	milliardième	nano	n
10^{-12}	billionième	pico	p

Remarques :

- Le mot « tonne » est utilisé au lieu de « mégagramme ».
- Le mot « are » [a] désigne une surface de 100m^2 et [ha] se dit « hectare ».

  $1\text{ a} = 1\text{ dam}^2 = 10^2\text{ m}^2$ $1\text{ ha} = 1\text{ hm}^2 = 10^4\text{ m}^2$ $1\text{ mm}^2 = 10^{-6}\text{ m}^2$

- Un volume de 1m^3 correspond à une capacité de 1000 litres.

  $1\text{ l} = 1\text{ dm}^3 = 10^{-3}\text{ m}^3$ $1\text{ kl} = 1\text{ m}^3$ $1\text{ ml} = 1\text{ cm}^3 = 10^{-6}\text{ m}^3$

Exemples :

A) Répondre en notation scientifique.

a) $4{,}53 \cdot 10^9$ mm = ... m b) $1{,}9 \cdot 10^5$ kg = ... mg

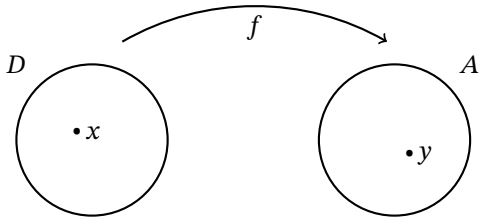
B) Trouver l'unité.

a) $8 \cdot 10^{-4}$ hl = 8 ..... c) $7 \cdot 10^{-6}$ MW = 7 .....

b) $2{,}2 \cdot 10^9$ μm = 2,2 ..... d) $2{,}5 \cdot 10^5$ cm^3 = 2,5 .....

2 Introduction aux fonctions

Une **application** f d'un ensemble D vers un ensemble A est une correspondance qui associe à tout élément x de D *exactement un élément* y de A.



D est appelé **ensemble de départ** de f et A est l'**ensemble d'arrivée** de f.

Exemple : Pendant une semaine, on mesure à heure fixe la température devant le gymnase. On obtient les mesures suivantes :

$$\text{lu} : -2°\text{C} \quad \text{ma} : 0°\text{C} \quad \text{me} : -1°\text{C} \quad \text{je} : 2°\text{C} \quad \text{ve} : 0{,}5°\text{C} \quad \text{sa} : -3°\text{C} \quad \text{di} : -1°\text{C}$$

On peut définir une application $f : D = \{\text{ lu ; ma ; me ; je ; ve ; sa ; di }\} \to A = \mathbb{R}$ qui envoie chaque jour de la semaine sur la température correspondante.

Une **fonction** est une application $f : D \to A$ avec D et A des parties de $\mathbb{R}$.

Exemple : On peut définir une fonction $f : D = [0\,;20] \to A = \mathbb{R}_+^*$ qui envoie chaque total de points obtenu au test sur la note correspondante.

Si l'élément x de l'ensemble de départ D correspond à l'élément y de l'ensemble d'arrivée A, on dit que y est l'**image de** x **par** f et on note $y = f(x)$. Chaque élément de D *a exactement une seule* image.

$$\begin{aligned} f : D &\to A \\ x &\mapsto y \end{aligned}$$

Exemple : Si avec 20 points on obtient la note 6, alors 6 est l'image de 20 par la fonction f.

$$f(20) = 6 \qquad\qquad 20 \mapsto 6$$

Si l'élément y de l'ensemble d'arrivée A est l'image de l'élément x de l'ensemble de départ D par la fonction f, alors on dit que x est une **préimage** de y par f.

Un élément de A n'a pas forcément de préimage et il peut aussi en avoir plusieurs.

Exemple : Si avec 20 points on obtient la note 6, alors 20 est une préimage de 6 par f. Peut-être que $19{,}5$ est aussi préimage de 6 par f. Vu que les notes ne peuvent pas être inférieures à 1, il n'y a pas de préimage de $0{,}5$ par f.

Représentations des fonctions

Comme vous le savez déjà, une fonction peut être représentée de plusieurs manières :

- par une description « en français »,
- par un tableau de valeurs,
- par une expression algébrique,
- par une représentation graphique.

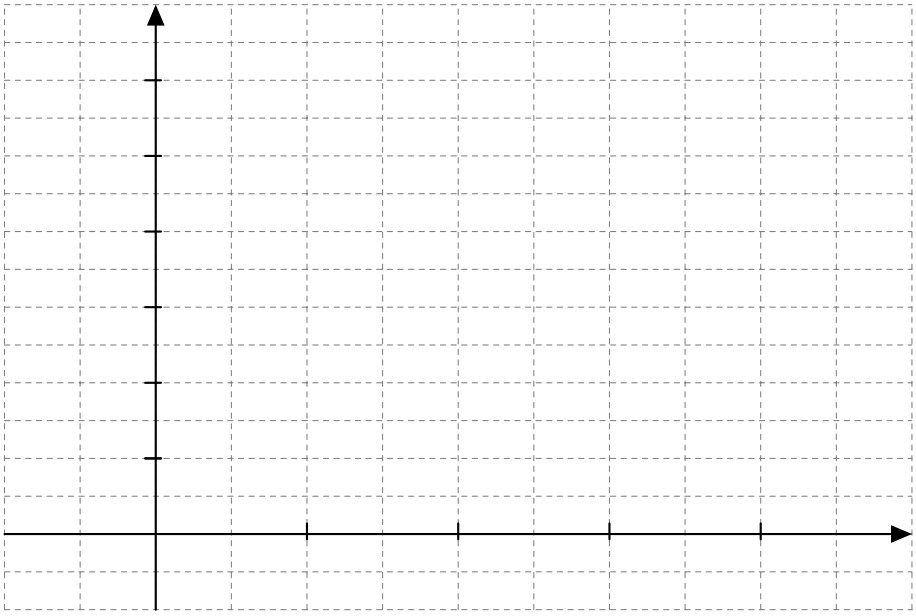
Exemple : Je remplis un récipient gradué avec du lait. Vide, il pèse 200 g. Un dl de lait pèse 103 g.

a) Remplir le tableau de valeurs ci-dessous :

dl de lait versés	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
g total							

b) Quelle est l'expression algébrique de la fonction f qui calcule le nombre total de grammes à partir du nombre de dl versés ? Expliquer ce que sont concrètement x et $f(x)$ dans cette expression.

c) Représenter le nombre total de grammes en fonction du nombre de dl versés sur le graphique ci-dessous.



On appelle **expression algébrique** de f une description algébrique du lien existant entre les grandeurs x et $f(x)$.

Exemple : L'expression algébrique de la fonction qui envoie chaque nombre sur son triple est :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto 3x \end{aligned}$$

Une fonction peut être représentée à l'aide d'un **tableau de valeurs**.

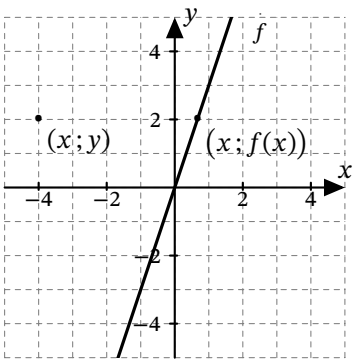
Il associe une sélection de valeurs de x avec leur image.

Exemple :

x	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	$0{,}5$	1	$1{,}5$
$f(x) = 3x$	$-4{,}5$	-3	$-1{,}5$	0	$1{,}5$	3	$4{,}5$

Une fonction peut aussi être représentée graphiquement. On place dans un système d'axes les points de coordonnées $\big(x\,;f(x)\big)$. L'ensemble de ces points forme le **graphe** de la fonction f.

Exemple :



Pour un point P de coordonnées $(x\,;y)$, x est appelé son **abscisse** et y son **ordonnée**.

$y = f(x)$ est une **équation du graphe**. Par exemple, l'équation du graphe représenté ci-dessus est $y = 3x$.

Certains points du graphe sont particulièrement utiles, notamment les **intersections avec les axes**.

L'**ordonnée à l'origine** d'une fonction f est *l'ordonnée du point d'intersection de son graphe avec l'axe* Oy.

Il s'agit donc de *l'image de* 0 *par* f. Pour la déterminer, on calcule $f(0)$.

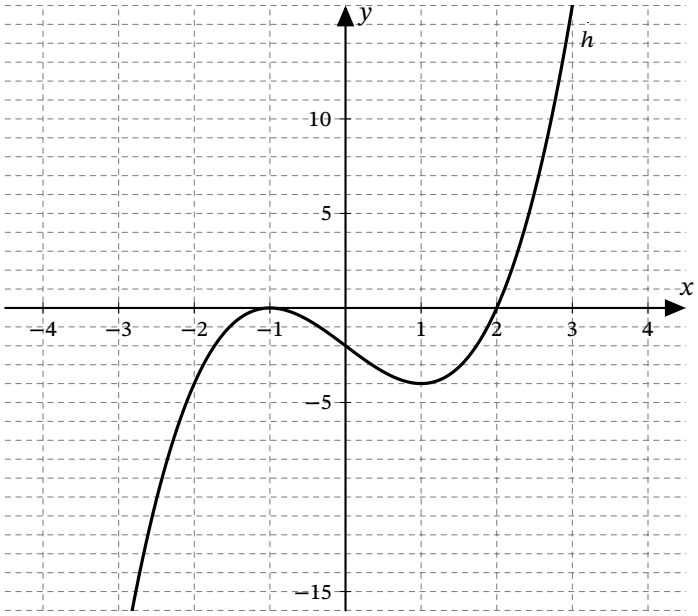
Exemples : Déterminer l'ordonnée à l'origine des fonctions f, g et h d'après les informations ci-dessous :

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	0	0	2	6	12	20

b) $g(x) = 3x - 12$

c)



On appelle **zéro** ou **racine** d'une fonction f *l'abscisse du ou des point(s) d'intersection de son graphe avec l'axe* Ox.

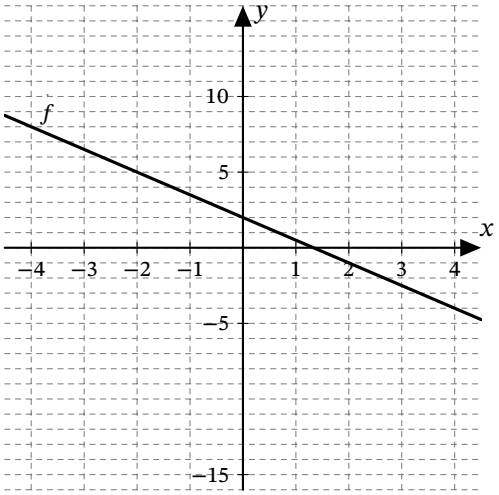
Il s'agit donc des préimages de 0 par f.

Pour le(s) déterminer, on résout l'équation $f(x) = 0$. (Les résolutions d'équations seront revues plus tard.)

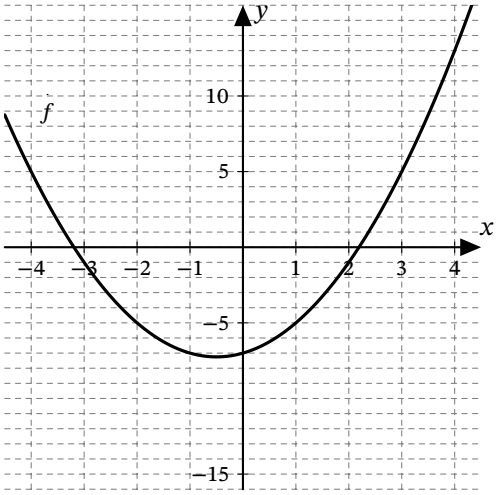
Exemples : Déterminer les éventuels zéros des fonctions f, g et h d'après les informations ci-dessus.

Différents types de graphes

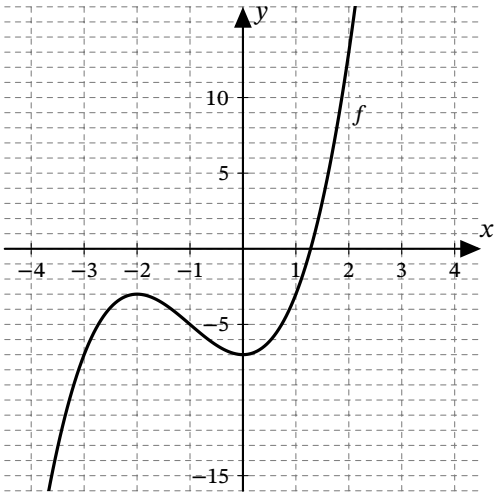
a) $f(x) = -\frac{3}{2}x + 2$



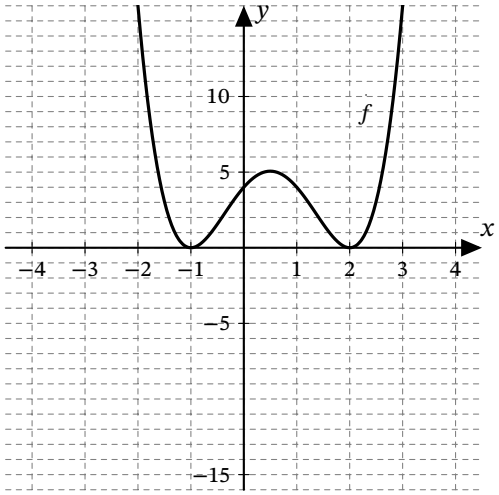
b) $f(x) = x^2 + x - 7$



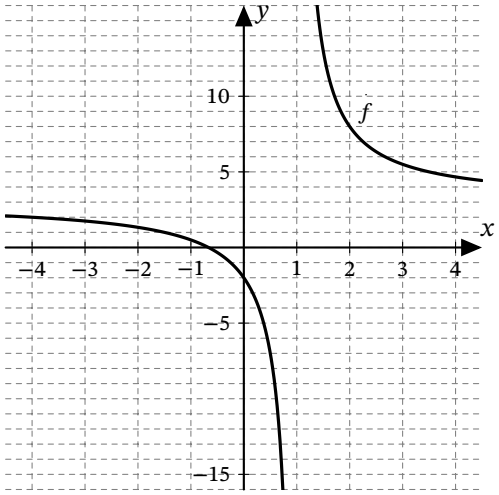
c) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 7$



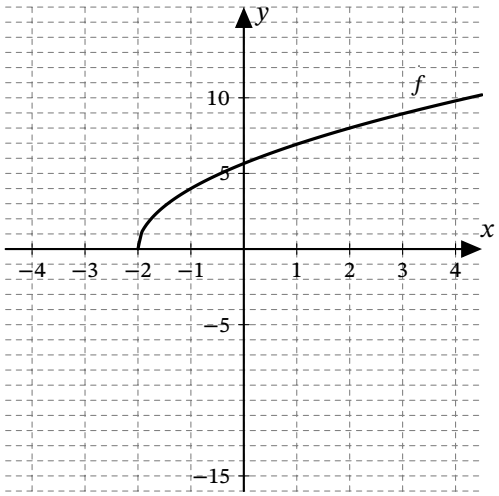
d) $f(x) = (x-2)^2(x+1)^2$



e) $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$



f) $f(x) = \sqrt{16x + 32}$



3 Proportionnalité et fonctions linéaires

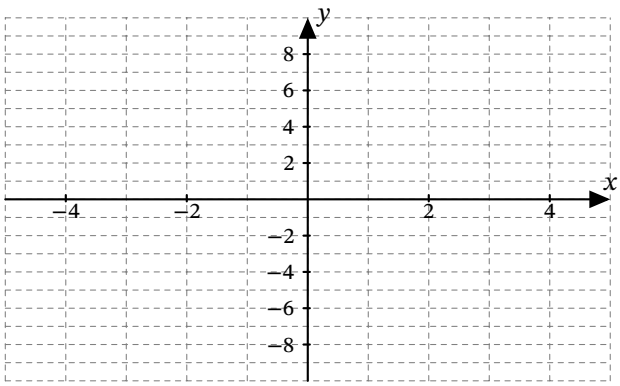
3.1 Les fonctions linéaires

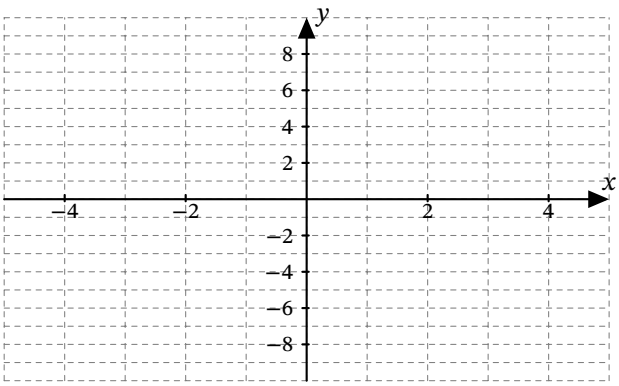
Une **fonction linéaire** est une fonction dont l'expression algébrique est de la forme $\boxed{f(x) = mx}$ où m est un nombre réel.

Exemples : Compléter les tableaux de valeurs et représenter graphiquement les fonctions linéaires données par les expressions algébriques ci-dessous :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 3x$							
$g(x) = -\frac{2}{3}x$							

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$h(x) = -x$							
$i(x) = \frac{1}{2}x$							

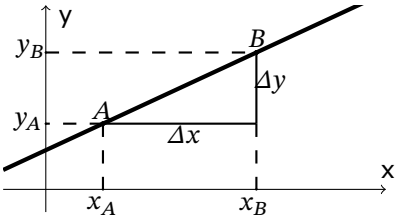




- Le graphe d'une fonction linéaire est **une droite qui passe par l'origine** $(0\,;0)$.
- L'ordonnée à l'origine d'une fonction linéaire est 0
- Une fonction linéaire n'a qu'un seul zéro, c'est $x = 0$. (sauf pour la fonction nulle : $f(x) = 0$.)
- Le coefficient m est la **pente** du graphe de la fonction. On dira aussi que c'est la **pente de la fonction**.

Quelles sont les pentes des exemples ci-dessus ?

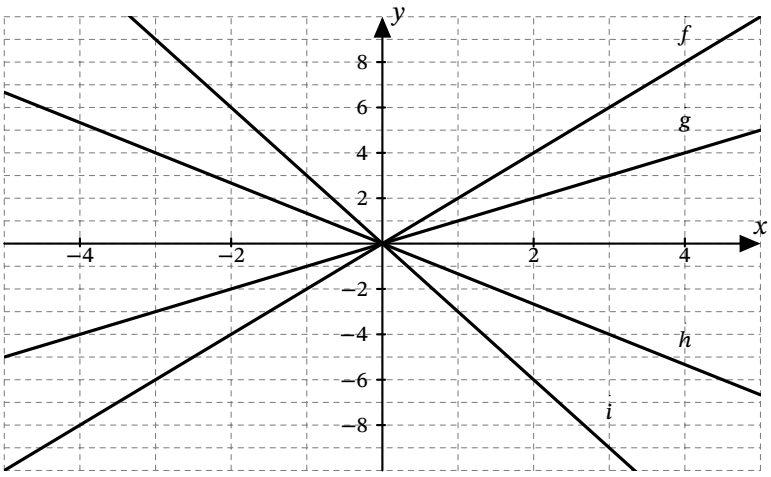
Rappel : la **pente** d'une droite est le rapport $\frac{\text{« distance verticale »}}{\text{« distance horizontale »}}$. Ici, ces distances sont algébriques ; elles peuvent être négatives.



$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Comment reconnait-on une droite de pente positive ? Négative ? Nulle ?

Exemples : Déterminer les expressions algébriques des fonctions dont les graphes sont représentés ci-dessous :



Les fonctions linéaires correspondent aux **situations de proportionnalité**.

Exemple : 100 g de chocolat contiennent 500 kcal.

a) Quelle est la fonction qui calcule le nombre de kcal en fonction du nombre de grammes ?

b) Compléter le tableau de valeurs.

g de chocolat	0	50	100	150	200	250	x
kcal							

- Le **rapport de proportionnalité** est égal à la pente de la fonction.
  Par exemple, ici, le rapport de proportionnalité entre le nombre de kcal et le nombre de grammes de chocolat est de 5.

- Si f est une fonction linéaire, on a :

$$f(k \cdot x) = k \cdot f(x) \text{ pour tout nombre réel } k$$
et
$$f(x + y) = f(x) + f(y)$$

  Par exemple, on peut observer dans le tableau ci-dessus que $f(150) = 3f(50)$ et $f(150) = f(100) + f(50)$.

3.2 Les pourcentages

Deux grandeurs x et y sont **proportionnelles** lorsqu'il existe un nombre k tel que $y = kx$, autrement dit lorsque le rapport $\frac{y}{x}$ est constant pour tout $x \neq 0$. Le nombre k est appelé **facteur ou rapport de proportionnalité**.

$$y \text{ est proportionnel à } x \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{y}{x} = k \text{ avec } k \text{ un nombre constant}$$

Les rapport de proportionnalité peut être exprimé en **pourcentage**. C'est une « fraction » dont le dénominateur vaut 100 mais dont le numérateur n'est pas forcément entier. Pour l'exprimer, on utilise le signe $\%$.

$$1{,}4\% = \frac{1{,}4}{100} = 0{,}014$$

Attention, $\%$ n'est pas une unité mais bien une façon alternative d'écrire un nombre.

Calculer le $a\%$ de x revient à calculer $\frac{a}{100} \cdot x$. Donc $a\%$ de x vaut $a : 100 \cdot x$.

Exemples : Calculer.

a) Exprimer $0{,}4$ en $\%$:

b) Exprimer $0{,}\overline{4}$ en $\%$:

c) Calculer le $7{,}1\%$ de 8000 :

d) Exprimer 10%, 20%, 25%, 50% et 75% sous forme de fractions irréductibles.

En quoi connaître ces égalités facilite les calculs ?

e) Eva fait les magasins le jour des soldes. Elle rentre dans une boutique où tout est soldé de 30%. Elle voit une robe qui lui plaît au prix de CHF 120.-.

Quel pourcentage du prix initial va-t-elle payer ? Quel prix va-t-elle payer ?

f) Après l'hiver, un apiculteur constate qu'il lui reste 2520 abeilles. Cela représente les 72% de la population qu'il avait avant l'hiver. Combien en a-t-il perdues ?

3.3 Les mélanges

Ces situations de proportionnalité sont bien connues des infirmiers, chimistes, cuisiniers …

Exemple : Je dois traiter mes plantes à l'aide d'un liquide à diluer. Il est écrit que je dois en mélanger 1litre avec 6 dl d'eau, mais il ne me reste que 8 dl de ce produit.

Quelle quantité d'eau dois-je ajouter pour respecter les proportions ?

3.4 Les répartitions

Exemple : Trois amis se sont mis ensemble pour acheter un appartement de vacances. Cédric a payé CHF 200'000.–, Claire CHF 150'000.– et Laurent CHF 50'000.–.

Calculer comment répartir les 52 semaines de l'année de manière proportionnelle à l'argent investi pour cet achat.

3.5 Le change

Pour changer de l'argent dans la monnaie d'un autre pays, il faut connaître le taux de change du jour.

Exemple : Voici les taux de change du 8 août 2021 :

1,00 € =

ÉTATS-UNIS D'AMÉRIQUE Dollar américain	**1,1763** $
ROYAUME-UNI Livre Sterling	**0,8476** £
JAPON Yen	**129,6437** ¥
SUISSE Franc Suisse	**1,0756** SFr.

a) Compléter les tableaux ci-dessous.

Euros	1	50	100	x
SFrs.				

SFrs.	1	50	100	x
Euros				

b) Combien puis-je obtenir de dollars américains avec 100.– SFrs. ?

3.6 Les intérêts simples

Lorsqu'on place de l'argent à la banque ou que l'on en prête, le capital récupéré plus tard est généralement augmenté d'un intérêt. Cet intérêt dépend de la somme de départ et d'un taux convenu entre les deux intervenants. Ce taux d'intérêt est généralement annuel et exprimé en % .

Si l'on note :

i = taux d'intérêt annuel t = taux d'intérêt annuel multiplié par 100

I = intérêt annuel C = capital de départ

Alors

$$\boxed{I = C \cdot i} \quad \text{et} \quad \boxed{I = C \cdot t : 100}$$

Exemples : On place de l'argent pendant une année sur un compte en banque.

a) Combien rapporte un capital de CHF $9000.-$ placé avec un taux d'intérêt annuel de 0,5% ?

b) Quel est le capital qui produit des intérêts de CHF $72.-$ avec un taux d'intérêt annuel de 0,5% ?

c) On a placé CHF $17'500.-$ et on a retiré CHF $17'561.-$ une année après. Quel était le taux d'intérêt annuel ?

3.7 Les échelles

Les cartographes, les architectes, les menuisiers ... doivent représenter des lieux ou des objets sur des cartes ou des plans en respectant les proportions. Le facteur de proportionnalité est donné par l'échelle.

L'échelle d'une carte ou d'un plan se note :

$$1 : n$$

Cela signifie que les longueurs de la réalité sont n fois celles du plan.

Par exemple, 1 cm du plan = n cm de la réalité et 1 m du plan = n m de la réalité.

Toutes les longueurs ont été divisées par n pour être représentées sur le plan.

Cette notation est utilisée chaque fois qu'on a **rétréci** la réalité pour la représenter.

Exemple : L'échelle de cette carte est de $1 : 10'000$.

a) Combien de kilomètres mesure le quai qui relie le musée Olympique et la Tour Haldimand ?

b) Sur cette carte, combien de millimètres mesure une rue qui fait 600 m en réalité ?

Pour écrire l'échelle d'un **agrandissement**, on note :

$$n : 1$$

Cela signifie que les longueurs du plan sont n fois celles de la réalité.

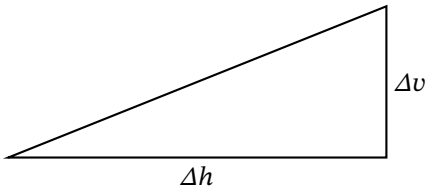
Par exemple, n cm du plan = 1 cm de la réalité et n m du plan = 1 m de la réalité.

Toutes les longueurs ont été multipliées par n pour être représentées sur le plan.

Exemple : Quelle échelle doit-on utiliser pour représenter une cellule de 10 μm de largeur par un dessin à l'échelle de 5 cm de large ?

3.8 Les pentes

Comme nous l'avons déjà vu, la **pente** est le rapport entre la distance verticale et la distance horizontale. Pour les pentes de route, ce nombre est habituellement exprimé en %.



Δv est la distance verticale, appelée **dénivellation**.

Δh est la **distance horizontale**.

$$\text{pente} = \frac{\Delta v}{\Delta h}$$

Exemple : La pente d'une piste bleue est au maximum de 25%.

a) Dessiner une pente de 25% et une pente de 100%.

b) Que peut-on dire sur la dénivellation d'une piste bleue dont la distance horizontale est de 1 km ?

c) Que peut-on dire sur la distance horizontale d'une piste bleue dont la dénivellation est de 300 m ?

La **dénivellation** peut être donnée par les **altitudes**.

La **distance horizontale** est la distance à vol d'oiseau. C'est celle qu'on obtient en **mesurant sur une carte** le segment qui relie les deux points et en utilisant l'échelle.

Exemple :

a) Calculer la pente du métro entre Ouchy et Le Flon en sachant que cette carte est à l'échelle $1 : 15'000$.

b) Calculer la distance parcourue par le métro entre Ouchy et Le Flon.

3.9 Les vitesses

La **vitesse** est un rapport entre une distance (d) et le temps (t). Son unité est généralement des m/sec ou des km/h.

$$\boxed{v = \frac{d}{t}}$$

Exemple : Une voiture roule à la vitesse de 120 km/h.

a) Quelle distance parcourt-elle en 35 minutes ?

b) Combien de temps lui faut-il pour parcourir 200 km ?

c) Quelle est l'expression de la fonction qui donne le nombre de km parcourus en fonction du temps en heures ?

d) Quelle est l'expression de la fonction qui donne le nombre de km parcourus en fonction du temps en minutes ?

e) Quelle est l'expression de la fonction qui donne le temps en heures en fonction de la distance en km ?

f) Parmi les 3 fonctions ci-dessus, lesquelles sont linéaires ?

3.10 Les débits

Le **débit** est un rapport entre une capacité ou un volume (V) et le temps (t). Son unité peut être par exemple des l/sec ou des m^3/h.

$$\boxed{D = \frac{V}{t}}$$

Exemple : J'ai rempli ma piscine de 3 m sur 5 m sur 1 m en 7h45 à l'aide de mon tuyau d'arrosage.

a) Quel est le débit de mon tuyau d'arrosage ?

b) Mon voisin remplit la piscine de ses enfants qui est en forme de cylindre de 2 mètres de diamètre et 40 cm de haut. Combien de temps va-t-il mettre s'il a le même débit que moi ?

3.11 Les masses volumiques

La **masse volumique** est un rapport entre une masse (m) et le volume (V). Son unité peut être par exemple des kg/dm^3 ou des g/cm^3.

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}}$$

Exemple : Dans les tables numériques, on trouve les informations suivantes :

Masse volumique en kg/dm^3

Aluminium : $2{,}7$ Fer : $7{,}8$ Or : $19{,}3$

a) Quelle est la masse d'un cube de fer de 3 cm d'arête ?

b) Comparer le volume d'1 kg d'aluminium avec celui d'1 kg d'or.

4 Degrés 0 et 1

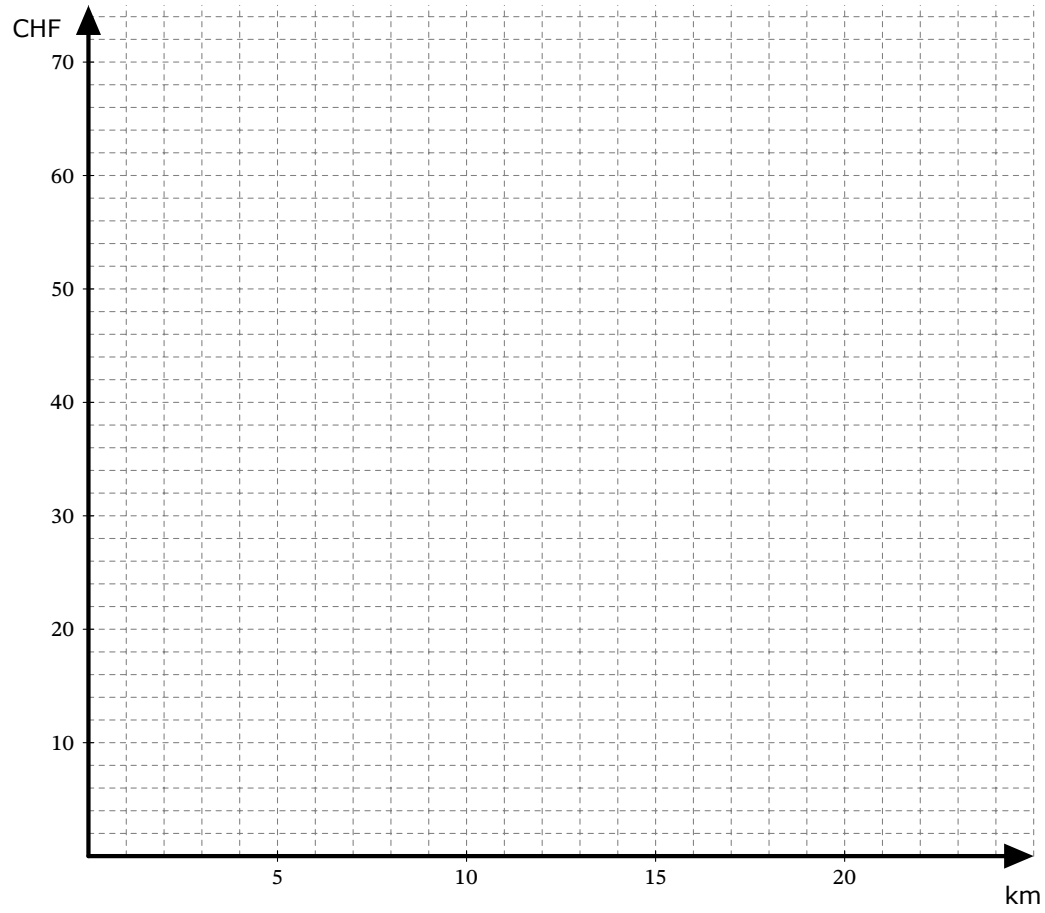
4.1 Fonctions affines

Exemple : Le prix d'un trajet en taxi comprend une prise en charge de CHF 6.– ainsi que CHF 3.– par km parcourus.

a) Compléter le tableau ci-dessous :

Nombre de km parcourus	0	5	10	15	20	x
Coût total de la course						

b) Représenter graphiquement ci-dessous le coût de la course en fonction du nombre de kilomètres parcourus.



c) Est-ce une fonction linéaire ?

d) Combien me coûtera un trajet de 100 km ?

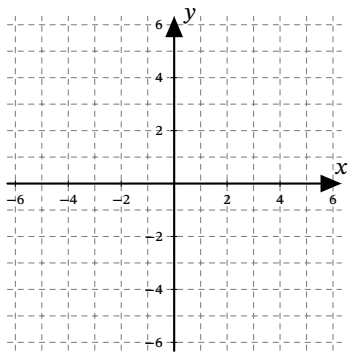
e) Quelle distance pourrai-je faire avec CHF 60.– ?

Une fonction **affine** est une fonction dont l'expression peut se ramener à $\boxed{f(x) = mx + h}$, où m et h sont des nombres réels.

Exemples :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$							
$g(x) = 2x$							
$h(x) = 2$							

a) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

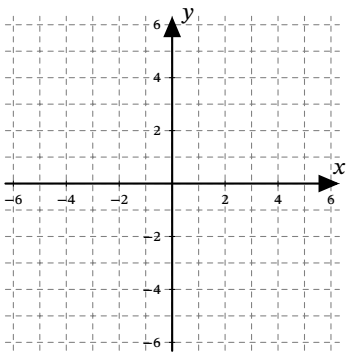


$m =$ $h =$

ordonnée à l'origine :

zéro :

b) $g(x) = 2x$

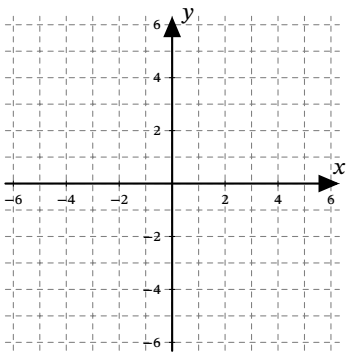


$m =$ $h =$

ordonnée à l'origine :

zéro :

c) $h(x) = 2$



$m =$ $h =$

ordonnée à l'origine :

zéro :

Les fonctions affines pour lesquelles $m = 0$ ont pour expression $\boxed{f(x) = h}$. Elles sont appelées **fonctions constantes** car toutes les images ont la valeur h. Elles sont de **degré 0** car leur expression ne contient plus de x.

Si $m \neq 0$, une fonction affine est de degré 1.

Les fonctions **linéaires** sont les fonctions affines pour lesquelles $h = 0$.

Le graphe d'une fonction affine $f(x) = mx + h$ est une **droite**,

- de **pente** m,
- d'**ordonnée à l'origine** h,
- d'**équation** $y = mx + h$.

Exemples :

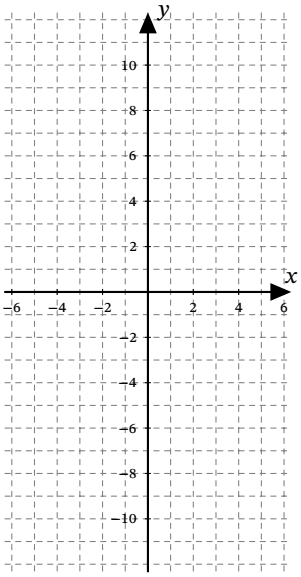
a) Représenter ces fonctions en n'utilisant que les images de -6, 0 et 6.

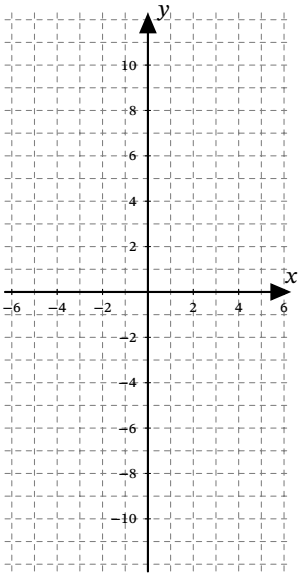
$f(x) = 2x - 1$ $f(x) = -2x - 1$ $f(x) = \frac{2}{3}x + 2$

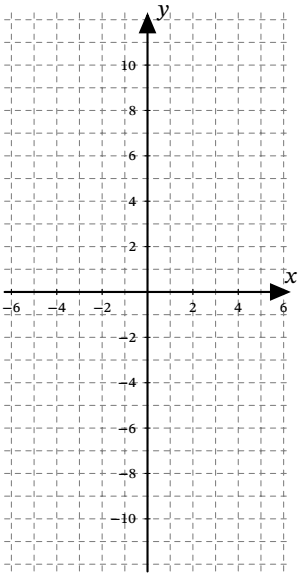
$g(x) = x - 1$ $g(x) = -x - 1$ $g(x) = \frac{2}{3}x$

$h(x) = \frac{1}{2}x - 1$ $h(x) = -\frac{1}{2}x - 1$ $h(x) = \frac{2}{3}x - 4$

$i(x) = -1$ $i(x) = \frac{2}{3}$







b) Mettre en évidence les pentes et les ordonnées à l'origine dans les expressions et sur les graphes.

- Que peut-on dire sur des droites ayant la même pente ?

- Que peut-on dire sur des droites ayant la même ordonnée à l'origine ?

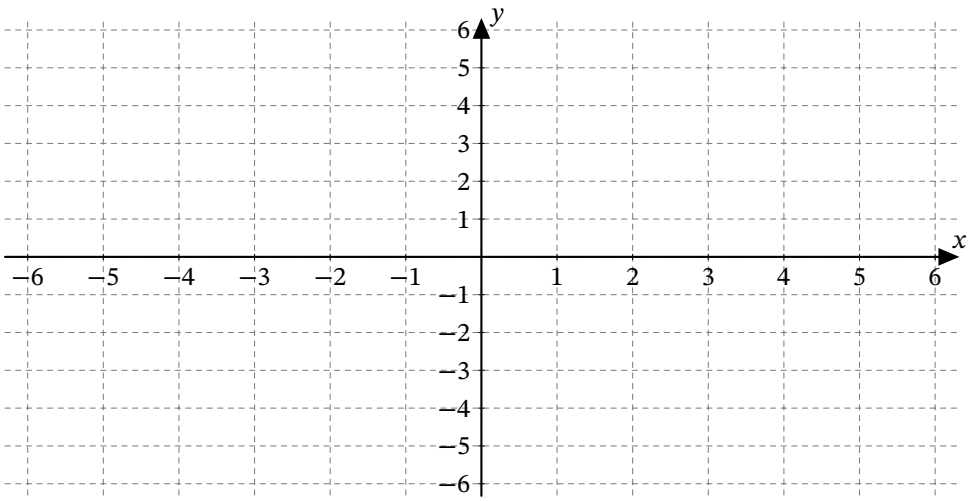
Compléter le tableau en dessinant des esquisses du graphe de $f(x) = mx + h$:

pente positive $m > 0$	pente nulle $m = 0$	pente négative $m < 0$

Exemples :

a) Utiliser l'ordonnée à l'origine et la pente pour représenter graphiquement ces fonctions.

$f(x) = \frac{3}{4}x - 2$ $g(x) = -2x + 1$ $h(x) = -\frac{1}{3}x$ $i(x) = -5$

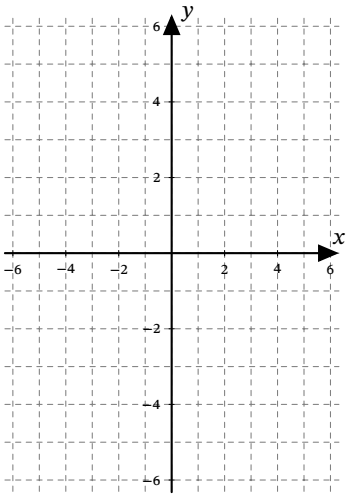


b) Représenter la droite $y = 3$. Est-ce le graphe d'une fonction affine ?

c) Représenter la droite $x = 3$. Est-ce le graphe d'une fonction affine ?

Exemple :

a) Sans faire de calcul, déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-2\,;-1)$ et $B(1\,;5)$.



b) Le point $(\frac{5}{14}\,;\frac{25}{7})$ est-il sur cette droite ?

4.2 Calcul littéral : Notions de base

Très souvent pour résoudre un problème, trouver l'expression de la fonction ne suffit pas. On cherche une valeur de x particulière. Même si on peut la trouver par un graphique, on préférera la méthode algébrique qui est plus rapide et précise. On devra donc poser une équation et la résoudre en utilisant le calcul littéral.

Monômes

On appelle **monôme** tout nombre réel, toute lettre et toute expression algébrique qui peut être obtenu par la multiplication de nombres et de lettres. Les lettres sont appelées **variables** du monôme.

Exemples : $5x$ $7x^3$ $-\frac{1}{2}xy^2$ 12 sont des monômes.

Contre-exemples : $\frac{1}{2x}$ $x+2$ $\sqrt{x}$ 2^x ne sont pas des monômes.

Pour éviter d'avoir des écritures différentes et pour les simplifier, on note les monômes sous **forme réduite** :

- On écrit d'abord le facteur numérique, appelé **coefficient**, puis le produit des lettres, appelé **partie littérale**.
- Les lettres sont dans l'ordre alphabétique.
- Chaque lettre est écrite une seule fois, si nécessaire à l'aide d'un exposant.
- Les $\cdot$ ne sont pas écrits.
- Si le coefficient vaut 1, on ne le note pas (sauf si il n'y a pas de partie littérale).
  De même, si le coefficient est -1, on n'écrit que $-$ devant la partie littérale.

Exemples : Écrire les monômes ci-dessous sous forme réduite, puis déterminer leur coefficient et leur partie littérale :

a) $2x \cdot (-0{,}5) \cdot x$

b) $4 \cdot b \cdot a \cdot n \cdot a \cdot n \cdot e \cdot s$

c) 7

d) $\frac{3x}{5}$

e) $\sqrt{5}\,x^3y^7x^4yz$

f) $\frac{1}{9} \cdot x \cdot 9 \cdot x^5 \cdot y$

Deux monômes sont dits **semblables** s'ils ont la même partie littérale.

Exemples : $5x$ et $-3x$ ou $5xyz$ et $-\frac{3}{4}zxy$ sont semblables, mais pas $5x$ et $5x^3$, ni xy^2 et x^2y.

Degré d'un monôme

Le **degré d'un monôme relativement à une variable** est l'exposant de cette lettre dans la forme réduite du monôme.

Le **degré d'un monôme** est la somme de tous les degrés de ce monôme relativement à chacune de ses variables.

Exemples : Pour chacun des monômes ci-dessous, déterminer son degré, ainsi que son degré relativement à chaque variable :

a) $25xy^2z^3$ b) $4a$ c) 12

Multiplication de monômes

Pour **multiplier des monômes**, on multiplie les coefficients entre eux et les parties littérales entre elles.

Exemples :

a) $(-5x)\cdot(-3) =$

b) $(+0{,}5x)\cdot(-0{,}03x) =$

c) $(-\frac{2}{7}x^9)\cdot(\frac{3}{11}x^4) =$

d) $(\frac{xy^3}{9})\cdot(36x^4y^2) =$

e) $(-2a)^3 =$

f) $(-0{,}5a^5)^2 =$

Le résultat d'un produit de deux monômes est un monôme dont le degré et la somme des degrés des deux facteurs.

Exemples : Calculer les degré des monômes de l'exemple précédent :

a) degré de $-5x =$
degré de $-3 =$
degré de $(-5x)\cdot(-3) =$

b) degré de $+0{,}5x =$
degré de $-0{,}03x =$
degré de $(+0{,}5x)\cdot(-0{,}03x) =$

c) degré de $-\frac{2}{7}x^9 =$
degré de $\frac{3}{11}x^4 =$
degré de $(-\frac{2}{7}x^9)\cdot(\frac{3}{11}x^4) =$

d) degré de $\frac{xy^3}{9} =$
degré de $36x^4y^2 =$
degré de $(\frac{xy^3}{9})\cdot(36x^4y^2) =$

e) degré de $-2a =$
degré de $(-2a)^3 =$

f) degré de $-0{,}5a^5 =$
$(-0{,}5a^5)^2 =$

Addition et soustraction de monômes

Pour **additionner (ou soustraire)** des monômes semblables, on conserve la partie littérale commune et on additionne (ou soustrait) les coefficients.

Si les monômes ne sont pas semblables, on ne peut pas simplifier l'écriture de leur somme ou différence.

Exemples :

a) $5x - 8x - (-2x) + x =$

b) $9x^2 + (-11x^2) + x^2 =$

c) $4x^2y + x^2y =$

d) $8x^2y - 5xy^2 =$

e) $-\frac{5x}{7} - \frac{4}{21}x + 2a =$

Les polynômes

On appelle **polynôme** toute somme ou différence de monômes.

Exemples : $-x^2 - 3x + 4$ et $\frac{4}{5}x^3y + xy^3$ sont des polynômes.

Contre-exemples : $\frac{1}{2x}$ $\sqrt{x}$ 2^x ne sont pas des polynômes.

Remarque : Un monôme est un polynôme.

Pour éviter d'avoir des écritures différentes et pour les simplifier, on note les polynômes sous **forme réduite** :

- On écrit chacun de ses monômes sous forme réduite.
- On regroupe les monômes semblables.
- On écrit les monômes du degré le plus élevé au degré le plus petit.

Exemple : Réduire $-x^2 - 3 \cdot x + 4 + 9x - 4x \cdot x + x \cdot 8$.

Degré d'un polynôme

Le **degré d'un polynôme relativement à une variable** est donné par la plus grande puissance de cette lettre dans le polynôme.

Le **degré d'un polynôme** est le plus grand degré des monômes qui le constituent.

Exemples : Déterminer le degré des polynômes relativement à chaque variable, ainsi que leur degré.

a) $x^2 + 3x + 7$

b) $4x^3 + 7xyz^3$

Opposé d'un polynôme

Pour déterminer **l'opposé d'un polynôme**, il faut changer le signe de chaque monôme qui le constitue.

Exemple : Déterminer l'opposé de $-5x^2 - \frac{1}{3}x + 5$.

Addition et soustraction de polynômes

Pour **additionner deux polynômes**, on additionne les monômes qui les constituent.

Exemples :

a) $(x^2 + 2x + 3) + (2x^2 + \frac{2}{3}x + 7) =$

b) $(3b)^2 + (4b^2 - 2b) + 2b =$

Pour **soustraire deux polynômes**, on additionne au premier polynôme l'opposé du second.

Exemples :

a) $(x^2 + 2x + \frac{1}{7}) - (2x^2 + 3x - 7) =$

b) $4 - [y - (-2 + 3y)] =$

Multiplication de polynômes

Rappel : La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et la soustraction :

$$7 \cdot 23 = 7 \cdot (20 + 3) = 7 \cdot 20 + 7 \cdot 3$$

$$7 \cdot 99 = 7 \cdot (100 - 1) = 7 \cdot 100 - 7 \cdot 1$$

On utilise cette propriété pour **multiplier un polynôme par un monôme** : On multiplie **chaque terme** du polynôme par le monôme.

Exemples :

a) $-7x(6x - 5) =$

b) $\frac{4}{7}(28x^2 + 3x - \frac{2}{9}) =$

c) $5xy^2(2x + 3y) =$

Remarque : La multiplication n'est pas distributive par rapport à la multiplication :

$$7 \cdot 100 = 7 \cdot (10 \cdot 10) \neq 7 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10$$

Exemple : $10(5x)(4x^2) \neq (50x)(40x^2)$

Par contre, on peut utiliser **l'associativité** de la multiplication :

$$7 \cdot (10 \cdot 10) = (7 \cdot 10) \cdot 10 = 7 \cdot 10 \cdot 10$$

Exemple : $10(5x)(4x^2) = (50x)(4x^2) = 200x^3$

Pour multiplier deux polynômes, on utilise la distributivité autant de fois que nécessaire.

Exemples :

a) $(2x + 1) \cdot (3x - 5) =$

b) $(x^2 - 3x + 4) \cdot (-x^2 + 5x) =$

Nous reprendrons la multiplication entre polynômes dans un prochain chapitre.

4.3 Équations du premier degré

Une **équation** est une égalité entre deux expressions littérales, qui peut être juste ou fausse selon les valeurs attribuées aux lettres.

Exemple : $8x + 3 = 38 + x$ est une égalité qui n'est vraie que si $x = 5$.

Son écriture se compose de trois parties : le **membre de gauche** de l'équation, le **signe d'égalité** et le **membre de droite** de l'équation.

Les lettres utilisées dans l'écriture d'une équation sont appelées **inconnues**.

On cherche la ou les valeurs à leur donner pour que l'égalité soit vraie. Ces valeurs sont appelées **solutions de l'équation**.

Exemple : Quelles sont les solutions de l'équation $2x^2 + x + 1 = 1 - 3x$ parmi les valeurs -2, -1, 0, 1, 2 ?

Résoudre une équation signifie déterminer l'ensemble de ses solutions. On note $\mathcal{S}$ cet ensemble.

Équations équivalentes

Deux équations **équivalentes** ont le **même ensemble de solutions**. On indique que deux équations sont équivalentes par le symbole $\iff$ entre elles.

Deux équations sont équivalentes si on a utilisé les **principes d'équivalence** pour passer de l'une à l'autre.

- **1er principe d'équivalence :**
  On obtient une équation équivalente à une équation donnée si on **réduit** les membres de l'équation par les règles du calcul littéral.

  Exemple : Expliquer pourquoi $4 - 2(3x - 5) = 0$ est équivalente à $-6x + 14 = 0$.

- **2e principe d'équivalence :**
  On obtient une équation équivalente à une équation donnée en **additionnant** ou en **soustrayant** à chacun des membres de l'équation la même expression.

  Exemple : Expliquer pourquoi $3x + 5 = 7 - 2x$ est équivalente à $5x = 2$.

- **3e principe d'équivalence :**
  On obtient une équation équivalente à une équation donnée en **permutant** le membre de gauche et le membre de droite.

  Exemple : $7 = 3x$ est équivalente à $3x = 7$.

- **4e principe d'équivalence :**
  On obtient une équation équivalente à une équation donnée en **multipliant** ou en **divisant** chacun des membres de l'équation par une même expression **non nulle**.

  Exemple : Expliquer pourquoi $4x = 20$ est équivalente à $x = 5$.

Exemple : Expliquer pourquoi $3x = 4x$ n'est pas équivalente à $3 = 4$.

Degré d'une équation

Une équation est dite **sous forme canonique** si l'un de ses membres est nul et l'autre est réduit.

Exemples : Les équations suivantes sont sous forme canonique :

$$8x + 9 = 0 \qquad 4y^2 - \frac{2}{9}y + 9 = 0 \qquad 0{,}1x^3 - 100 = 0$$

Le **degré** d'une équation est le degré du polynôme de l'équation canonique équivalente.

Exemples : $8x + 9 = 0$ est de degré 1 $4y^2 - \frac{2}{9}y + 9 = 0$ est de degré 2.

Mais $x^7 + x^3 = x^7 + 27$ est de degré 3 car elle est équivalente à $x^3 = 27$.

Remarque : Une équation de degré n possède au plus n solutions.

Résolution d'une équation de degré 1

Lorsqu'on veut **résoudre une équation du premier degré**, on procédera de la manière suivante :

- Réduire l'équation.

  Exemple : $4(x-9) = 27 - 5x \iff 4x - 36 = 27 - 5x$

- Isoler l'inconnue.

  Exemple : $4x - 36 = 27 - 5x \iff 9x = 63$

- Trouver l'inconnue dans l'un des membres de l'équation.

  Exemple : $9x = 63 \iff x = 7 \iff \mathcal{S} = \{7\}$

Après avoir déterminé l'ensemble des solutions $\mathcal{S}$, il est bon de **faire la vérification**, en remplaçant l'inconnue par la ou les valeurs trouvées.

Exemples : Résoudre les équations suivantes.

a) $3x + 1 = x + 7$

b) $x + 5 = 2(x + 2) - (4x + 14)$

c) $\frac{y}{2} - \frac{3y}{5} = \frac{y-3}{4} - \frac{27}{20}$

d) $\frac{2}{7}(3x + 5) = 9 - \frac{3-x}{7}$

On rencontre parfois des équations qui ont l'air d'être du premier degré, mais qui n'en sont pas. Au cours de la résolution, l'inconnue disparaît. L'équation est de degré 0.

Deux cas peuvent se présenter :

- L'équation obtenue n'est **jamais vraie**. Il n'y a pas de solution :

  par exemple : $5 = -3$ ou $0 = 8$ $\Longrightarrow$ $\boxed{\mathcal{S} = \varnothing}$

- L'équation obtenue est **toujours vraie**. Tous les nombres réels sont des solutions :

  par exemple : $-5 = -5$ ou $0 = 0$ $\Longrightarrow$ $\boxed{\mathcal{S} = \mathbb{R}}$

Exemples : Résoudre.

a) $3 + 4x - (7x - 10) = 13 - 3x$

b) $2 + 9x = 3(4 + 3x)$

4.4 Équations du premier degré : Applications

Pour résoudre des problèmes, on procède de la manière suivante :

- lire soigneusement tout le problème et faire éventuellement un **croquis** de la situation ;
- déterminer la grandeur à trouver, y compris son unité, et lui attribuer une **inconnue** ;
- poser **l'équation** exprimant la situation décrite ;
- **résoudre** l'équation ;
- contrôler que l'on a trouvé **tout** ce qui était demandé ;
- donner la réponse au problème à l'aide d'une **phrase**, sans oublier les **unités**.

Exemples :

a) On distribue une somme de CHF $100.-$ à trois enfants : Paul, Marc et Jean. On suppose que Paul reçoit CHF $20.-$ de plus que Marc et CHF $30.-$ de moins que Jean.
Combien d'argent chacun a-t-il reçu ?

b) Mes notes de mathématiques sont les suivantes : $3 / 5{,}5 / 5 / 3{,}5 / 4$.
Combien dois-je faire au dernier test pour avoir au moins $4{,}25$ de moyenne ?

c) Un carré et un rectangle ont le même périmètre. Le côté du carré mesure 3 cm de plus que la largeur du rectangle. La longueur du rectangle est de 10 cm. Quelle est la mesure du côté du carré ?

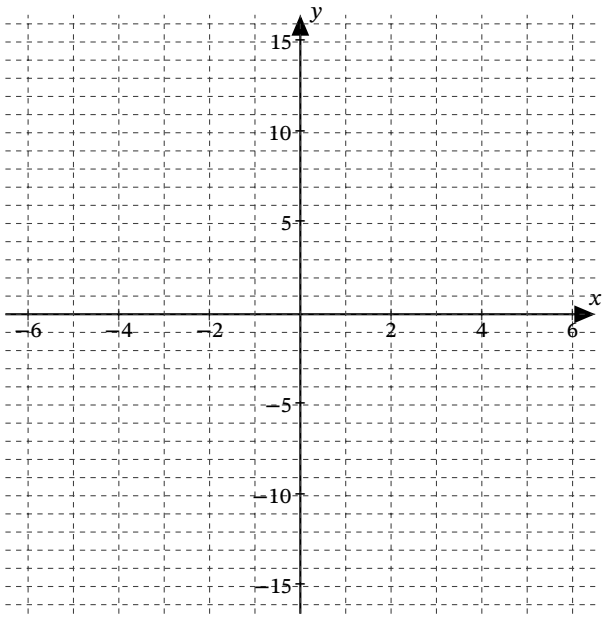
d) J'ai acheté 10 kg de petits fruits pour faire de la confiture. Il y avait des framboises à $7.-$ frs le kg et des cassis à $4{,}50$ frs le kg. Combien de kg de chaque sorte ai-je acheté si j'ai payé $54.-$ frs en tout ?

4.5 Liens entre fonctions et équations

Les fonctions permettent de résoudre graphiquement les équations.

Exemples :

a) Soit $f(x) = 3x - 5$ et $g(x) = -\frac{1}{2}x - 12$. Représenter graphiquement ces deux fonctions et donner les coordonnées de leur point d'intersection.



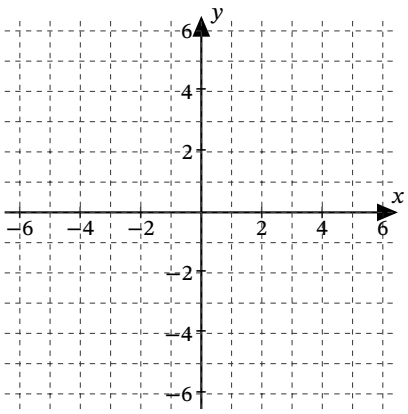
b) Résoudre algébriquement l'équation $3x - 5 = -\frac{1}{2}x - 12$.

c) Quel est le lien entre les deux questions précédentes ?

d) Résoudre graphiquement l'équation $3x - 5 = \frac{1}{3}x + 11$ sur le graphique ci-dessus.

e) Résoudre algébriquement puis graphiquement les équations :

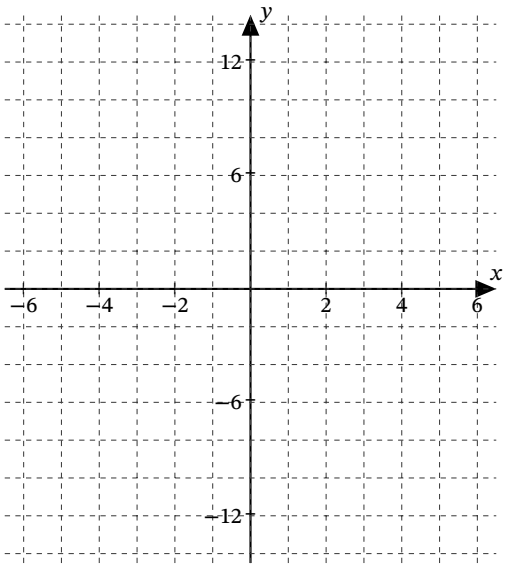
$-\frac{1}{3}x + 3 = -\frac{1}{3}x - 2$ et $-\frac{1}{3}x + 3 = 3 - \frac{1}{3}x$


y
x
6
4
2
−6
−4
−2
2
4
6
−2
−4
−6

Les équations sont utiles pour répondre à certaines questions concernant les fonctions.

Exemples :

a) Soit $f(x) = 3x - 5$. Déterminer par calcul ou algébriquement les valeurs demandées. Indiquer les valeurs obtenues sur le graphique.



(i) le zéro

(ii) l'ordonnée à l'origine

(iii) la préimage de 6

(iv) l'image de 5

b) Les points $A(12\,;\ldots\ldots)$ et $B(\ldots\ldots\,;12)$ appartiennent au graphe de $f(x) = 3x - 5$. Déterminer les coordonnées manquantes.

c) Quelles sont les questions parmi les précédentes qui ont nécessité une équation ?

d) Quelles sont les coordonnées exactes du point d'intersection des droites d'équations $y = 3x - 5$ et $y = \frac{1}{2}x + 2$.

e) Esquisser le graphe de la fonction affine telle que $f(-6) = 5$ et $f(3) = 1$, puis déterminer son expression.

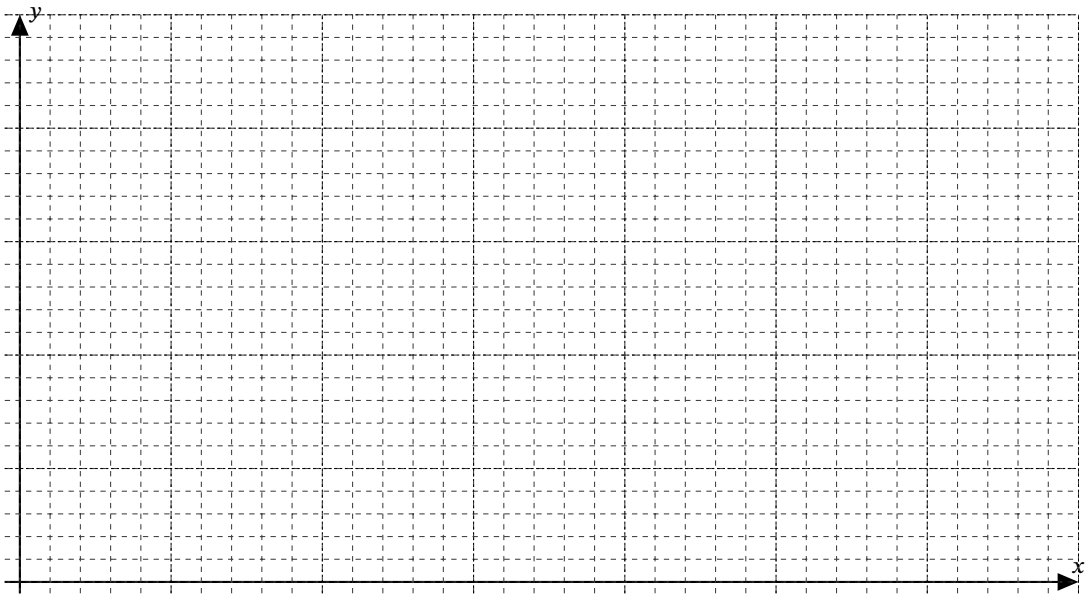
4.6 Lien entre fonctions et équations : Applications

Exemple : Sarah part de chez elle pour aller à l'école. On suppose que sa vitesse est constante.

Elle constate 10 minutes plus tard qu'il lui reste encore 1650 m à parcourir.

28 minutes après être partie, elle n'a plus que 300 mètres à faire.

a) Faire l'esquisse du graphique qui représente la distance **qui reste à parcourir** en fonction du nombre de minutes écoulées depuis son départ de la maison. Indiquer les valeurs données dans la consigne et les noms des axes.



b) Quelle est l'expression de la fonction qui donne la distance qui reste à parcourir en fonction du nombre de minutes écoulées depuis son départ de la maison ?

c) Quelle est la distance totale entre la maison et l'école ?

d) Combien de temps met-elle en tout pour aller à l'école ?

4.7 Inéquations du premier degré

Une **inéquation à une inconnue** est une inégalité entre deux expressions littérales comportant des nombres et une inconnue qui peut être juste ou fausse selon les valeurs attribuées à la variable.

Son écriture se compose de trois parties : le **membre de gauche** de l'inéquation,
le **signe d'inégalité** ($<$, $\leq$, $>$, $\geq$) et le **membre de droite** de l'inéquation.

Un nombre réel est une **solution** de l'inéquation si elle est vraie lorsqu'on remplace l'inconnue par ce nombre.

Exemples : Parmi les valeurs -10, -3, 0 et 10, lesquelles sont solutions des inéquations ci-dessous ?

a) $5x > -15$

b) $x + 9 \geq -2x$

Le vocabulaire utilisé pour les inéquations est exactement le même que celui utilisé pour les équations. Les termes **résoudre** une inéquation, **ensemble de solutions** d'une inéquation et **équivalence** d'inéquations se définissent de manière identique à ce qui a été vu précédemment.

Généralement, une inéquation possède une infinité de solutions. L'ensemble des solutions sera donné par un **intervalle**. On peut le représenter sur la droite des nombres réels.

Rappel :

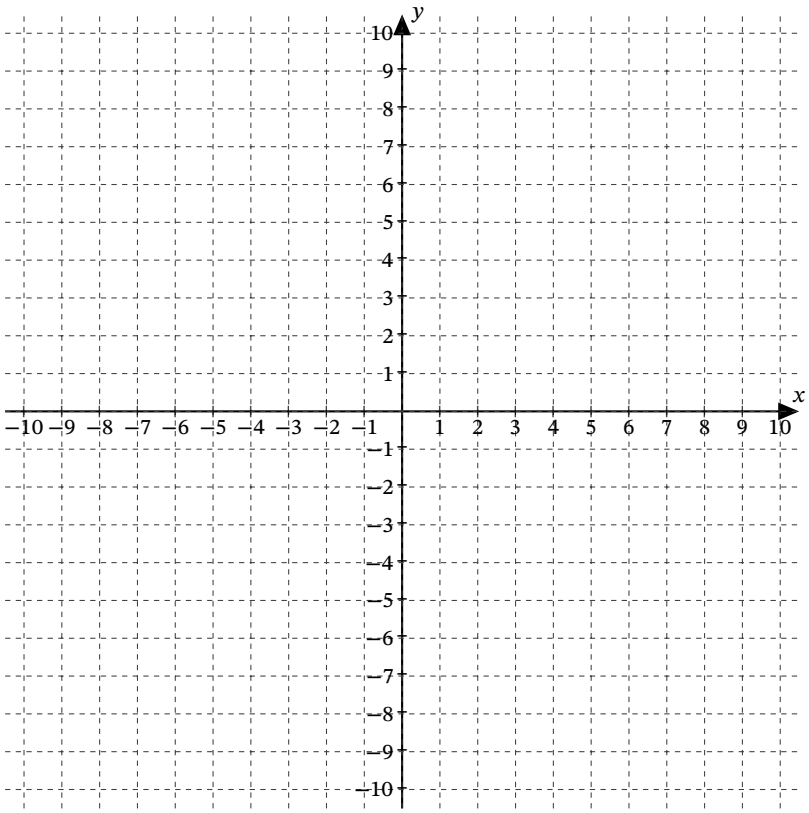
Inéquation	Intervalle	Représentation graphique
$x \leq 7$		
$x < 7$		
$x \geq 7$		
$x > 7$		

Résolution par voie graphique

Appelons $f(x)$ le membre de gauche de l'inéquation et $g(x)$ le membre de droite.

La méthode par voie graphique consiste à tracer dans un même système d'axes les droites définies par $y = f(x)$ et $y = g(x)$. On observe ensuite pour quelles valeurs de x on obtient des images respectant l'inégalité voulue.

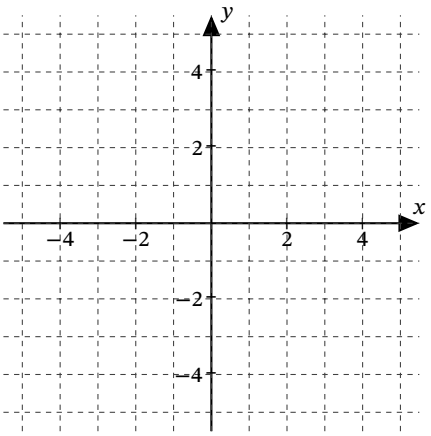
Exemple : Résoudre l'inéquation $x + 2 > -2x - 1$ par voie graphique.

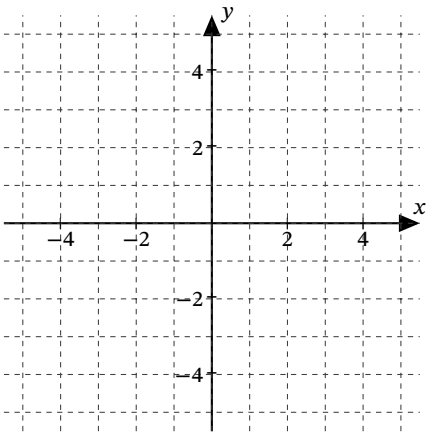


Résolution algébrique

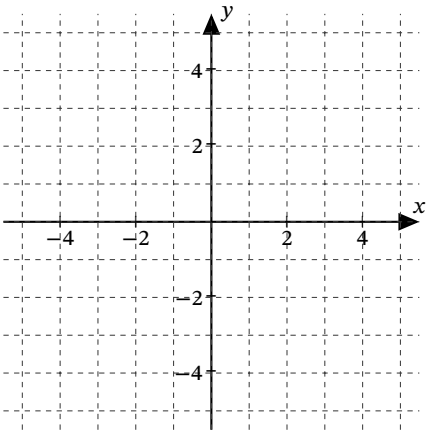
Résoudre ces inéquations par voie graphique et en déduire les implications ci-dessous.

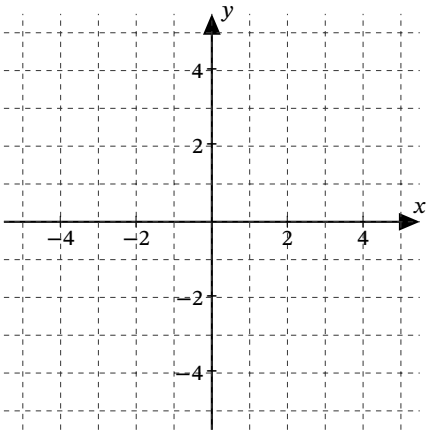
a) $x+3>1$ b) $x-3>1$ c) $2x \leq x-1$ d) $0 \leq 4-x$





e) $3x>3$ f) $-3x>3$ g) $\frac{1}{4}x \geq 1$ h) $-\frac{1}{4}x \geq 1$





a) $x+3>1 \iff x> \ldots\ldots$

b) $x-3>1 \iff x \ldots \ldots\ldots$

c) $2x \leq x-1 \iff x \ldots \ldots\ldots$

d) $0 \leq 4-x \iff x \ldots \ldots\ldots$

e) $3x>3 \iff x \ldots \ldots\ldots$

f) $-3x>3 \iff x \ldots \ldots\ldots$

g) $\frac{1}{4}x \geq 1 \iff x \ldots \ldots\ldots$

h) $-\frac{1}{4}x \geq 1 \iff x \ldots \ldots\ldots$

La méthode algébrique se base sur l'utilisation des quatre **principes d'équivalence** suivants :

- **1er principe d'équivalence**

  On obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée en réduisant les membres de l'inéquation par les règles du calcul littéral.

  Exemple :

  $$2(3x+5) > 4x-3 \iff 6x+10 > 4x-3$$

- **2e principe d'équivalence**

  On obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée en additionnant ou en soustrayant à chacun des membres de l'inéquation la même expression.

  Exemples :

  $$6x+10 > 4x-3 \iff 2x > -13$$
  $$6x+10 > 4x-3 \iff 13 > -2x$$

- **3e principe d'équivalence**

  On obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée en permutant le membre de gauche et le membre de droite, puis en changeant le sens de l'inégalité.

  Exemple :

  $$13 > -2x \iff -2x < 13$$

- **4e principe d'équivalence**

  On obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée en multipliant ou en divisant chacun des membres de l'inéquation par un nombre strictement positif.
  On obtient une inéquation équivalente à une inéquation donnée **en multipliant ou en divisant** chacun des membres de l'inéquation **par un nombre strictement négatif**, puis **en changeant le sens de l'inégalité**.

  Exemples :

  $$2x > -13 \iff x > -\frac{13}{2}$$
  $$-2x < 13 \iff x > -\frac{13}{2}$$

Lorsqu'on veut résoudre algébriquement une inéquation du premier degré à une inconnue, il faut isoler l'inconnue dans l'un des membres de l'inéquation en utilisant les principes d'équivalence.

Après avoir déterminé l'ensemble des solutions $\mathcal{S}$, il est bon de vérifier s'il est correct, en remplaçant la variable par une valeur.

Exemples :

a) Résoudre l'inéquation $2(2x+3) < 6(x-2)+10$

b) Résoudre l'inéquation $\frac{2x-3}{4} + 6 \geq 2 + \frac{4x}{3}$

Cas particuliers

a) Résoudre l'inéquation $6x - 10 < 2(3x-5)$.

b) Résoudre l'inéquation $6x - 10 \leq 2(3x-5)$.

c) Résoudre l'inéquation $6x - 10 < 2(3x-4)$.

d) Résoudre l'inéquation $6x - 10 > 2(3x-4)$.

e) Résoudre l'inéquation $6x - 10 \geq 2(3x-4)$.

5 Degré 2 et plus

5.1 Multiplications de polynômes

Rappel : La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et la soustraction :

$$\begin{aligned} 47 \cdot 23 &= 47 \cdot (20 + 3) = 47 \cdot 20 + 47 \cdot 3 \\ &= 40 \cdot 20 + 7 \cdot 20 + 40 \cdot 3 + 7 \cdot 3 \end{aligned}$$

$$\text{donc } (40 + 7) \cdot (20 + 3) = 40 \cdot 20 + 7 \cdot 20 + 40 \cdot 3 + 7 \cdot 3$$

Pour multiplier deux polynômes, il faut donc **distribuer** : On multiplie chaque terme du premier polynôme avec chaque terme du second polynôme et on additionne tous ces produits.

Exemples : Effectuer les multiplications et réduire.

a) $(x - 7)(x + 1) =$

b) $(x + y)(7xy - 3) =$

c) $(7x + 10)^2 =$

d) $\left(x^2 + 3\right)\left(x^3 - 3x + 2\right) =$

e) $(x - 5)(x + 3)(x + 5) =$

5.2 Factorisation par mise en évidence

Factoriser un polynôme, c'est l'écrire sous forme de produit de polynômes dont les degrés sont les plus petits possibles, donc d'une multiplication de **facteurs**.

- Effectuer et réduire : $(x+2)(x+5) = x^2+2x+5x+10 = x^2+7x+10$
- Factoriser : $x^2+7x+10 = (x+2)(x+5)$

Une première manière de factoriser est la **mise en évidence** :

- Effectuer et réduire : $-7x(2x-3) = -14x^2+21x$
- Mettre en évidence : $-14x^2+21x = \underline{(-7x)}\cdot 2x+\underline{(-7x)}\cdot(-3) = -7x(2x-3)$

On commence par repérer **le "plus grand diviseur" commun à tous les termes du polynôme à décomposer** et on complète l'autre facteur de manière à ce que le résultat de la multiplication corresponde au polynôme de départ.

Exemples : Mettre en évidence.

a) $-12x^3+6x^2-120x =$

b) $\frac{1}{10}x^5-4x^3 =$

5.3 Factorisation par identités remarquables

Observations :

A) Effectuer et réduire $(x+10)^2$ et $(x-10)^2$.

B) Comparer les coefficients du polynôme obtenu avec les facteurs de départ.

$$\boxed{(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2} \qquad \boxed{(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2}$$

Justifications :

Exemples :

1) Effectuer et réduire à l'aide de l'identité remarquable.
   a) $(x+15)^2 =$

   b) $(13x-1)^2 =$

   c) $(4x^3+5)^2 =$

   d) $(\frac{1}{6}x^5-3)^2 =$

2) Factoriser.
   a) $x^2+14x+49 =$

   b) $x^2-6x+9 =$

   c) $25x^2-20x+4 =$

Remarque : Pour factoriser à l'aide de ces deux identités remarquables, il est important de vérifier le double produit :

$$9x^2 - 10x + 1 \neq (3x-1)^2$$

Observations :

A) Effectuer et réduire $(x+14)(x-14)$.

B) Comparer les coefficients du polynôme obtenu avec les facteurs de départ.

$$\boxed{(A+B)(A-B)=A^2-B^2}$$

Justification :

Exemples :

1) Effectuer et réduire à l'aide de l'identité remarquable.
   a) $(2x+3)(2x-3)=$

   b) $(\sqrt{7}+x)(\sqrt{7}-x)=$

   c) $(4-5x)(5x+4)=$

2) Factoriser.
   a) $25x^2-9=$

   b) $1-\frac{25}{144}x^2=$

   c) $x^4-81=$

5.4 Factorisation des trinômes unitaires de degré 2

Observations :

A) Effectuer et réduire $(x+7)(x+11)$.

B) Comparer les coefficients du polynôme obtenu avec les facteurs de départ.

C) Utiliser ces observations pour obtenir la réponse réduite directement.

a) $(x+8)(x+10) =$

b) $(x-8)(x-10) =$

c) $(x-8)(x+10) =$

d) $(x+8)(x-10) =$

Les polynômes sont de la forme $\boxed{x^2+sx+p}$ où s et p sont des nombres. On les appelle des **trinômes unitaires**.

Lorsqu'on effectue et réduit $(x+a)(x+b)$, on obtient :

$$(x+a)(x+b) = x^2+ax+bx+ab = x^2+(a+b)x+ab$$

Donc pour factoriser x^2+sx+p, on doit trouver deux nombres a et b tels que :

$$\boxed{s=a+b \quad \text{et} \quad p=a\cdot b}$$

somme produit

Exemples : Factoriser.

a) $x^2+8x+7 =$

b) $x^2+x-6 =$

c) $x^2-9x+20 =$

d) $x^2-12-4x =$

Lorsqu'on doit **factoriser un polynôme du deuxième degré** :

- on commence par réduire et ordonner le polynôme,
- on regarde si l'on peut mettre quelque chose en évidence,
- on observe le nombre de termes, les coefficients et leurs signes pour reconnaître si l'on a affaire à une identité remarquable ou un trinôme unitaire.

Quand cela n'est pas le cas, nous utiliserons une quatrième méthode que nous verrons plus loin.

Il ne faut pas s'arrêter avant d'être sûr d'avoir **factorisé le plus possible**.

On peut aussi se servir de cette méthode pour factoriser des polynômes dont le degré est plus élevé.

Exemples :

a) $2x^7-162x^5 =$

b) $90x^2+60x+10 =$

c) $-x^2+13x-36 =$

d) $\frac{1}{10}x^4-1000 =$

5.5 Équations du deuxième degré : résolution par factorisation

Observations : Remplir ce tableau de valeurs.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x-1$							
$x+3$							
$(x-1)(x+3)$							

Observer le tableau. Quelles sont les solutions de l'équation $(x-1)(x+3)=0$?

Lorsqu'une équation a un membre factorisé et l'autre nul, ses solutions se déterminent facilement, car il suffit de trouver les zéros de chacun des facteurs.

$$\boxed{A(x)B(x)=0 \quad \Longleftrightarrow \quad A(x)=0 \text{ ou } B(x)=0}$$

Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit que l'un des facteurs soit nul.

Exemple : Résoudre l'équation $3x(x+7)(x-5)(3x+8)=0$.

Donc pour résoudre une équation de degré 2 ou plus, nous procéderons, si possible, de la manière suivante :

- Mettre l'équation sous forme canonique.
- Factoriser le polynôme obtenu.
- Trouver les zéros des facteurs.

Comme pour toute autre résolution d'équation, on conclut en écrivant l'ensemble des solutions. Il est bien sûr conseillé d'effectuer la vérification des solutions en remplaçant les solutions obtenues dans l'équation de départ.

Exemples : Résoudre.

a) $x(x+4) = -4$

b) $9x^2 - 4x = 0$

c) $9x^2 - 4 = 0$

d) $9x^2 + 4 = 0$

e) $5x^2 = 20(2x - 3)$

5.6 Équations du deuxième degré : résolution par la formule du discriminant

Observations : Peut-on résoudre l'équation $2x^2 - 3x - 2 = 0$ par factorisation ?

Certaines équations du deuxième degré ne sont pas faciles à résoudre par factorisation. Nous allons voir une formule qui permet de résoudre toutes les équations du deuxième degré.

Pour utiliser la formule, il faut d'abord mettre l'équation du deuxième degré dans sa forme canonique :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

avec $a \neq 0$, car l'équation doit être du deuxième degré.

On appelle $\Delta = b^2 - 4ac$ le **discriminant** de cette équation.

Trois cas peuvent se présenter :

- si $\Delta > 0$, l'équation possède exactement deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \qquad \text{et} \qquad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, l'équation possède exactement une solution : $x_1 = -\frac{b}{2a}$
- si $\Delta < 0$, l'équation ne possède aucune solution dans $\mathbb{R}$. On note alors $\mathcal{S} = \varnothing$.

Exemples :

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

$a =$
$b =$
$c =$
$\Delta =$

b) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

$a =$
$b =$
$c =$
$\Delta =$

c) $x^2 + x + 1 = 0$

$a =$
$b =$
$c =$
$\Delta =$

Exemples : Quelle méthode faut-il choisir pour résoudre chacune de ces équations le plus efficacement possible ?

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

b) $4x^2 = 28x - 49$

c) $5z^2 + 7z - 6 = 0$

d) $x^2 + x - 1 = 0$

e) $2x^2 - 26 = 0$

f) $2x^2 - 26x = 0$

5.7 Factorisation à l'aide la formule du discriminant

Lorsqu'un polynôme du deuxième degré ax^2+bx+c ne se factorise pas avec les méthodes vues précédemment, on peut utiliser la formule du discriminant pour le faire.

Il faut procéder de la manière suivante :

- Trouver, si elles existent, les solutions x_1 et x_2 de l'équation $ax^2+bx+c=0$. S'il n'y a qu'une solution, on prend $x_2=x_1$
- La forme factorisée de ax^2+bx+c est :

$$\boxed{a(x-x_1)(x-x_2)}$$

Si $ax^2+bx+c=0$ ne possède aucune solution, le polynôme ax^2+bx+c n'est pas factorisable. On dit qu'il est **irréductible**. C'est le cas lorsque le discriminant Δ est négatif.

Exemples : Factoriser. Pour le a) vérifier la réponse obtenue en effectuant la multiplication.

a) $2x^2-7x-4$

c) $25x^2-10x+1$

b) $\frac{1}{2}x^2-x-\frac{3}{2}$

d) x^2-x+4

En résumé :

Lorsque l'on veut factoriser un polynôme, on commence par essayer la **mise en évidence** :

$$-88x^5 - 33x^3 \quad = \quad -11x^3(8x^2 + 3)$$

La parenthèse obtenue doit, lorsque c'est possible, être encore factorisée.
Pour le deuxième degré, les différentes méthodes sont :

- Repérer une **identité remarquable** :

$$\boxed{\begin{array}{l} A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2 \\ A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2 \\ A^2 - B^2 = (A + B)(A - B) \end{array}}$$

- Décomposer un **trinôme unitaire de degré 2** :

$$\boxed{x^2 + (a + b)x + a \cdot b = (x + a)(x + b)}$$

- Utiliser la **formule du discriminant** :
  Si $\Delta = b^2 - 4ac \geqslant 0$ alors $\boxed{ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)}$

  où $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

  Si $\Delta < 0$, le polynôme n'est pas factorisable.

Exemples : Factoriser par la méthode la plus efficace.

a) $x^3 - 7x^2 + 10x$

b) $100x^2 - 130x - 30$

5.8 Équations du deuxième degré : Applications

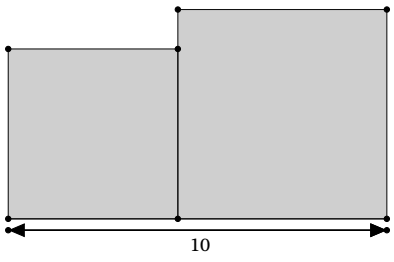
Pour résoudre un problème à l'aide d'une équation, nous procéderons de la manière suivante :

- **lire** soigneusement tout le problème et effectuer éventuellement un **croquis** de la situation ;
- déterminer l'objet ou la quantité à trouver, choisir **l'inconnue** avec son unité ;
- poser **l'équation** exprimant la situation décrite ;
- **résoudre** l'équation ;
- **contrôler** les solutions obtenues pour que le problème reste cohérent ;
- donner la réponse au problème à l'aide d'une **phrase**, sans oublier les **unités**.

Exemple : Quelles sont les dimensions d'un terrain rectangulaire dont la longueur mesure 30 m de plus que sa largeur et 30 m de moins que sa diagonale ?

Exemple : On veut créer deux pièces carrées différentes le long d'un mur de 10 m de long. L'aire de la plus grande doit être $1{,}5$ fois celle de la petite.

Quelles seront les dimensions de ces deux pièces ?



6 Compléments de calcul littéral

6.1 Fractions rationnelles

On appelle **fraction rationnelle** le quotient de deux polynômes.

Exemples :

a) $\frac{3x+1}{6x-4}$ b) $\frac{a^7+3ab}{a^2+b^3-ab}$ c) $\frac{x^2+3x+4}{9x}$

Dans ce chapitre, nous nous limiterons aux fractions rationnelles qui ont un monôme au dénominateur, tel que l'exemple c) ci-dessus.

Amplification de fractions rationnelles

En multipliant le numérateur et le dénominateur par un même facteur, on obtient une fraction équivalente.

Exemples : Compléter pour que l'égalité soit vraie.

a) $\frac{x+4}{x} = \frac{\qquad\qquad}{x^3}$

b) $\frac{x^2+3x+11}{5x^2} = \frac{\qquad\qquad\qquad\qquad}{35x^3y}$

Simplification de fractions rationnelles

En divisant le numérateur et le dénominateur par un même facteur, on obtient une fraction équivalente. On commencera donc par mettre en évidence pour repérer les facteurs communs.

Exemples : Simplifier au maximum.

a) $\frac{3x+30}{30x^4} =$

b) $\frac{15x^4-45x^3+5x^2}{5x^2} =$

Les opérations avec des fractions rationnelles se font de la même manière que celles avec les fractions numériques. Les réponses doivent être données sous forme simplifiée.

6.2 Opérations avec les fractions rationnelles

Produit de fractions rationnelles

Pour multiplier des fractions rationnelles, on factorise tous les numérateurs afin, si c'est possible, de simplifier les fractions ; puis on multiplie les numérateurs entre eux, puis on fait de même pour les dénominateurs.

Exemples :

a) $\frac{5x+20}{4x} \cdot \frac{x+4}{5x} =$

b) $\frac{25xy^4+1}{66xy^4} \cdot \frac{88x^2}{y} =$

Inverse d'une fraction rationnelle

Pour obtenir l'inverse d'une fraction rationnelle, on échange son numérateur et son dénominateur.

Exemples : L'inverse de $\frac{x^2+20}{4x}$ est $\frac{4x}{x^2+20}$.

Quotient de fractions rationnelles

Pour diviser des fractions rationnelles, on multiplie la première fraction par l'inverse de la seconde.

Exemples :

a) $\frac{35x+40}{4x} : \frac{10}{3x} =$

b) $\frac{x^4+11x^3+5x^2}{2y} : 3x^3 =$

Somme et différence de fractions rationnelles

Pour additionner (ou soustraire) des fractions rationnelles, on les met au même dénominateur, puis on additionne (ou soustrait) leurs numérateurs.

Exemples :

a) $\frac{5x+20}{4x} + \frac{x+4}{5x} =$

b) $\frac{4x+15}{4x^2} - \frac{x+3}{3x} - \frac{1}{12x^2} =$

c) $\frac{2x+y}{xy} - \frac{x^2+1}{x} - \frac{2y-1}{y^2} + x =$

6.3 Manipulations de formules

Le calcul littéral est souvent utilisé pour manipuler des formules mathématiques, physiques, … Il est souvent nécessaire d'isoler une variable afin de pouvoir la calculer à partir des autres variables de la formule.

Exemple : La formule permettant de calculer l'aire d'un trapèze est $A = \frac{(B+b)\cdot h}{2}$ où B et b sont les mesures des bases du trapèze et h sa hauteur.

a) Exprimer sa hauteur en fonction de ses bases et de son aire.

b) Exprimer une de ses bases en fonction de l'autre, de sa hauteur et de son aire.

7 Systèmes d'équations linéaires 2 x 2

Dans un problème, lorsqu'on cherche plusieurs choses, il est souvent plus simple de travailler avec plusieurs inconnues. Pour déterminer les valeurs de ces inconnues, il faudra avoir autant d'équations que d'inconnues. Ces équations forment ce qu'on appelle un **système d'équations**.

Une équation à deux inconnues x et y est **linéaire** lorsqu'elle est équivalente à une équation de la forme :

$$ax + by = c \qquad \text{avec } a,b,c \in \mathbb{R}$$

La forme $ax + by = c$ est dite forme **normale** de l'équation.

Un **système d'équations linéaires 2 x 2** est composé de deux équations linéaires qui ont au total deux inconnues que l'on considère simultanément. Une accolade indique que les équations forment un système.

Exemples :

a) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 6x - 5y = -21 \\ -2x = 7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = -3y - 5 \\ 2x + 11 = 5y \end{cases}$

Résoudre un système d'équations revient à trouver l'ensemble des couples de nombres de la forme $(x\,;y)$ qui vérifient toutes les équations simultanément. Le premier élément du couple correspond à la valeur de la première inconnue x et le deuxième élément la valeur de la deuxième inconnue y.

On notera $\mathcal{S} = \{(1\,;2)\}$, si la seule solution du système est $(1\,;2)$.

Exemples : Parmi les couples $(1\,;0)$, $(3\,;2)$ et $(-7\,;7)$, déterminer ceux qui sont solutions des systèmes d'équations ci-dessous.

a) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x = 14 - 4y \end{cases}$

7.1 Résolution par substitution

Pour résoudre un système d'équations, on peut utiliser la **méthode par substitution**.

- **Isoler** une des inconnues d'un côté d'une des équations pour obtenir **l'équation de substitution**.
- **Substituer** l'inconnue par le résultat dans l'autre équation du système.
- **Résoudre** l'équation à une inconnue obtenue.
- Calculer la deuxième inconnue à l'aide de **l'équation de substitution** et la valeur obtenue.

Exemples :

a) $\begin{cases} 3x - 5y = 10 \\ x + 2y = 7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = -7 \\ 3x - y = 15 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x + 5y = 11 \\ 7y - 24 = 3x \end{cases}$

On observe que cette méthode n'est pas toujours pratique.

On l'utilisera surtout quand une des équations a ± 1 pour coefficient de x ou de y.

Remarque : La méthode de résolution par substitution est également utilisable lorsque les équations ne sont pas linéaires.

7.2 Résolution par combinaisons linéaires

Pour résoudre un système d'équations linéaires, on peut aussi utiliser la **méthode de résolution par combinaisons linéaires**.

- Mettre les équations sous **forme normale**.
- **Amplifier** chaque équation par un nombre, de sorte que le coefficient d'une des inconnues dans la première équation soit **opposé** à celui de la même inconnue dans la deuxième équation.
- **Additionner** membre à membre les deux équations obtenues. Une inconnue sera ainsi éliminée.
- **Résoudre** l'équation à une inconnue.
- Trouver l'autre inconnue, soit en **substituant** celle obtenue dans une des équations de départ, soit en reprenant depuis le début et en faisant une combinaison linéaire qui élimine l'autre inconnue.

Exemples : Résoudre les systèmes d'équations par combinaisons linéaires.

a) $\begin{cases} 2x + 5y = -7 \\ 3x - y = 15 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 5y = 11 \\ 7y - 24 = 3x \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3y - 6 = 7x \\ 5x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$

Comparer les résolutions du a) et du b) avec celles du b) et du c) de la page précédente. Comment peut-on reconnaître la méthode à choisir ?

En général, un système linéaire 2 x 2 a une unique solution.

Cependant, on peut rencontrer les cas particuliers suivants :

- Un système est **impossible** s'il n'admet pas de solution. On note alors $\mathcal{S} = \varnothing$.
- Un système est **indéterminé** s'il admet une infinité de solutions. (Voir l'exemple b) ci-dessous pour la notation de l'ensemble des solutions.)

Exemples :

a) $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 4x - 6y = 9 \end{cases}$

En examinant ce système, on observe que les membres de gauche des équations sont le double l'un de l'autre, mais ce n'est pas le cas pour les membres de droite.

b) $\begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 4x - 6y = 12 \end{cases}$

En examinant ce système, on observe que les membres de gauche des équations sont le double l'un de l'autre, idem pour ceux de droite. Les deux équations sont donc **équivalentes**.

Le système admet une infinité de solutions.

Vérifier que $(6\,;2)$ et $(0\,;-2)$ sont des solutions de ce système et trouver d'autres solutions.

7.3 Liens avec la représentation graphique

Nous avons vu que $y = mx + h$, pour m et $h \in \mathbb{R}$, est l'équation d'une droite.

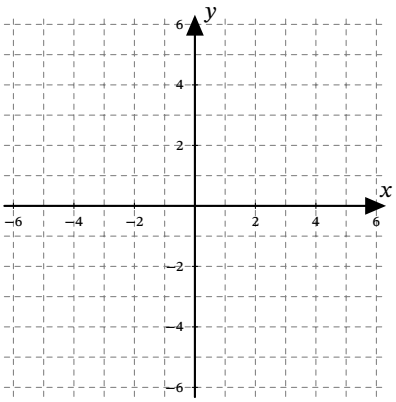
De manière plus générale, toute équation de la forme $ax + by + c = 0$, pour a, b et $c \in \mathbb{R}$, est l'équation d'une droite si a et b ne sont pas les deux nuls.

En effet, cette équation est équivalente à $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$ si $b \neq 0$.

Et si $b = 0$, l'équation $ax + c = 0$ est équivalente à $x = -\frac{c}{a}$. Il s'agit donc d'une droite verticale.

Une manière de représenter une droite donnée sous la forme $ax + by + c = 0$ est de **chercher sa pente et son ordonnée à l'origine**.

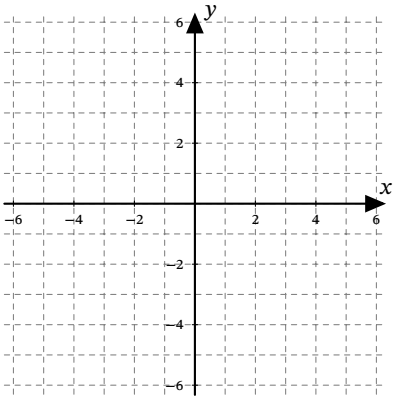
Exemples : Déterminer la pente et l'ordonnée à l'origine de ces droites, puis les représenter graphiquement.



- $d_1 : 2x + 3y + 6 = 0$
- $d_2 : x - 2y = 0$
- $d_3 : 3x - 15 = 0$
- $d_4 : 2y + 4 = 0$

Une autre manière de les représenter est de **calculer les coordonnées de deux points** de la droite, par exemple les intersections avec les axes.

Exemples :

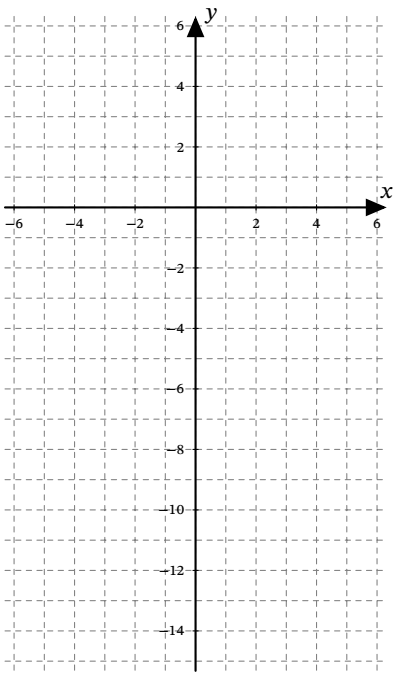


- $d_1 : 2x + 3y + 6 = 0$
- $d_2 : x - 5y + 10 = 0$
- $d_3 : 3x - 15y = 0$

Observations :

a) Représenter graphiquement les droites données par les équations :

$$d : x + 3y + 5 = 0 \qquad d' : 3x - y = 15$$



b) Résoudre algébriquement le système :

$$\begin{cases} x + 3y + 5 = 0 \\ 3x - y = 15 \end{cases}$$

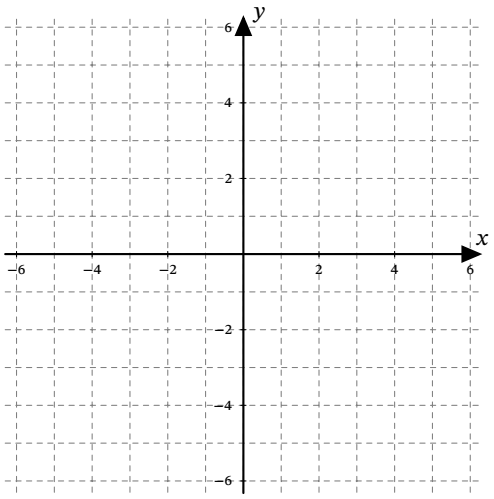
c) Quels sont les liens entre ce système et les deux droites représentées au point a) ?

À chaque équation d'un système linéaire de 2 équations à 2 inconnues correspond une droite.

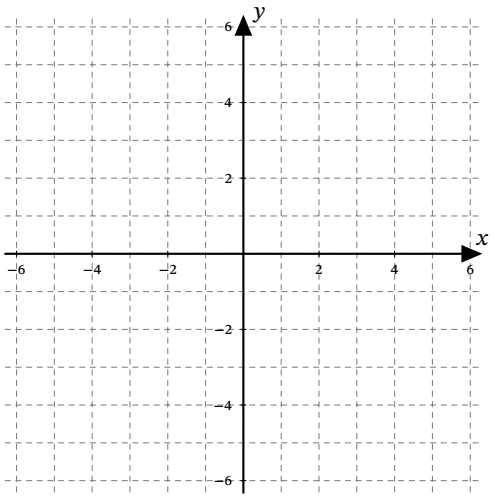
Lorsque le système est **déterminé**, il a une unique solution, elle donne les coordonnées du point d'intersection de ces 2 droites.

Exemples : Résoudre graphiquement et algébriquement.

a) $\begin{cases} 3x + 2y - 6 = 0 \\ x = -1 \end{cases}$



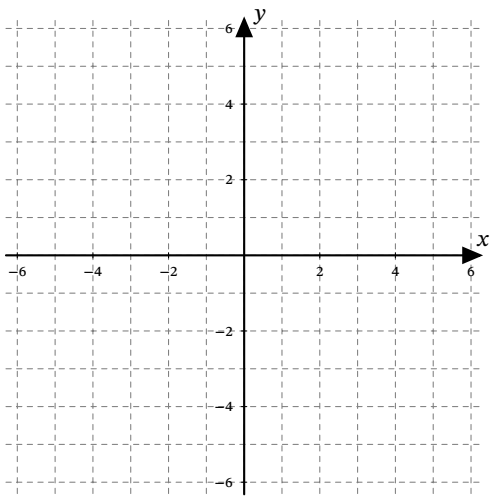
b) $\begin{cases} 3x - 2y + 6 = 0 \\ -3x - 3y = 6 \end{cases}$



Lorsque le système est **impossible**, il n'a pas de solution, les 2 droites sont parallèles.

Exemple : Résoudre graphiquement et algébriquement.

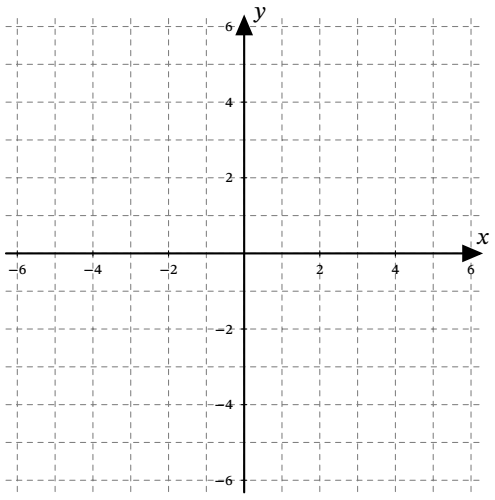
$$\begin{cases} y = \frac{3}{5}x - 2 \\ 3x = 5y \end{cases}$$



Lorsque le système est **indéterminé**, les 2 droites sont confondues et tout point de cette droite est une solution du système.

Exemple : Résoudre graphiquement et algébriquement.

$$\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y - 1 = 0 \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$



7.4 Applications

Les systèmes d'équations sont souvent utilisés pour la résolution de problèmes. La marche à suivre est semblable à celle vue pour les problèmes à une inconnue :

- **Lire** soigneusement tout le problème et faire éventuellement un **croquis** de la situation.
- Déterminer les grandeurs à trouver, y compris leurs unités, et leur attribuer les **inconnues**.
- Poser les **équations** exprimant la situation décrite.
- **Résoudre** le système.
- **Contrôler** que l'on a trouvé tout ce qui était demandé.
- Donner la réponse au problème à l'aide d'une **phrase**, sans oublier les **unités**.

Exemple : Un agriculteur a une exploitation de 100 hectares sur laquelle poussent des laitues et des choux.

Chaque hectare de choux nécessite 600 heures de travail, et chaque hectare de laitues nécessite 400 heures de travail.

Si l'on dispose de $45'000$ heures et que tout le terrain et toute la main-d'oeuvre doivent être utilisés, trouver le nombre d'hectares de chaque légume qu'il faudrait planter.

Exemple : À l'aide d'un système d'équations, calculer les coefficients m et h de l'équation $y = mx + h$ de la droite passant par les points $A(-1\,;-2)$ et $B(2\,;-1)$.

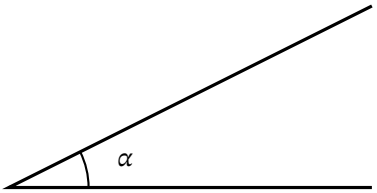
8 Trigonométrie

8.1 Les angles

Inventée par les Grecs il y a plus de 2000 ans, la trigonométrie est la science qui s'occupe des relations entre les longueurs des côtés des triangles et la mesure de leurs angles.

Le mot « trigonométrie » dérive des racines grecques *tri* (trois), *gonôs* (angles) et *metron* (mesure).

Un **angle** est défini par deux demi-droites, les **côtés de l'angle**, qui ont la même origine, le **sommet de l'angle**.

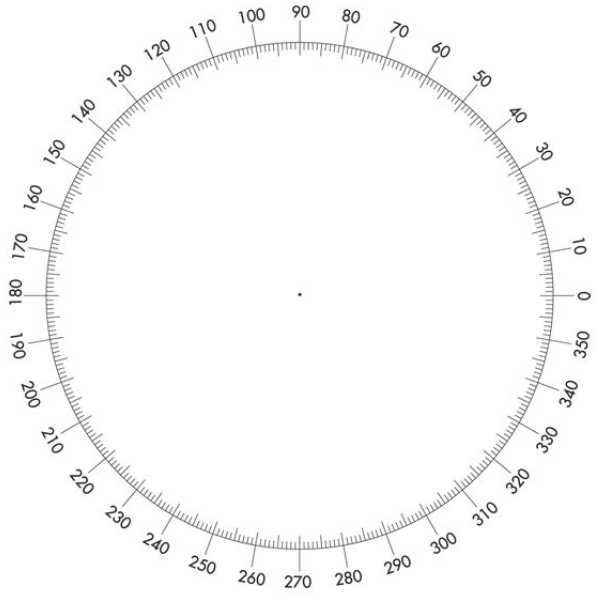


On désigne généralement les angles avec des lettres grecques minuscules :

alpha α bêta β gamma γ delta δ epsilon ϵ ...

Dans l'Antiquité, les Babyloniens ont utilisé les angles pour leurs travaux en astronomie (cartographie du ciel). Pour faciliter leurs calculs, ils ont subdivisé la circonférence du cercle en 360 parties égales. Cette subdivision a donné naissance aux degrés.

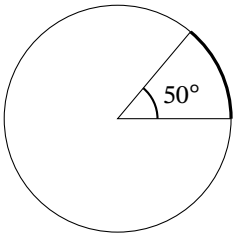
Le **degré** est une unité de mesure des angles qui correspond à la rotation de $\frac{1}{360}$ tour dans le sens choisi. Cette unité est notée °.



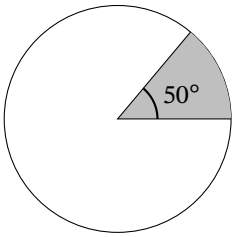
8.2 Longueurs d'arcs et aires de secteurs circulaires

Exemples :

a) On considère un cercle de rayon 10 cm et un arc correspondant à un angle au centre de $50°$.
Calculer la longueur de l'arc.

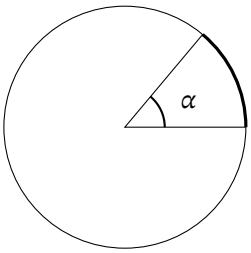


b) On considère un cercle de rayon 10 cm et un secteur correspondant à un angle au centre de $50°$.
Calculer l'aire du secteur.



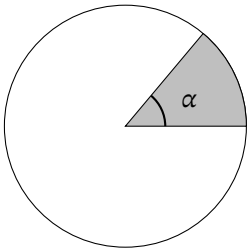
En utilisant les formules du périmètre du cercle de rayon r, $P = 2\pi r$, et de l'aire du disque, $\mathcal{A} = \pi r^2$, on arrive par proportionnalité aux formules suivantes :

La **longueur d'un arc** de rayon r correspondant à un angle au centre α mesuré en degrés est :



$$\boxed{\ell = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r}{180}}$$

L'aire du secteur circulaire de rayon r correspondant à un angle au centre α mesuré en degrés est :



$$\boxed{\mathcal{A} = \frac{\alpha \cdot \pi \cdot r^2}{360}}$$

On appelle **vitesse angulaire** le rapport entre le nombre de tours de rotation et le temps.

On l'exprime en général en tours par minute [tours/min].

$$\boxed{\omega = \frac{\alpha}{360 \cdot t} = \frac{n}{t}}$$

où α est l'angle de rotation, t le temps, n le nombre de tours.

Exemples :

a) Un vélo est muni de roues de 62 cm de diamètre. Quelle est la vitesse de déplacement du vélo en km/h si la vitesse angulaire de ses roues est de 214 tours/min ?

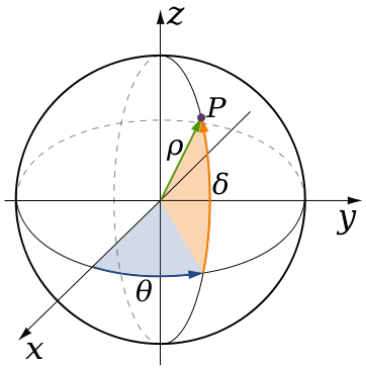
b) Au Luna Parc, 20 nacelles sont accrochées à la grande roue. Une nacelle passe au point d'embarquement toutes les 2 minutes. Quelle est la vitesse angulaire de la grande roue ?

8.3 Applications géographiques

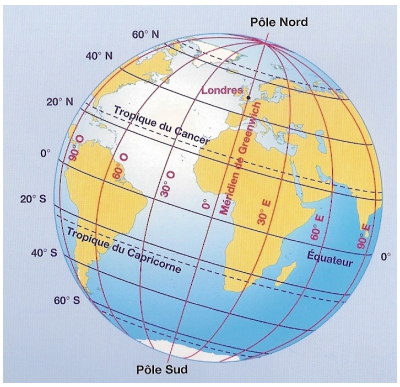
Les angles sont utilisés pour indiquer le positionnement géographique d'un endroit sur la Terre. On appelle cela les **coordonnées géographiques**. Ces coordonnées sont notamment utilisées par les systèmes GPS.

Une position sur la Terre est ainsi définie par deux mesures d'angle :

- la **latitude** pour le positionnement Nord-Sud,
- la **longitude** pour le positionnement Est-Ouest.



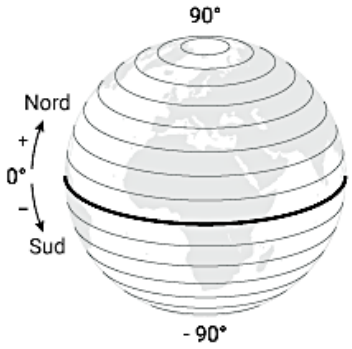
δ : latitude ; θ : longitude [2]



[3]

Exemple : Indiquer sur l'image de droite ci-dessus le point de coordonnées 20°S / 30°E.

Parallèles :



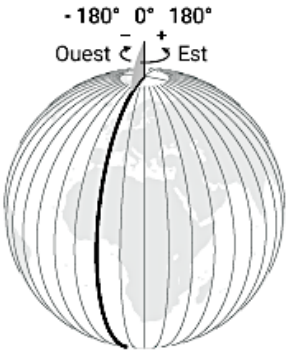
[4]

Les parallèles sont numérotés de 90°S à 90°N.
Le parallèle 0° est appelé l'**équateur**.

Les parallèles sont des cercles qui sont parallèles à l'équateur. Leur rayon diminue lorsqu'on s'approche des pôles.

Les parallèles indiquent la **latitude**.

Méridiens :



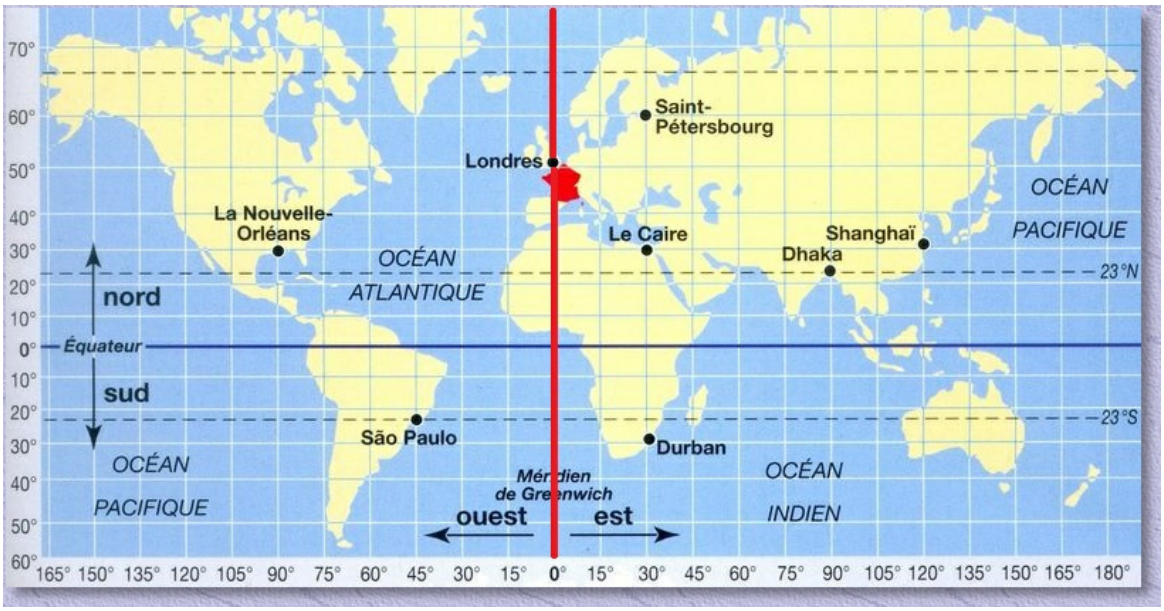
Les méridiens sont numérotés de 180°O à 180°E.
Le méridien 0° est appelé **méridien de Greenwich**.

Les méridiens sont des cercle qui passent tous par les deux pôles. Ils ont tous le même rayon.

Les méridiens indiquent la **longitude**.

2. https://fr.wikipedia.org/wiki/Fichier:Spherical Coordinates (Latitude, Longitude).svg
3. http://maitresse-myriam.eklablog.com/se-reperer-sur-la-terre-a100345825
4. https://www.sciencespo.fr/cartographie/khartis/docs/definitions/

Lorsqu'on utilise une projection pour faire une carte de la Terre, les parallèles et les méridiens forment un quadrillage.



Carte de la Terre en projection de Mercator[5]

Quelle distance représente une différence de $1°$ de latitude (ou de longitude) ? (rayon de la terre = 6370 km)

Lorsqu'on définit une position par sa latitude et sa longitude, on ne peut pas se contenter de degrés entiers. Il faut être plus précis. Les degrés sont subdivisés en 60 **minutes** qui sont elles-mêmes subdivisées en 60 **secondes**.

Les coordonnées géographiques de la gare de Lausanne sont :

$$46°31'04{,}9''\text{N} \;/\; 06°37'45{,}22''\text{E}$$

Latitude 46 degrés 31 minutes et $4{,}9$ secondes Nord et longitude 6 degrés 37 minutes $45{,}22$ secondes Est.

5. https://www.educaplay.com/printablegame/2098665-meridiens et paralleles.html

Pour calculer la distance entre deux points sur la Terre, il faut d'abord transformer leurs coordonnées géographiques de degrés-minutes-secondes (DMS) en degrés décimaux (DD).

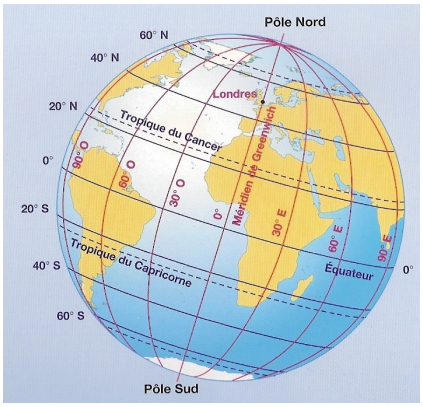
Exemples : À faire par calcul puis grâce aux touches DMS et DD de la calculatrice.

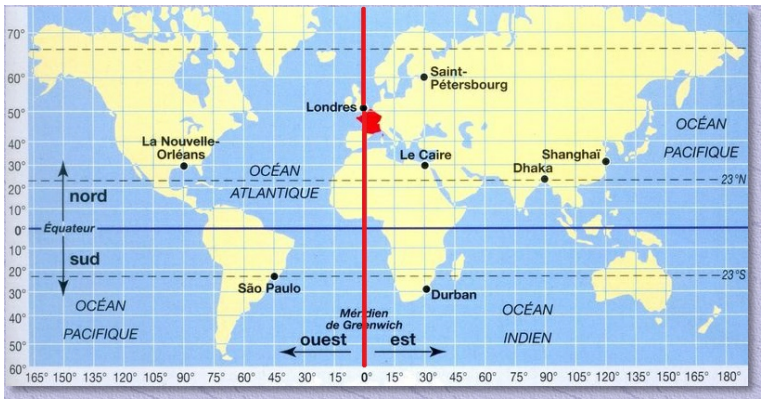
a) Transformer les coordonnées géographiques de la gare de Lausanne en degrés décimaux.

b) Transformer les coordonnées géographiques de la statue de la Liberté en DMS : 46,689253°N / 74,0445482°O

Exemple : Les villes d'Alexandrie (Égypte) et de Kirkenes (Norvège) sont toutes deux positionnées sur le méridien 30°E. La latitude d'Alexandrie est 31°10′51″ N ; celle de Kirkenes 69°43′35″ N.

a) Placer approximativement ces villes sur les cartes ci-dessous :





b) Quelle distance sépare ces deux villes ? (rayon de la terre = 6370 km)

Lorsque les endroits ne sont pas situés sur un même méridien, les calculs sont beaucoup plus compliqués. Nous nous limiterons donc aux cas simples.

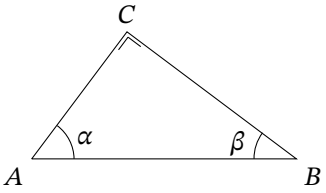
8.4 Trigonométrie du triangle rectangle

Soit un triangle rectangle.

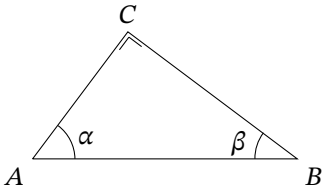
- Le côté opposé à l'angle droit est appelé **hypoténuse**. Il est abrégé par « hyp ». C'est le côté le plus long.
- Les deux autres côtés sont appelés **cathètes**. Pour les différencier, il faut se repérer par rapport à l'un des angles.
  La **cathète adjacente** à l'angle α, notée « adj_α », est la cathète qui est un des côtés de α. L'autre cathète est la **cathète opposée** à l'angle α, notée « opp_α ».

Exemple :

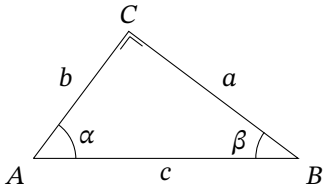
a) Placer les mots hyp, adj_α et opp_α ci-dessous.

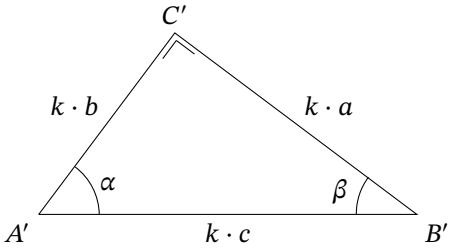


b) Placer les mots hyp, adj_β et opp_β ci-dessous.



Deux triangles rectangles ayant le même angle α sont semblables. Leurs côtés sont donc proportionnels.





Ainsi, si l'on calcule $\dfrac{\text{opp}_\alpha}{\text{hyp}}$, on obtient le même résultat dans les deux triangles, car $\dfrac{a}{c} = \dfrac{k \cdot a}{k \cdot c}$.

Ce rapport ne dépend donc pas des dimensions des côtés du triangle, mais uniquement de l'angle α. On l'appelle le **sinus** de l'angle α.

$$\boxed{\sin(\alpha) = \frac{\text{opp}_\alpha}{\text{hyp}}}$$

Des raisonnements similaires permettent de définir le **cosinus** et la **tangente** de l'angle α :

$$\boxed{\cos(\alpha) = \frac{\text{adj}_\alpha}{\text{hyp}}} \qquad \boxed{\tan(\alpha) = \frac{\text{opp}_\alpha}{\text{adj}_\alpha}}$$

Ces trois rapports sont appelés **rapports trigonométriques** de l'angle α.

Exemple : Dessiner un vrai triangle équilatéral puis calculer une bonne valeur approchée de $\sin(60°)$, $\cos(60°)$ et $\tan(60°)$ grâce à lui. Vérifier les valeurs grâce aux touches **sin**, **cos** et **tan** de la calculatrice.

Propriétés : Les rapports du sinus et du cosinus donnent toujours des valeurs plus petites ou égales à 1. Pourquoi ?

Par contre, la valeur de la tangente peut être supérieure à 1. Pourquoi ?

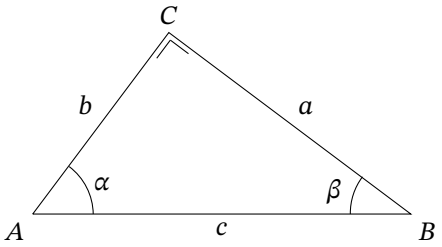
En connaissant la valeur du sinus d'un angle, on peut retrouver la valeur de l'angle grâce à la fonction $\sin^{-1}$ (arcsinus) de la calculatrice. Il y a bien sûr aussi les fonctions $\cos^{-1}$ (arccosinus) et $\tan^{-1}$ (arctangente).

Exemple : Calculer la longueur de l'hypoténuse et les angles d'un triangle rectangle dont les cathètes mesurent 3 cm et 4 cm. Vérifiez ensuite en construisant le triangle en vraie grandeur.

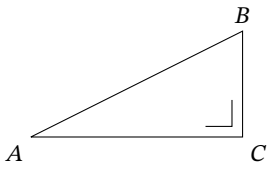
8.5 Résolution de triangles rectangles

Soit un triangle ABC rectangle en C.

Sauf indications différentes, on utilisera les lettres suivantes pour nommer les angles et les côtés.



Exemple : Placer les lettres de la même manière sur le croquis ci-dessous :



On dit qu'on **résout un triangle** rectangle lorsqu'on calcule tous les éléments non donnés :

angles côtés aire.

Exemples :

a) Résoudre le triangle ABC rectangle en C dont on donne le côté $b = 8{,}2$ cm et l'angle $\alpha = 37°$.

b) Résoudre le triangle ABC rectangle en C dont on donne les côtés $a = 7{,}6$ cm et $c = 18{,}4$ cm.

9 Géométrie synthétique

9.1 Lieux géométriques

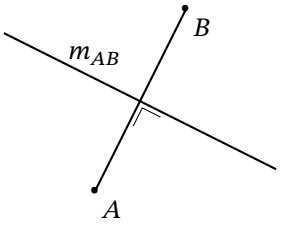
En géométrie, un **lieu géométrique** est un ensemble de points qui satisfont à une ou plusieurs propriétés.

Exemple : Soit un point A. Quel est le lieu géométrique des points se trouvant à la distance 2 du point A ?

La connaissance des lieux géométriques et de leurs propriétés vont nous être utiles pour apprendre à représenter des figures géométriques uniquement à l'aide d'un compas et d'une règle non graduée. Nous allons également apprendre à raisonner sur ces figures afin de calculer des longueurs de segments, des mesures d'angles et des aires. Enfin, nous allons apprendre à structurer notre raisonnement en rédigeant une marche à suivre concise et précise.

Exemples de lieux géométriques

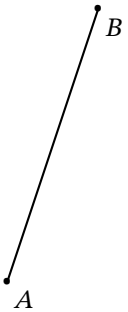
Étant donné deux points A et B, la **médiatrice** du segment $[AB]$ est le lieu géométrique des points équidistants de A et de B. On note m_{AB} la médiatrice du segment $[AB]$.



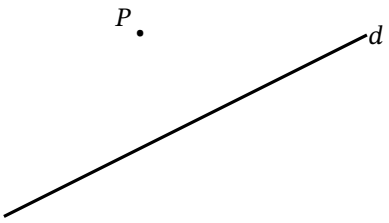
Propriétés : La médiatrice d'un segment $[AB]$ est une droite perpendiculaire au segment $[AB]$ qui passe par son point milieu que l'on note M_{AB}.

Chaque point de la médiatrice de $[AB]$ est le centre d'un cercle qui passe par A et B.

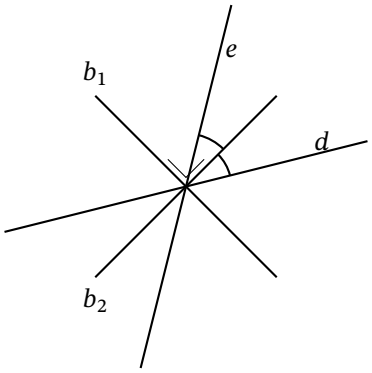
Exemple : Construire la médiatrice du segment $[AB]$. Rédiger une marche à suivre.



Rappel : Si P est un point et d une droite, la distance entre le point P et la droite d, notée $\delta(P;d)$, est la plus courte distance entre le point P et un point de la droite d. Elle se mesure sur la perpendiculaire à d qui passe par P.

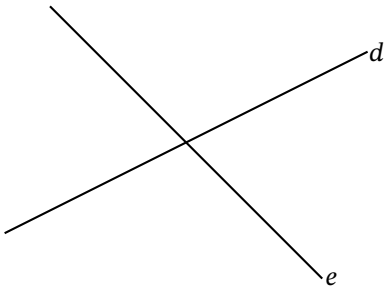


Étant donné deux droites d et e sécantes, les **bissectrices** de d et e sont le lieu géométrique des points équidistants de d et de e.

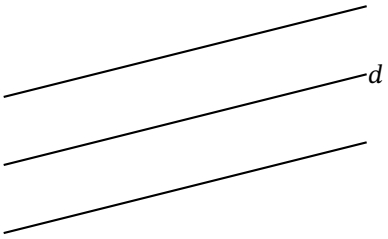


Propriétés : Les bissectrices de deux droites d et e sont deux droites perpendiculaires qui se coupent au point d'intersection de d et e. De plus, les bissectrices coupent les angles formés par les droites d et e en deux angles égaux.

Exemple : Construire les bissectrices des droites d et e. Rédiger une marche à suivre.



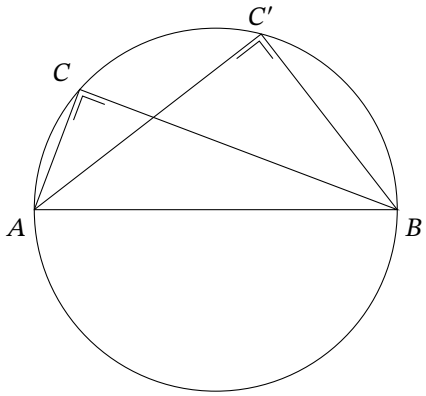
Étant donné une droite d et L un nombre positif. Le lieu géométrique des points se situant à la distance L de la droite d forme une paire de droites parallèles à d.



Propriétés : Chaque parallèle est située à la distance L de la droite d.

Exemple : Construire les parallèles situées à la distance 1cm de la droite d. Rédiger une marche à suivre.

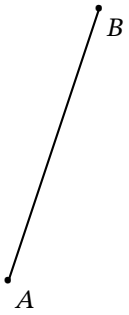
Étant donné un segment AB, le cercle de Thalès[6] du segment $[AB]$ est le lieu géométrique des points C pour lesquels le triangle ABC est rectangle en C.



Propriétés : Le cercle de Thalès, comme son nom l'indique, est un cercle dont le segment $[AB]$ est un diamètre.

6. Thalès de Milet est un philosophe et savant grec qui a vécu entre ~625 et ~545 av. J.-C.

Exemple : Construire les triangles rectangles dont l'hypoténuse est le segment $[AB]$ et une des cathètes est de longueur 1cm. Rédiger une marche à suivre.



9.2 Étude de figures géométriques

Conventions de notations

Dans les figures, nous utiliserons les conventions suivantes :

○ désigne le centre d'un cercle dessiné

// signifie que deux segments sont parallèles

⊥ ou ⌞ signifient que deux segments sont perpendiculaires

m désigne une médiatrice

b désigne une bissectrice

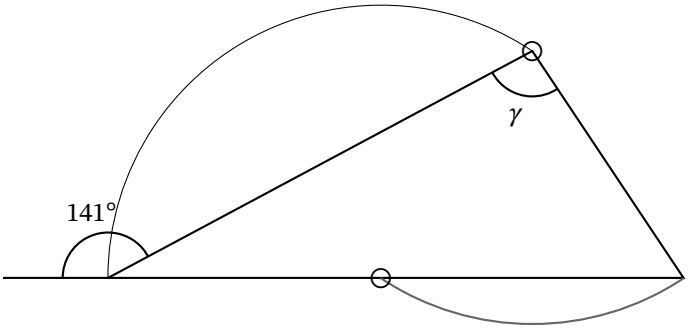
Pour étudier une figure géométrique, on va appliquer la méthodologie suivante :

- Donner un nom aux points (lettres majuscules), aux angles (lettres grecques), droites (lettres minuscules) présents sur la figure.
- Si nécessaire, tracer de nouveaux segments, points et les nommer.
- Identifier les lieux géométriques afin de déterminer les segments et les angles isométriques (de mesure égale).
- Faire une marche à suivre du raisonnement. On y rédigera chaque étape du raisonnement dans l'ordre et en justifiant par des arguments précis et indiscutables.

Identification des triangles isocèles

Dans une figure géométrique, on peut identifier les arcs de cercle et leur centre afin de mettre en évidence des segments isométriques (de même longueur). Deux segments isométriques partageant un même point d'extrémité forment un triangle isocèle.

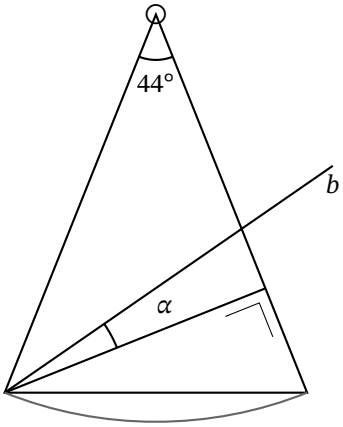
Exemple : Calculer l'angle γ et écrire la marche à suivre du raisonnement.



Utiliser les bissectrices

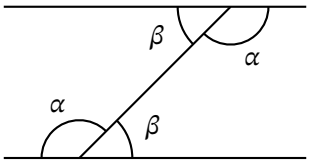
Dans une figure géométrique, les bissectrices donnent des informations sur les mesures des angles.

Exemple : Calculer l'angle α sachant que b est une bissectrice et écrire la marche à suivre du raisonnement.

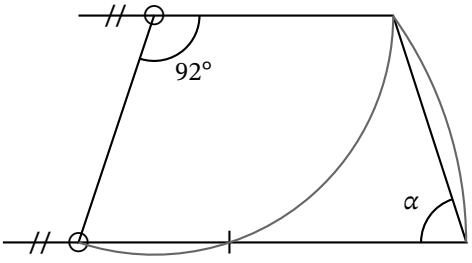


Utiliser le parallélisme

Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une troisième droite, le théorème de la transversale donne l'égalité des angles suivants :



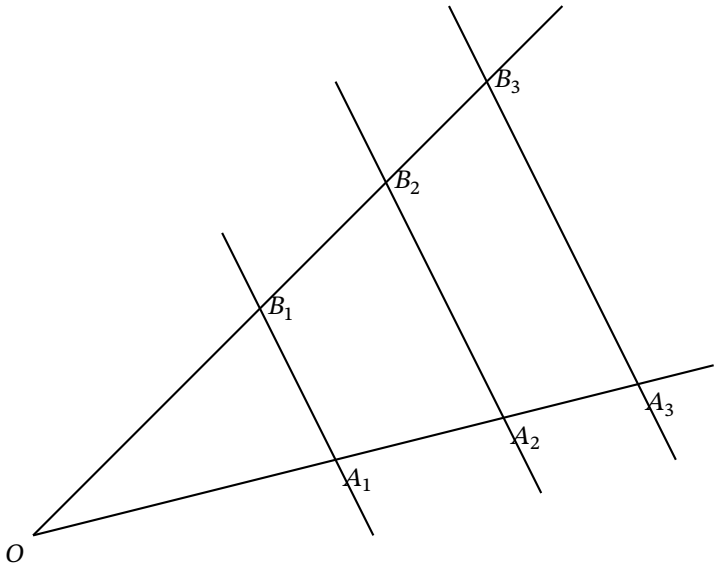
Exemple : Calculer la mesure de l'angle α. Écrire la marche à suivre du raisonnement.



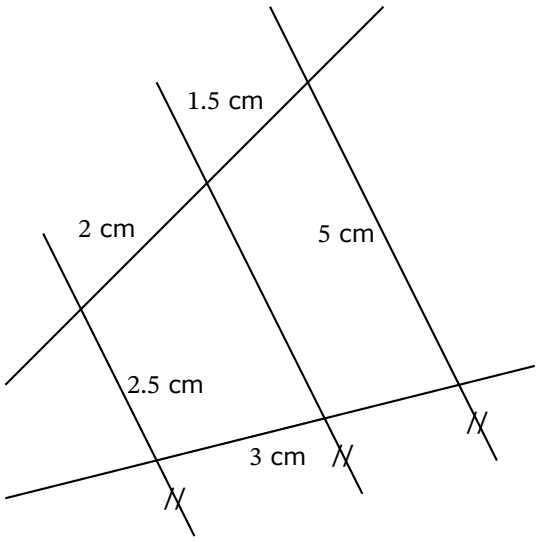
Utiliser le théorème de Thalès

Soit deux droites sécantes et trois droites parallèles. Alors, les segments sont proportionnels :

$$\frac{OA_2}{OA_1} = \frac{OB_2}{OB_1} = \frac{A_2B_2}{A_1B_1} \qquad \frac{B_1B_2}{B_1B_3} = \frac{A_1A_2}{A_1A_3} \qquad \frac{B_1B_2}{B_2B_3} = \frac{A_1A_2}{A_2A_3}$$



Exemple : Calculer les longueurs de tous les segments. Écrire la marche à suivre du raisonnement.



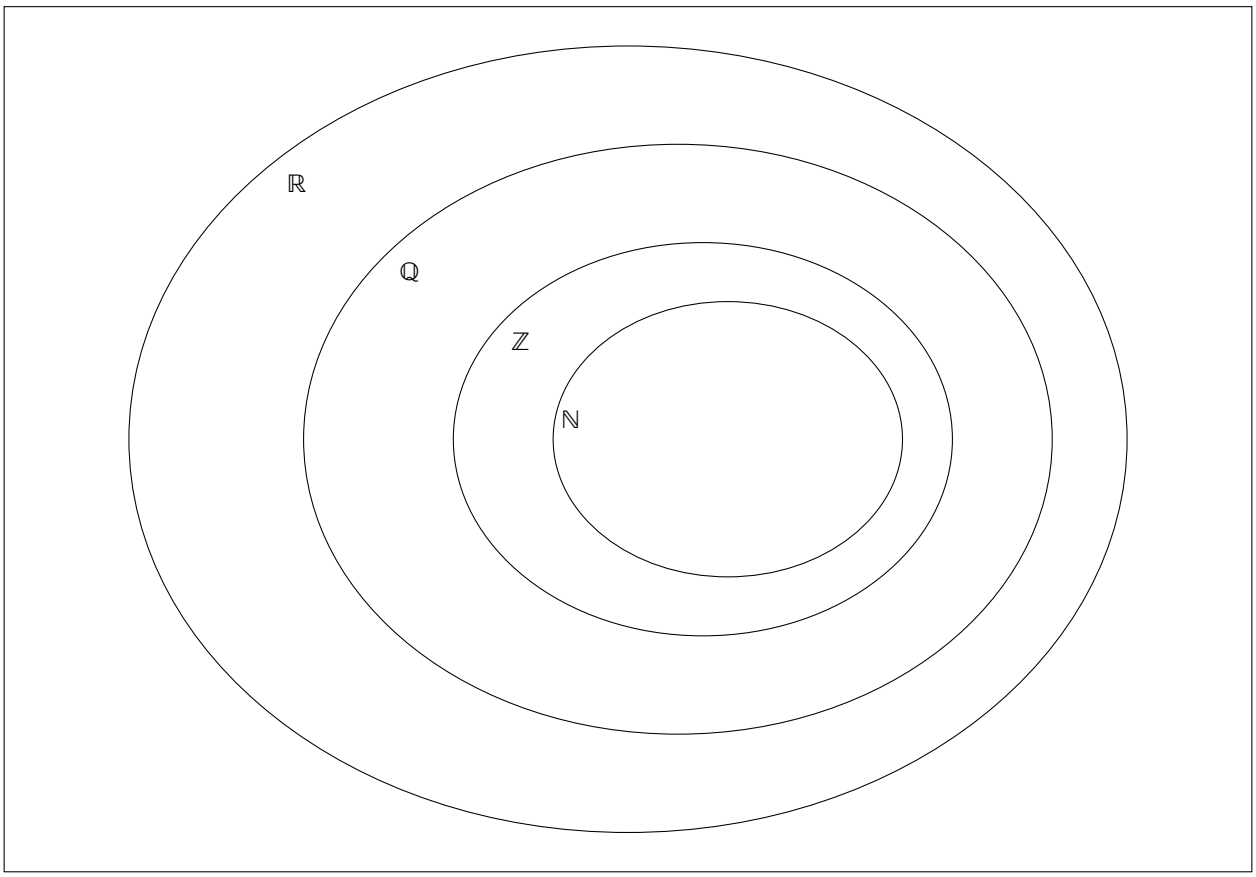
10 Exercices

10.1 Calcul numérique

Ensembles de nombres

Exercice 1.1 Positionner les nombres dans le diagramme de Venn ci-dessous.

0	0,75	3	$-2{,}5$	$1{,}\bar{3}$	$\sqrt{5}$	$(-1)^2$	0,333333...
10	$\frac{3}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{64}$	-30	7^3	π	$-0{,}00000009$
$\frac{4}{2}$	700	$8 \cdot 10^{10}$	-4	$0{,}21\overline{274}$	0,5	$\frac{3}{10}$	0,50000...



Exercice 1.2 Combien y a-t-il de nombres différents ci-dessous ?

$\frac{1}{3}$	3	π	0,3	$\frac{22}{7}$	$\left(\sqrt{3}\right)^2$	$\frac{4}{8}$	$0{,}\bar{3}$	$\sqrt{9}$
0,5000...	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	0,3333333...		3,0000...	3,14	$\frac{6}{2}$	$0{,}\overline{33}$

Exercice 1.3 Vrai ou faux ?

a) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ c) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$ e) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{R}$ g) $0 \in \mathbb{Q}$ i) $0 \in \mathbb{Z}^*$

b) $-5 \in \mathbb{N}$ d) $-5 \in \mathbb{R}$ f) $-5 \in \mathbb{R}_+$ h) $0 \in \mathbb{R}_-$ j) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

Relations d'ordre et intervalles

Exercice 1.4 En utilisant la calculatrice, compléter par <, > ou = afin de rendre correcte l'affirmation.

a) π ... $\sqrt{10}$

b) $-\sqrt{7}$ ... $\sqrt{5}$

c) $\sqrt{8}$ ... $2\sqrt{2}$

d) 17 ... -23

e) $6{,}\overline{13}$ ... $\frac{607}{99}$

f) -3 ... -4

g) 1 ... $0{,}\overline{9}$

h) $5-3$ ... $3-5$

i) $\frac{1}{3}$ ... $0{,}333$

Exercice 1.5 L'assertion est-elle correcte ou fausse ? La corriger si nécessaire.

a) $3 \leqslant 3$

b) $0{,}5555 > \frac{5}{9}$

c) $3{,}14 < \pi < 3{,}15$

Exercice 1.6 Compléter chaque ligne de ce tableau :

$]1\,;+\infty[$		
	$-\frac{1}{4} < x \leqslant \frac{7}{4}$	
$[-10{,}5\,;-9{,}5]$		

Exercice 1.7 Établir un tableau tel qu'à l'exercice précédent pour les ensembles de nombres réels suivants :

a) les nombres sont compris entre -5 strictement et 8 inclus ;

b) les nombres strictement inférieurs à $-2{,}4$;

c) les nombres supérieurs ou égaux à π ;

Exercice 1.8 Écrire l'inégalité sous forme d'intervalle.

a) $-3 \leqslant x < 4$ b) $x \geqslant 7$ c) $-2 < x < -1$ d) $x < -5$

Exercice 1.9 Pour s'inscrire au concours « Miss Suisse », il faut mesurer au moins $1{,}68$ mètres.

Écrire cette condition sous forme d'intervalle et sous forme d'inéquation.

Exercice 1.10 Une entreprise fabrique un téléphone qui coûte CHF $600.-$. Les revendeurs y ajoutent une marge, qui peut aller jusqu'à 10% de ce prix.

Écrire la fourchette du prix payé par le client sous forme d'intervalle et sous forme d'inéquation.

Exercice 1.11 La température moyenne du mois passé a été de 20°C. Il y a eu au maximum $6{,}5$°C de différence avec celle-ci.

Écrire la fourchette des températures sous forme d'intervalle et sous forme d'inéquation.

Rappels sur les quatre opérations dans $\mathbb{R}$

Exercice 1.12 Écrire les calculs sous forme simplifiée, puis calculer le résultat.

a) $(-6)+(+7)-(-5)-(+4)+(-2)$

b) $(+15)-(+13{,}3)-(-21{,}2)$

c) $(+1)+(-2{,}2)-(+3)+(-4)-(+5)$

d) $(-87{,}3)+(-678{,}21)+(+87)$

e) $(-699)-(+54)-(-99{,}6)$

f) $(-84)+(+37)-(+34)-(-84)$

Exercice 1.13 Calculer en donnant la réponse sous forme décimale.

a) $(-6)\cdot(+0{,}08)$

b) $(-11)\cdot(-0{,}5)$

c) $(-0{,}2)\cdot(-77)\cdot(-5)\cdot(-10)$

d) $(-1100)\cdot(+20)\cdot(-30)$

e) $(-38{,}7)\cdot(+187{,}2)\cdot 0$

f) $(-0{,}4)\cdot(+0{,}8)\cdot(-10)\cdot(+0{,}2)\cdot(-5)$

Exercice 1.14 Calculer en donnant la réponse sous forme décimale.

a) $(-6):(+0{,}02)$

b) $(-1{,}5):(-0{,}3)$

c) $(+0{,}24):(+8)$

d) $(+3):(-6)$

e) $(-2{,}468):(-0{,}2)$

f) $(+0{,}2):(-5)$

Exercice 1.15 Calculer en donnant la réponse sous forme décimale.

a) $(-4)\cdot(+0{,}7)$

b) $(-12)+(+12)$

c) $(+18):(+0{,}3)$

d) $(-13)-(-2)$

e) $(-0{,}6)\cdot(-0{,}5)$

f) $(-0{,}6):(-6)$

g) $(+8{,}13)-(-13{,}7)$

h) $(-2):0$

i) $(-2):1$

j) $0:(-2)$

k) $1:(-2)$

l) $(-2):(-2)$

Exercice 1.16 Quel est...

a) l'inverse de $0{,}2$

b) le produit de 4 et $0{,}2$

c) le différence entre -12 et 9

d) l'opposé de -2

e) le quotient de 8 par $0{,}5$

f) la somme de -12 et 3

Exercice 1.17 Calculer mentalement :

a) $3{,}5 + 2{,}5 - 1{,}5$

b) $-6{,}2 - 4{,}3 + 5$

c) $7 + 8{,}2 - 0{,}03$

d) $0{,}5 \cdot 0{,}3$

e) $1{,}2 \cdot 6$

f) $(-0{,}4)(-2{,}5)$

g) $0{,}1 \cdot (-0{,}8)$

h) $8 - 0{,}01$

i) $-1{,}1 \cdot 12$

j) $4 \cdot 13{,}25$

k) $1{,}2 \cdot 3 \cdot 0{,}2$

l) $0{,}3^2 + 1$

Priorités des opérations

Exercice 1.18 Calculer.

a) $60 : 2 \cdot 3$

b) $60 : (2 \cdot 3)$

c) $18 - 7 + 1$

d) $18 - (7 + 1)$

e) $3 \cdot 12 - 2 \cdot 7$

f) $3 \cdot (12 - 2) \cdot 7$

g) $3 \cdot (12 - 2 \cdot 7)$

h) $(3 \cdot 12 - 2) \cdot 7$

Exercice 1.19 Calculer.

a) $6 + 3 - (5 + 2 + 3) - (-4 - 3)$

b) $1 + (2 - 5) - [4 + (2 - 1)] - [12 - (2 - 7)]$

c) $[5 - (4 - 3)] \cdot [3 \cdot 4 - (12 - 4)]$

d) $15 + 24 - (3 + 2)(5 - 6)$

e) $2 - (9 + 8) - (8 - 9)(5 - 7) - (3 - 2)(5 - 8)$

f) $(3 - 6)(4 - 3) - [(2 - 5)(6 - 11) - (37 - 6)]$

g) $(-7) \cdot (-3) - 4 \cdot (-1)$

h) $1 - 1 + 1 \cdot 5$

i) $-7 \cdot 4 - (7 + 3 \cdot 2)$

j) $\Big(\big((-4 - 2) \cdot 3\big) : 2\Big) + 4$

Exercice 1.20 Calculer.

a) $(2{,}1 - 0{,}9) : (2 - 4)$

b) $1{,}8 - 3 \cdot 0{,}5 + 10 : 0{,}2$

c) $0{,}03 \cdot [10 - 4 \cdot (-2)]$

d) $1{,}3 + [28 - (3 - (-2) \cdot (-4))]$

e) $(-0{,}2) \cdot 40 + 6 - (3 \cdot (-1) + 7)$

f) $(-0{,}2) \cdot 40 + 6 - 3 \cdot (-1) + 7$

Divisibilité des nombres entiers

Exercice 1.21 Donner les 6 premiers multiples des nombres suivants.

a) 3 b) 8 c) 24 d) 80

Exercice 1.22 Donner les 6 premiers multiples communs de 3 et 8.

Exercice 1.23 Donner les diviseurs des nombres suivants.

a) 3 b) 8 c) 24 d) 80

Exercice 1.24 Donner les diviseurs communs de 24 et 80.

Exercice 1.25 Compléter le tableau en utilisant les critères de divisibilité.

... est divisible par ...	2	3	4	5	6	9	10
12′375							
8′232							
1′603							
93′100							

Exercice 1.26 Dans le tableau ci-dessous, biffer tous les nombres qui ne sont pas premiers.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Exercice 1.27 Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

a) 540 d) 735 g) 1750

b) 6600 e) 520 h) 3200

c) 13'000 f) 924 i) 3150

Exercice 1.28 Compléter le tableau ci-dessous.

n	m	Décomposition de n	Décomposition de m	ppmc$(n\,;m)$	pgdc$(m\,;n)$
12	16				
66	165				
35	77				
25	75				

Exercice 1.29 Trouver le plus grand diviseur commun des nombres suivants :

a) 84 et 180 b) 108 et 252 c) 912 et 180 d) 785 et 1'884

Exercice 1.30 Trouver le plus petit multiple commun des nombres suivants :

a) 12 et 18 b) 30 et 84 c) 84 et 245 d) 140 et 450

Exercice 1.31 Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

a) 63 b) 15 c) 42

Puis, calculer

d) ppmc$(63\,;15)$ g) ppmc$(63\,;42\,;15)$ j) pgdc$(42\,;15)$

e) ppmc$(63\,;42)$ h) pgdc$(63\,;15)$ k) pgdc$(63\,;42\,;15)$

f) ppmc$(42\,;15)$ i) pgdc$(63\,;42)$

Exercice 1.32 Calculer à l'aide de la calculatrice.

a) ppmc$(28\,;35\,;49)$ c) ppmc$(16\,;64\,;128)$

b) ppmc$(30\,;36\,;175)$ d) ppmc$(660\,;2940\,;140)$

Exercice 1.33 Calculer à l'aide de la calculatrice.

a) pgdc(108 ; 252)

b) pgdc(235 ; 1080)

c) pgdc(16 ; 64 ; 128)

d) pgdc(22 ; 33 ; 55)

Les fractions

Exercice 1.34 Donner le code décimal correspondant à chacune des fractions :

a) $\frac{1}{2}$ d) $-\frac{7}{7}$ g) $\frac{1}{4}$ j) $\frac{8}{3}$ m) $\frac{1}{5}$ p) $-\frac{33}{55}$

b) $\frac{15}{2}$ e) $\frac{57}{10}$ h) $\frac{5}{4}$ k) $\frac{1}{9}$ n) $-\frac{3}{5}$ q) $-\frac{0}{8}$

c) $-\frac{7}{1}$ f) $\frac{3}{100}$ i) $-\frac{2}{3}$ l) $-\frac{4}{9}$ o) $-\frac{6}{10}$ r) $-\frac{8}{0}$

Exercice 1.35 À l'aide de la calculatrice, donner le développement décimal exact des nombres suivants.

a) $\frac{2}{11}$ b) $\frac{5}{111}$ c) $\frac{172}{13}$ d) $\frac{229}{110}$

Exercice 1.36 Donner le développement décimal arrondi au millième des nombres suivants.

a) $\frac{2}{11}$ b) $\frac{5}{111}$ c) $\frac{172}{13}$ d) $\frac{229}{110}$

Exercice 1.37 A) Calculer la fraction irréductible équivalente puis le développement décimal.

a) $\frac{48}{72}$ b) $\frac{75}{125}$ c) $-\frac{154}{44}$

B) Refaire l'exercice en utilisant la touche "fraction" de la calculatrice.

Exercice 1.38 Simplifier au maximum les fractions suivantes.

a) $\frac{75}{30}$ b) $\frac{22}{77}$ c) $\frac{28}{12}$ d) $\frac{143}{39}$ e) $\frac{217}{62}$

Exercice 1.39 Écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

a) $4{,}5$

b) $2{,}35$

c) $0{,}\overline{3}$

d) $0{,}\overline{35}$

e) $0{,}5\overline{30}$

f) $2{,}\overline{297}$

g) $3{,}\overline{9}$

h) $12{,}\overline{3}$

i) $2{,}1\overline{9}$

Exercice 1.40 A l'aide de la calculatrice, écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

a) $1{,}3$

b) $5{,}43$

c) $0{,}98$

d) $3{,}555$

e) $4{,}06$

f) $14{,}52$

Exercice 1.41 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles :

a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$

b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{2}$

c) $3 \cdot \frac{1}{2}$

d) $\frac{14}{2} \cdot \frac{2}{35} \cdot \frac{15}{8}$

e) $\left(-\frac{13}{30}\right) \cdot \frac{3}{26} \cdot \frac{15}{2}$

f) $\left(-\frac{11}{88}\right) \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{40}\right)$

g) $\frac{3}{40} \cdot \frac{50}{12} \cdot \frac{8}{5}$

h) $\frac{121}{24} \cdot \frac{24}{33}$

i) $\frac{90}{17} \cdot \frac{34}{45}$

Exercice 1.42 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles :

a) $\frac{1}{2} : \frac{3}{2}$

b) $\frac{4}{7} : \frac{21}{2}$

c) $3 : \frac{1}{2}$

d) $\left(-\frac{14}{22}\right) : \frac{21}{55}$

e) $\frac{11}{24} : \frac{7}{3} \cdot 3$

f) $\left(-\frac{90}{7}\right) : \left(-\frac{35}{2}\right)$

Exercice 1.43 Faire les calculs à l'aide des fractions.

a) $0{,}25 \cdot 7$

b) $0{,}9 \cdot 3{,}5$

c) $0{,}\overline{3} \cdot 0{,}75$

d) $0{,}25 : 7$

e) $7 : 0{,}25$

f) $4{,}5 : 0{,}75$

Exercice 1.44 Calculer. Répondre sous forme de fractions irréductibles.

a) $\dfrac{\frac{5}{11}}{\frac{7}{2}}$

b) $\dfrac{8}{\frac{3}{5}}$

c) $\dfrac{\frac{8}{3}}{5}$

d) $\dfrac{\frac{3}{5}}{8 \cdot \frac{1}{2}}$

e) $\dfrac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{6}{7} \cdot \frac{8}{9}}$

f) $\dfrac{3}{\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5}}$

Exercice 1.45 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles.

a) $\frac{7}{2} + \frac{3}{5}$

b) $\frac{5}{14} - \frac{11}{2}$

c) $3 + \frac{1}{9}$

d) $\left(-\frac{5}{22}\right) - \frac{3}{55}$

e) $\frac{11}{12} + \frac{7}{15} - 3$

f) $\left(-\frac{1}{21}\right) - \left(-\frac{1}{28}\right)$

g) $\frac{11}{24} - \left(-\frac{1}{40}\right)$

h) $\frac{4}{35} + \frac{7}{45}$

i) $2 - \left(-\frac{5}{21}\right) + \frac{16}{21}$

Exercice 1.46 A) Calculer.

a) $\frac{2}{15} - \frac{7}{6} + \frac{11}{10}$

b) $-9 - \frac{80}{7}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

d) $\left(+\frac{84}{45}\right) : \left(-\frac{21}{100}\right)$

B) Vérifier vos réponses à l'aide de la touche "fraction" de la calculatrice.

Exercice 1.47 Calculer.

a) $\frac{9}{28} + \frac{8}{21}$

b) $\frac{11}{6} - \frac{4}{9}$

c) $\frac{5}{36} - \frac{7}{30}$

d) $\frac{23}{5} - 4$

e) $\frac{3}{14} + 2$

f) $\frac{5}{12} - \frac{7}{18} + \frac{11}{6}$

g) $\frac{4}{3} \cdot \frac{71}{10}$

h) $\frac{49}{5} \cdot \frac{2}{21}$

i) $\frac{16}{162} \cdot \left(-\frac{27}{14}\right)$

j) $\frac{81}{125} \cdot \frac{15}{55} \cdot \frac{165}{27}$

k) $\frac{28}{8} \cdot \frac{70}{49} \cdot \frac{14}{63}$

l) $\frac{147}{15} : \frac{21}{25}$

Exercice 1.48 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles.

a) $1+\frac{3}{8}:\frac{3}{2}$

b) $\dfrac{\frac{3}{4}+1}{\frac{3}{2}+1}$

c) $\frac{3}{4}:\frac{5}{4}:\frac{5}{4}$

d) $\frac{1}{3}-\frac{4}{6}:\frac{3}{2}+\frac{1}{4}$

e) $\frac{4}{3}:\frac{4}{5}\cdot 5$

f) $5-4\left(3+\frac{1}{4}\right)$

Exercice 1.49 Quel est...

a) l'inverse de $\frac{4}{5}$

b) le produit de 4 et $\frac{3}{8}$

c) la différence entre $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$

d) l'opposé de $\frac{4}{5}$

e) le quotient de $\frac{6}{7}$ par $\frac{3}{5}$

f) la somme de 6 et $\frac{2}{3}$

g) l'inverse de $0,\overline{3}$

h) le produit de 12 et $0,\overline{3}$

i) le différence entre $\frac{3}{7}$ et $\frac{1}{7}$

Exercice 1.50 500 personnes ont assisté à un concert. Les $\frac{4}{5}$ d'entre eux étaient des femmes. Combien d'hommes étaient à ce concert ?

Exercice 1.51 Les gagnants du concours de lancer de la tomate ont reçu soit une tomate géante gonflable, soit un râteau. Sachant que les $\frac{2}{7}$ d'entre eux ont reçu un râteau et que 35 tomates gonflables ont été données, calculer le nombre de gagnants.

Exercice 1.52 J'ai versé CHF $3000.-$, ce qui représente les $\frac{2}{5}$ de mon salaire, à une association de bienfaisance. Combien me reste-t-il ?

Exercice 1.53 J'ai commandé un pantalon à CHF $80.-$. Les frais de port étaient de CHF $8.-$. Quelle fraction du prix total représentent ces frais de port ?

Les puissances

Exercice 1.54 A) Calculer.

a) 300^2

b) $(-0,5)^3$

c) 9^1

d) 2^7

e) 0^8

f) $\left(\frac{8}{7}\right)^2$

B) Utiliser votre calculatrice pour vérifier vos réponses de l'exercice précédent. N'employer que les touches « puissance » et non la touche « multiplier ».

Exercice 1.55 Calculer.

a) $(-10)^6$

b) $(-10)^9$

c) $(+10)^9$

d) $\left(\frac{6}{11}\right)^2$

e) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$

f) $0{,}25^2$

g) $(0{,}\overline{3})^3$

h) 0^0

i) $(-1)^{1234}$

Exercice 1.56 Calculer.

a) $(-1)^3$

b) 1^5

c) 2^3

d) $(-2)^3$

e) $(-2)^4$

f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

g) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

h) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$

i) $-0{,}5^2$

j) $(-2)^5$

k) $-(3)^2$

l) -5^3

m) -2^4

n) -4^3

o) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$

p) $-(-2)^3$

q) -3^3

r) $-(-5)^2$

s) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^3$

t) $(-0{,}1)^4$

Exercice 1.57 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de code décimal.

a) 6^2

b) 3^3

c) $(-14)^2$

d) $(-2)^{10}$

e) $(-4)^3$

f) $(-2)^7$

g) 1100^2

h) $(+130)^2$

i) $3'000^2$

j) 5^4

k) 1500^2

l) $(-30)^4$

m) $-0{,}9^2$

n) $(+0{,}5)^3$

o) $0{,}008^2$

p) $(-0{,}2)^5$

q) $0{,}4^4$

r) $(-0{,}07)^2$

Exercice 1.58 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de fraction.

a) 0^7

b) 7^0

c) 0^{-3}

d) $(-3)^0$

e) 0^0

f) 1^9

g) $(-1)^9$

h) $(+1)^9$

i) 9^1

j) 1^{-9}

k) $(-1)^{-9}$

l) 9^{-1}

m) $(-9)^{-1}$

n) 5^{-2}

o) $(-5)^{-2}$

p) 2^{-5}

q) $(-2)^5$

r) $(-2)^{-5}$

Exercice 1.59 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de fraction.

a) $(-2)^3$; -2^3 ; $-(-2)^3$

b) $(-2)^4$; -2^4 ; $-(-2)^4$

c) $(-2)^2$; -2^2 ; $-(-2)^2$

d) 2^{-3} ; $(-2)^{-3}$; -2^{-3}

e) 3^1 ; 3^{-1} ; $(-3)^{-1}$

f) $3^0 - 3^{-1} - 3 - 2$

Exercice 1.60 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de fraction.

a) $\left(\frac{11}{13}\right)^2$

b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$

c) $\left(-\frac{3}{10}\right)^3$

d) $\left(\frac{8}{7}\right)^{-1}$

e) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$

f) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-2}$

g) $\left(\frac{11}{13}\right)^{-2}$

h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-4}$

i) $\left(-\frac{3}{10}\right)^{-3}$

j) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$

k) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-6}$

l) $\left(\frac{12}{7}\right)^2$

Exercice 1.61 Écrire sous forme de puissance avec une base rationnelle positive et l'exposant entier le plus grand possible.

a) $\frac{1}{8}$

b) $0{,}09$

c) $0{,}25$

d) $\frac{1}{625}$

e) $0{,}0081$

f) $0{,}125$

g) $\frac{625}{81}$

h) $\frac{8}{128}$

Exercice 1.62 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de code décimal.

a) 10^4

b) 10^{-4}

c) $0{,}1^{-1}$

d) $0{,}5^{-2}$

e) $0{,}001^{-1}$

f) $0{,}01^{-2}$

g) $0{,}2^{-1}$

h) $0{,}02^{-1}$

i) $0{,}002^{-1}$

j) $0{,}2^{-2}$

k) $0{,}02^{-2}$

l) $0{,}002^{-2}$

Exercice 1.63 Calculer.

a) $20^2(6^2 - 4^2)$

b) $2^5 + 2^3 \cdot 3^2$

c) $(-2)^4 + (-1)^7 \cdot (-4)^3 - 3^0 \cdot 5^3 \cdot 0$

d) $-3^2(5^2 - 2^3 \cdot 3)$

e) $5^3 \cdot 0^2 \cdot 7^5 + 2^1 \cdot 5^4$

f) $4^1 + 4^3 - 4^2$

g) $7^0 - 13^2$

h) $(-4)^3 \cdot 1^2 - (2^3 \cdot 2^2 - 2)$

Exercice 1.64 Calculer.

a) $4^3 \cdot 25^3$

b) $2^3 - 2^4$

c) $\dfrac{12^{91}}{12^{89}}$

d) $10^4 + 10^2$

e) $10^9 : 10^{11}$

f) $2^3 \cdot 5^2$

Exercice 1.65 Trouver les exposants manquants.

a) $4^5 \cdot 4^7 = 4^{\cdots}$

b) $\left(2^9\right)^5 = 2^{\cdots}$

c) $\left(3^3\right)^5 = 3^{\cdots}$

d) $5^2 \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot 5^4 = 5^{\cdots}$

e) $10^6 = 100^{\cdots} = 1'000^{\cdots}$

f) $6^{16} : 6^5 = 6^{\cdots}$

Exercice 1.66 Simplifier les expressions ci-dessous.

a) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^3$

b) $(3^2)^4$

c) $\dfrac{33^4}{33^6}$

d) $\dfrac{2^6 \cdot 7^7 \cdot 2}{14^3}$

e) $\dfrac{(24^5)^3 \cdot 3^2}{4^{15} \cdot 2^{15}}$

f) $\left(\dfrac{3}{5^4 \cdot 3^5}\right)^2$

Exercice 1.67 Exprimer le résultat sous forme de fraction, sans puissance.

a) $0{,}3^2$

b) $-0{,}3^{-2}$

c) $(-0{,}2)^{-3}$

d) $(-0{,}25)^4$

e) $1{,}5^{-3}$

f) $(1 - 3^{-1})^{-2}$

g) $(-0{,}75)^{-1}$

Exercice 1.68 Soit $x \in \mathbb{R}^*$. Simplifier.

a) $x^3 \cdot x^3$

b) $\dfrac{x^{4n}}{x^n}$

c) $(2x)^n$

d) $\dfrac{9x^7}{3x^3}$

e) $\dfrac{(5x)^3}{x^7}$

f) $(-x^3) \cdot (-x^4)$

g) $(-x^2) \cdot (-x)^4$

h) $(-x)^3 - x^3$

i) $\left(-x^3\right)^2$

j) $\left(-x^2\right)^3$

k) $-\left(2x^4\right)^2$

l) $-\left(-x^7\right)^0$

La notation scientifique

Exercice 1.69 A) Écrire les nombres ci-dessous en notation scientifique.

a) $876'000'000$

b) $0{,}00005$

c) $3'000'000'000$

d) $0{,}000\ 716\ 6$

B) Utiliser votre calculatrice pour vérifier vos réponses. N'employer que les touches « notation scientifique » et non les touches « multiplier » et « puissances ».

Exercice 1.70 A) Écrire les nombres ci-dessous en notation décimale.

a) $7{,}2736 \cdot 10^{2}$

b) $4 \cdot 10^{-6}$

c) $9{,}1 \cdot 10^{4}$

d) $9{,}64 \cdot 10^{-3}$

e) $8 \cdot 10^{12}$

f) $3 \cdot 10^{-10}$

B) Utiliser votre calculatrice pour vérifier vos réponses. N'employer que les touches « notation scientifique » et non les touches « multiplier » et « puissances ».

Exercice 1.71 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

a) $27'100$

b) $0{,}234$

c) 870

d) $0{,}0082$

e) $630'000'000'000$

f) 8

g) $0{,}000\ 040\ 4$

Exercice 1.72 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :

a) six dixièmes

b) trois millièmes

c) septante-huit milliardièmes

d) treize millions

e) 24 centièmes

f) quatre mille huit cent vingt-cinq

g) mille milliards

h) zéro virgule zéro huit

i) trois virgule zéro deux milliers

j) sept centièmes

k) huit cent treize

l) nonante-sept dix-millièmes

Exercice 1.73 Calculer et écrire les réponses en notation scientifique.

a) $3'000'000^{2}$

b) $0{,}1^{7}$

c) $(3 \cdot 10^{-12}) \cdot (1{,}1 \cdot 10^{20})$

d) $(6 \cdot 10^{6})^{2}$

e) $(3 \cdot 10^{11}) : (2 \cdot 10^{15})$

f) $(3 \cdot 10^{6}) + (2 \cdot 10^{5})$

Exercice 1.74 Répondre en notation scientifique.

a) $8{,}6$ km = ...m = ...mm

b) $3{,}45$ mm^2 = ...m^2 = ...km^2

Exercice 1.75 Calculer et écrire les résultats en notation scientifique.

a) $0{,}2 \cdot 10^{-3}$

b) $0{,}005 \cdot 10^{-5}$

c) $0{,}032 \cdot 10^{8}$

d) $3145 \cdot 10^{4}$

e) $23 \cdot 10^{-5}$

f) $15{,}2 \cdot 10^{-6}$

Exercice 1.76 Calculer et répondre en notation scientifique :

a) $\dfrac{1{,}5 \cdot 10^{3}}{3 \cdot 10^{8}}$

b) $\dfrac{8 \cdot 10^{-8} \cdot 1'000}{40'000'000}$

c) $3 \cdot 10^{3} \cdot \left(1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{2}\right)$

d) $0{,}002 \cdot 0{,}00011 \cdot 30$

e) $\left(3 \cdot 10^{-3}\right)^2 + \left(4 \cdot 10^{-3}\right)^2$

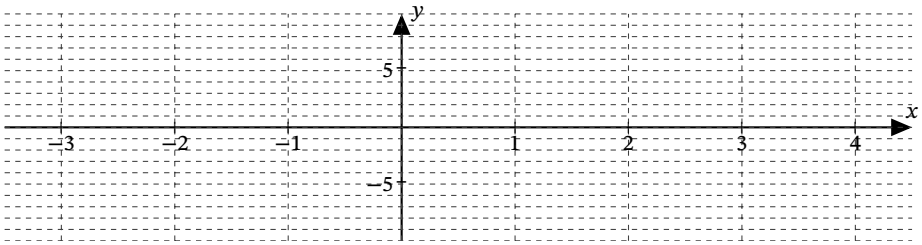
f) $\dfrac{12 \cdot 10^{-4} \cdot \left(3 \cdot 10^{-7} + 9 \cdot 10^{-6}\right)}{3{,}1 \cdot 10^{-4}}$

10.2 Introduction aux fonctions

Exercice 2.1 On considère la fonction f définie par l'expression $f(x) = -2x + 4$.

a) Compléter le tableau de valeurs et représenter graphiquement la fonction f.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$								



b) Trouver son ordonnée à l'origine.

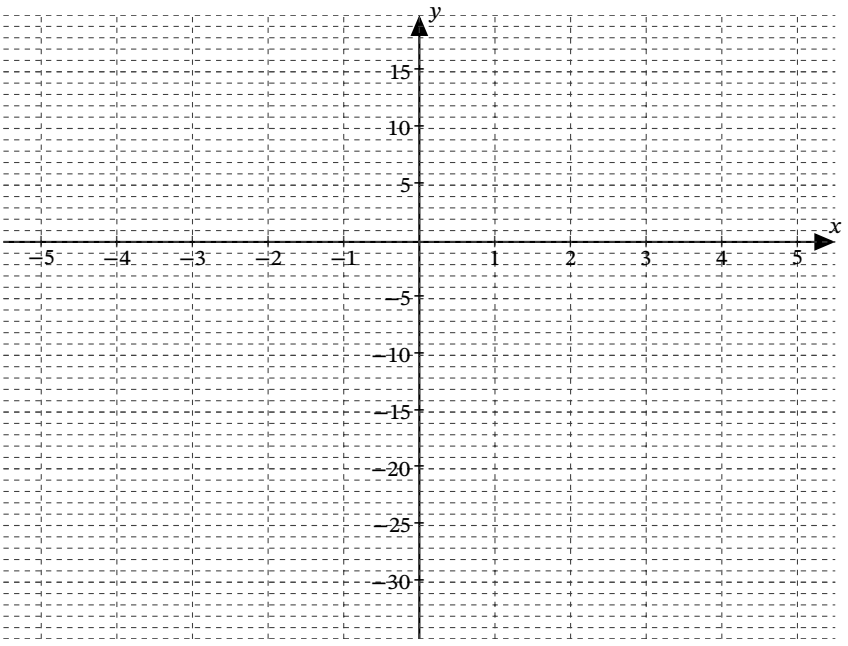
c) Trouver ses zéros s'il y en a.

Exercice 2.2 On considère la fonction f définie par

$$\begin{aligned} f : [-5\,;5] &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto -2x^2 + 18 \end{aligned}$$

a) Représenter par un tableau de valeurs et graphiquement la fonction f.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$											

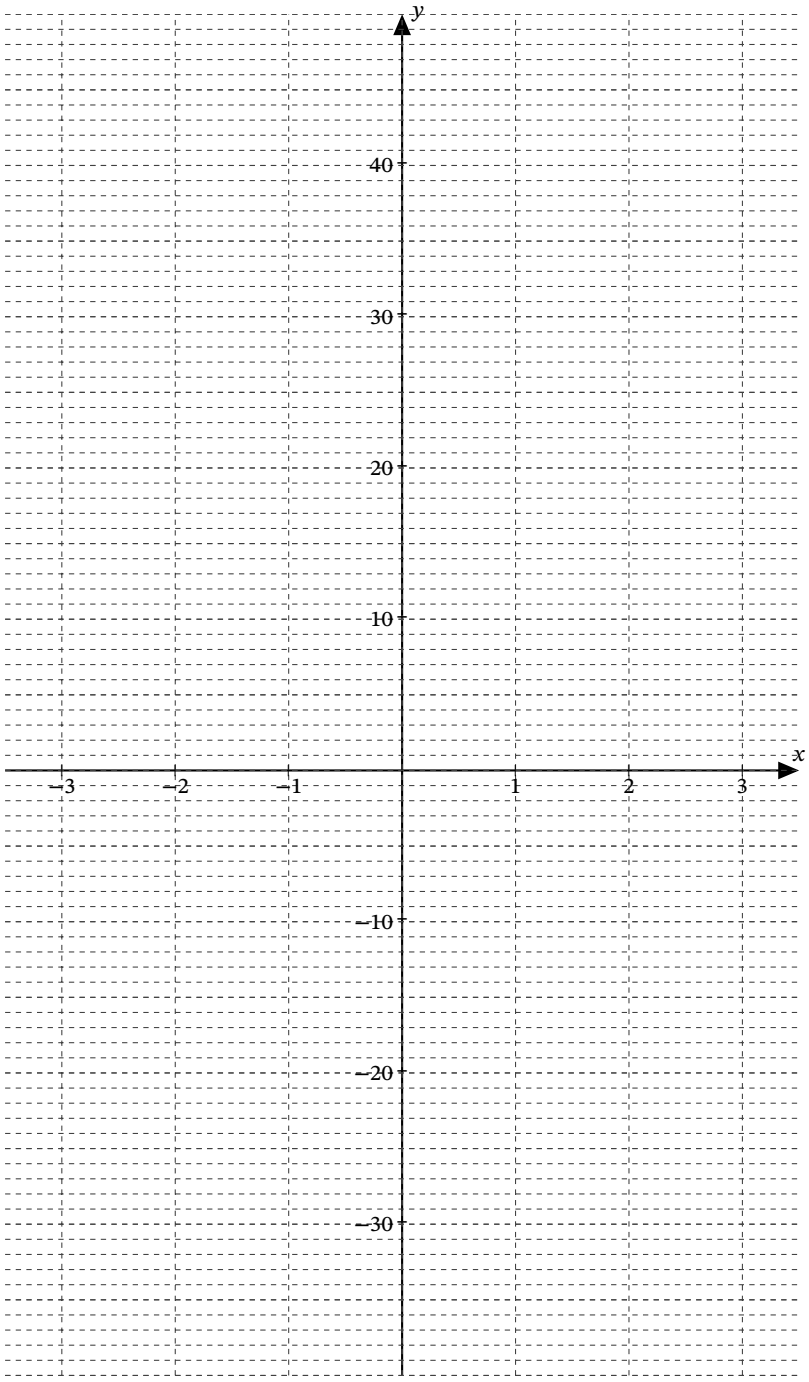


b) Trouver son ordonnée à l'origine.

c) Trouver ses zéros s'il y en a.

Exercice 2.3 Compléter le tableau de valeurs et représenter graphiquement les fonctions.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=\frac{3}{2}x^3$							
$g(x)=x^3-4x$							
$h(x)=-x^2-10$							
$i(x)=x^2+x+20$							

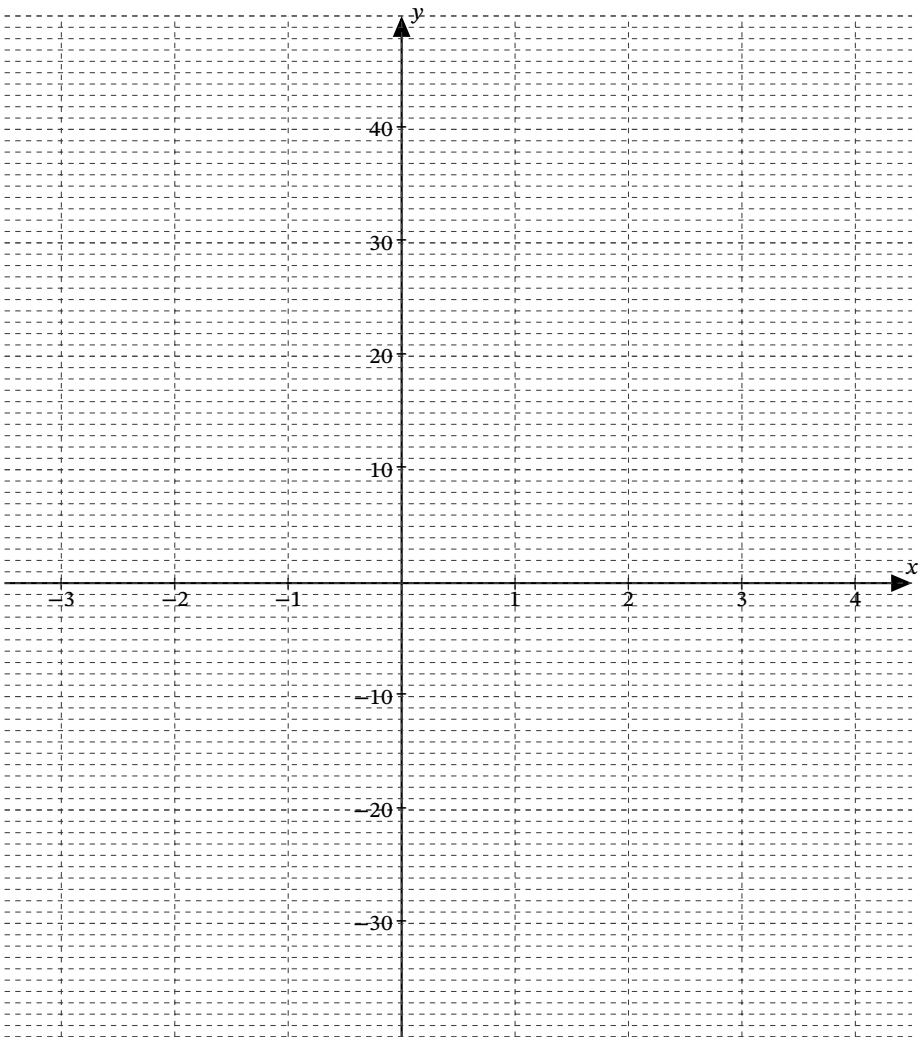


Exercice 2.4 On considère la fonction f définie par

$$\begin{aligned} f : [-3\,;4] &\to \mathbb{R} \\ x &\mapsto (3-x)(x+2)(2x-2) \end{aligned}$$

a) Représenter par un tableau de valeurs et graphiquement la fonction f.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$								



b) Trouver son ordonnée à l'origine.

c) Trouver ses zéros s'il y en a.

Exercice 2.5 Trouver l'ordonnée à l'origine des fonctions ci-dessous.

a) $x \mapsto -9x - 72$

b) $x \mapsto 8x$

c) $x \mapsto x^2 + 8$

d) $x \mapsto \frac{3}{8}x + 3$

e) $x \mapsto 8$

f) $x \mapsto 2x^2 - 128$

Parmi ces fonctions, lesquelles ont -8 comme zéro ? Justifier les réponses affirmatives ainsi que les non-affirmatives.

10.3 Proportionnalité et fonctions linéaires

Les fonctions linéaires

Exercice 3.1 Compléter le tableau de valeurs. Ces fonctions sont-elles linéaires ?

x	-12	-1	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{5}$	6
$x \mapsto -\frac{2}{3}x$								
$x \mapsto x - \frac{2}{3}$								

Exercice 3.2 Représenter par un tableau de valeurs et graphiquement la fonction f définie par :

$$f : [-5;5] \to \mathbb{R}$$
$$x \mapsto \frac{5}{4}x$$

Exercice 3.3 Trouver les expressions des fonctions décrites ci-dessous en indiquant ce que représentent les lettres x et y, puis dire si c'est une fonction linéaire ou non.

a) La fonction qui permet de calculer le prix du sac de bonbons, sachant que 100 g coûtent 3 Frs.

b) La fonction qui permet de calculer l'aire d'un carré en fonction de la mesure de son côté.

c) La fonction qui permet de calculer l'aire d'un rectangle en fonction de sa longueur, sachant que sa largeur est de 10 cm.

d) Le coût total de mes communications téléphoniques sachant que je paie 40 ct par minute.

e) Le coût total de mes communications téléphoniques sachant que je paie un abonnement à 20 Frs et 10 ct par minute.

Exercice 3.4 Parmi les fonctions de l'exercice précédent, lesquelles sont des fonctions linéaires ?

Exercice 3.5 Compléter les tableaux ci-dessous.

a)

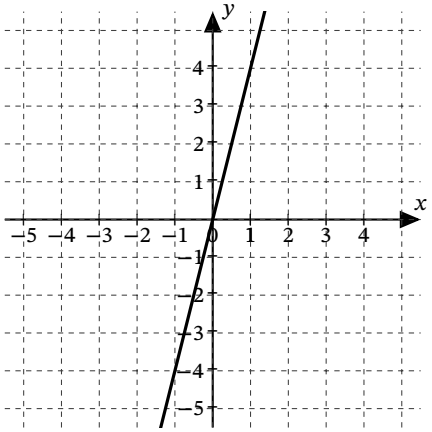
Aire du terrain en m^2	1	100	500		x
Prix en Frs	350			7000	

b)

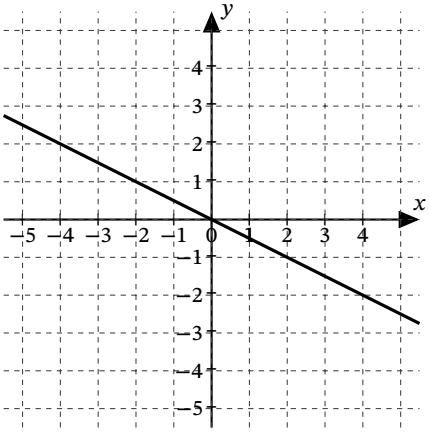
Nombre de personnes	5	20	25		1	3	x
Boisson à prévoir en dl	8			72			

Exercice 3.6 Trouver les expressions algébriques des fonctions représentées par les graphes ci-dessous :

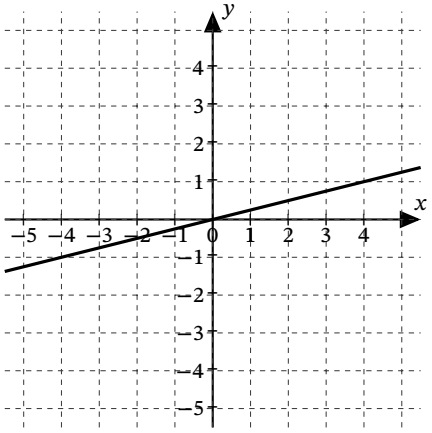
a)



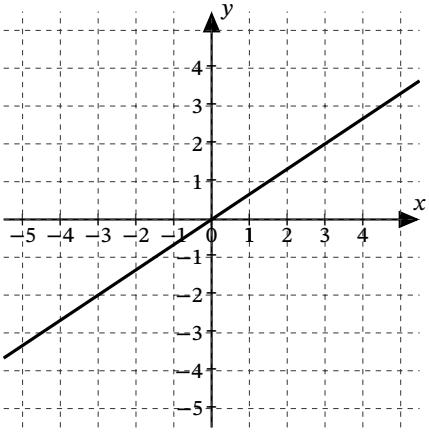
c)



b)

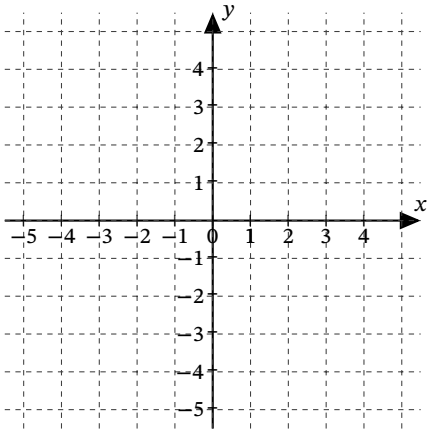


d)

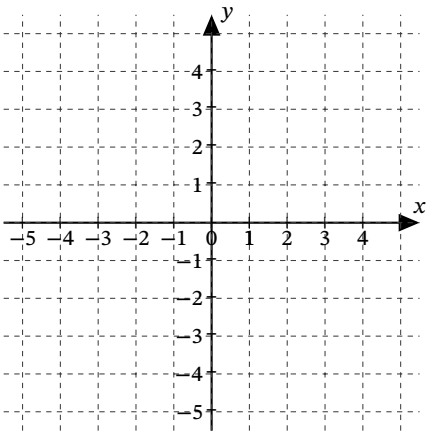


Exercice 3.7 Sans faire de calculs, représenter les graphes de ces fonctions.

a) $x \mapsto -2x$



b) $x \mapsto \frac{4}{3}x$



Exercice 3.8 3 entrées coûtent 22,50 Frs.

a) Combien coûtent 5 entrées ?

b) Combien puis-je en acheter si j'ai 90 Frs ?

Exercice 3.9 On a payé 15 Frs pour un rôti de 750 grammes.
Quel est son prix au kilogramme ?

Exercice 3.10 Une famille de 4 personnes a passé 7 jours en pension dans un hôtel et a payé 7'000 Frs.
Combien devra payer une famille de 5 personnes pour passer 6 jours avec les mêmes conditions ?

Exercice 3.11 Un peintre en bâtiment utilise 5 kg de peinture pour peindre un mur carré de 3 m de côté.
Quelle quantité de peinture faudra-t-il pour peindre un mur carré de 6 m de côté ?

Les pourcentages

Exercice 3.12 Voici les résultats de l'élection du délégué de classe. Compléter le tableau.

Candidat	% par rapport au total	Nombre de voix
Jo	37,5	
William	20,83	
Jack	12,5	
Averell		
Total		24

Exercice 3.13 Compléter le tableau.

un biscuit contient :	total	protéines	glucides	lipides
Quantité en g	16	1	12	3
% du total				

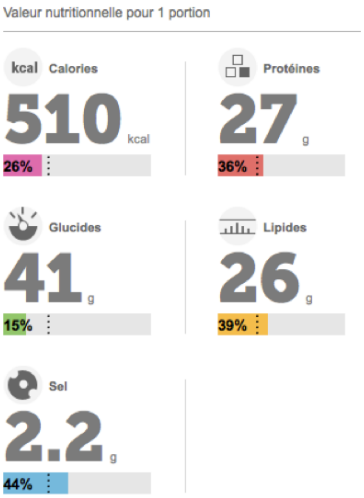
Exercice 3.14 Combien de points faut-il faire pour avoir la note 4, sachant que ce seuil est à 60% du total des points et qu'il y a 30 points dans le test ?

Exercice 3.15 Quel est le total des points d'un test dont la note 4 est à 60%, ce qui fait 30 points ?

Exercice 3.16 J'ai fait 28 points dans un test qui en comptait 35. Quel pourcentage cela fait-il ?

Exercice 3.17 Un alliage est composé de 6% de carbone, 7% de silicium, 52% de chrome et le reste de fer.
Calculer la masse de chacun de ces éléments dans un cadre de vélo de 2 kg.

Exercice 3.18



a) À partir de ces informations, calculer les quantités correspondant au 100%, c'est-à-dire aux besoins d'une personne en un jour.

b) Avec combien de ces hamburgers a-t-on mangé le 100% des calories d'une journée ?

c) Avec combien de ces hamburgers a-t-on mangé le 100% des graisses (lipides) d'une journée ?

Exercice 3.19 Lors d'un match de basket, un joueur de Fribourg Olympic a réussi 12 paniers sur 17 tirs tentés. Quel est son pourcentage de réussite ?

Exercice 3.20 Compléter le tableau.

Prix initial en Frs	Rabais en %	Rabais en Frs	Prix après rabais en %	Prix après rabais en Frs
80	10			
33	10			
120	25			
36	25			
500	20			
35	20			
90	50			
224	50			

Expliquer comment calculer rapidement 10%, 25%, 20% et 50%.

Exercice 3.21 Un paquet de bonbons est constitué de bonbons au citron et de bonbons à l'orange. On compte 32 bonbons au citron en tout, ce qui représente les 40% du paquet.

Combien de bonbons à l'orange trouve-t-on dans ce paquet ?

Exercice 3.22 C'est la période des soldes. Une veste coûtant 160 Frs a été soldée deux fois. La première réduction est de 30% et la deuxième de 20%.

a) Quel est le prix de cette veste après le deuxième rabais ?

b) Quel est le pourcentage de rabais total ?

Exercice 3.23 C'est la période des soldes, tous les articles du magasin sont vendus avec un rabais de 20%. À la caisse, je paie un montant de 184.– Frs.

a) Quel aurait été le montant de ma facture en dehors de la période des soldes ?

b) Quel pourcentage représente le montant économisé par rapport au montant payé ?

Exercice 3.24 Aujourd'hui, il n'y a que 17 élèves dans la classe de Nicole car la grippe retient 32% de ces camarades au lit. Quel est l'effectif total de cette classe ?

Exercice 3.25 Lors d'un examen, 85% des candidats ont réussi. Il y a 45 échecs.

Combien de candidats se sont présentés à l'examen ?

Exercice 3.26 Un antiquaire vous déclare :
« J'ai vendu ce matin un vase chinois 2000 Frs en perdant 20% sur le prix d'achat. Mais l'après-midi, j'ai vendu un autre vase 2000 Frs en gagnant 25% sur le prix d'achat. C'est donc finalement une bonne journée ».

Êtes-vous d'accord avec lui ?

Les mélanges

Exercice 3.27 Voici une recette de cookies.

Ingrédients (pour 4 personnes) :
- 85 g beurre
- 1 oeuf
- 85 g sucre
- Essence de vanille ou 1 sachet de sucre vanillé
- 150 g de farine
- 100 g de chocolat noir
- 1 cuillère à café de sel
- 1 cuillère à café de levure chimique

a) Compléter le tableau.

Nombre de personnes	g beurre	oeuf	g sucre	sachet sucre vanillé	g farine	g choc noir	cc sel	cc poudre à lever
28								
					750			
		x						

b) Trouver l'expression de la fonction qui donne les grammes de sucre en fonction du nombre de personnes.

Exercice 3.28 La recette d'un gâteau au chocolat prévoit les ingrédients suivants :

- 250 g de beurre très mou
- 15 cl de lait
- 100 g de chocolat en poudre
- 200 g de sucre en poudre
- 1 pincée de sel
- 200 g de farine

Or, dans le frigo, il ne reste plus que 200 g de beurre.

Calculer les quantités des autres ingrédients afin de pouvoir réaliser ce gâteau.

Les répartitions

Exercice 3.29 Trois amis se sont cotisés pour acheter un billet de la « Loterie de Folie ». Alain a payé 50 Frs, Béatrice 20 Frs et Claude 30 Frs.

Et ils ont gagné ! Huit millions !

Calculer comment répartir cet argent de manière proportionnelle à l'investissement de départ.

Exercice 3.30 Trois amis se sont mis ensemble pour gagner de l'argent en effectuant les grands nettoyages d'un bâtiment scolaire. Alain a travaillé 8h, Béatrice 6h et Claude 4h.

Ce travail a rapporté la somme de 540 Frs.

Calculer comment répartir cet argent de manière proportionnelle au temps de travail effectué.

Le change

Exercice 3.31 De retour de France, Nicolas aimerait échanger ses Euros en Francs suisses. Il reçoit 205,35 Frs de la banque. Combien d'Euros avait Nicolas ? (taux de change : 1 Euros = 1,12 Frs)

Exercice 3.32 Pour ses vacances, Marc loue un logement au prix de 485 Euros. Combien de Francs suisses doit-il prélever sur son compte pour payer ce logement ? (taux de change : 1 Euros = 1,12 Frs)

Exercice 3.33 Un touriste japonais échange 13'500 Yens au bureau suisse d'échange. Il reçoit 164,70 Frs. Un autre touriste japonais se présente le même jour pour échanger 11'000 Yens.

Quelle somme recevra ce touriste ?

Les intérêts simples

Exercice 3.34 Quel est le capital qui, au taux de 4%, a rapporté en un an 120 Frs d'intérêt ?

Exercice 3.35 À quel taux est placée une somme de $2'300$ Frs qui rapporte un intérêt de $80{,}50$ Frs en un an ?

Exercice 3.36 Un certain chanceux a gagné 10 millions de francs suisses à la loterie. En admettant qu'il place son argent à un taux de $0{,}5\%$, quelle somme mensuelle et journalière peut-il dépenser sans entamer son capital ?

Exercice 3.37 J'ai 8000 Frs sur un compte d'épargne qui me rapporte $0{,}5\%$ d'intérêts par an.

a) Quelle somme vais-je avoir sur mon compte après 1 an ?

b) Quelle somme vais-je avoir sur mon compte après 2 ans ?

c) Si je reprends mon argent au bout de 275 jours seulement, combien me versera-t-on d'intérêts ? (En économie, 1 an $= 360$ jours)

d) Combien faut-il de jours pour obtenir 1 Frs d'intérêts ?

e) Quelle somme faut-il avoir sur ce compte pour obtenir des intérêts annuels de 100 Frs ?

Exercice 3.38 On a acheté à crédit un lecteur « Blue-Ray ». Après paiement comptant de 45% de la somme, le solde de $2'530$ Frs est remboursable dans 3 mois à condition de régler un intérêt de retard de 114 Frs.

a) Quel est le prix de vente au comptant de cet enregistreur vidéo ?

b) Quel est le taux de ce crédit ?

Les échelles

Exercice 3.39 On veut dessiner le plan de la classe à l'échelle $1 : 20$.

a) Combien mesureront ses côtés sur le plan s'ils font 8 m et 12 m en réalité ?

b) Á quelle mesure réelle correspond 6 cm de ce plan ?

c) Á quelle mesure réelle correspond 6 cm d'un plan à l'échelle $20 : 1$?

Exercice 3.40 Un insecte de 8 mm de long a été dessiné à l'échelle $15 : 1$.

a) Quelle est sa longueur sur le dessin ?

b) Sur le dessin, une de ses pattes mesure 3 cm. Combien mesure-t-elle en réalité ?

c) Si je veux que cet insecte mesure 8 cm sur mon dessin, quelle échelle vais-je utiliser ?

Exercice 3.41 Un segment de $3{,}2$ cm sur une carte correspond à $4{,}8$ km sur le terrain. Quelle est l'échelle de la carte ?

Exercice 3.42 La maquette d'un bâtiment a les dimensions suivantes : 42 cm de long, 36 cm de large et 21 cm de haut. Réellement, le bâtiment a 21 m de long, 18 m de large et 11 m de haut.

a) La maquette est-elle réalisée à l'échelle ?

b) Si oui, quelle est l'échelle utilisée ?

c) Si non, modifier une des dimensions pour que la maquette soit à l'échelle et indiquer cette échelle.

Exercice 3.43 Sur un plan à l'échelle $1 : 1000$, un terrain rectangulaire mesure $6{,}5$ cm et $2{,}6$ cm.
Calculer l'aire réelle (en m^2) de cette parcelle.

Les pentes

Exercice 3.44 La pente d'une piste rouge est au maximum de 40%. Dessiner une pente de 40%.

Exercice 3.45 Quelle est la route la plus raide ?

Route A :	$\Delta h = 2$ km	$\Delta v = 120$ m
Route B :	$\Delta h = 1800$ m	$\Delta v = 100$ m

Exercice 3.46 La pente moyenne d'une voie ferrée est de 4%. Quelle est la dénivellation pour une distance horizontale de $8{,}5$ km ?

Exercice 3.47 Quelle est la longueur de l'ombre d'un poteau vertical de $4{,}5$ m si la pente des rayons solaires est de 90% ?

Exercice 3.48 Les trains de montagne peuvent franchir des pentes maximales de 12%. Quelle peut être la longueur minimum de la ligne ferroviaire reliant Oberwald (alt. 1368 m) au col de la Furka (alt. 2431 m) ?

Exercice 3.49 Un téléphérique part d'une altitude de $1'300$ mètres pour monter vers sa station d'arrivée. Sachant qu'il a une pente de 35% et que, sur une carte au $1 : 25'000$, la distance horizontale est de 5 cm, calculer l'altitude de la station d'arrivée.

Exercice 3.50 Le départ d'une descente de Coupe du monde de ski est donné à une altitude de $2'572$ m et l'arrivée est à $1'560$ m. Sur une carte à l'échelle $1 : 25'000$, la longueur horizontale représente 16 cm.

Quelle est la pente moyenne de cette descente ?

Les vitesses

Exercice 3.51

a) Transformer 1 m/sec en km/h.

b) Transformer 7 m/sec en km/h.

c) Quelle est l'expression de la fonction qui donne la vitesse en m/sec à partir de la vitesse en km/h ?

Exercice 3.52 Convertir $2{,}31$ h en heures minutes secondes.

Exercice 3.53

a) J'ai couru les 10 km de Lausanne en 50 minutes. Quelle est ma vitesse en km/h ?

b) Ma sœur a mis 3 minutes de plus que moi. Quelle est sa vitesse à elle ?

Exercice 3.54 Une voiture A parcourt 27 km en 20 minutes. Une voiture B parcourt 66 m en 3 secondes. Quelle est la voiture la plus rapide ?

Exercice 3.55 Le rayon d'un circuit circulaire d'un train électrique est de 2 m. Le train fait un tour complet en 4 minutes et 15 secondes. Quelle est sa vitesse (en km/h) ?

Exercice 3.56 Le coureur automobile Lewis Hamilton a remporté le Grand Prix de Belgique en 2020 à la vitesse moyenne de $219{,}9935$ km/h.

a) Quelle distance a-t-il parcouru si sa course a duré 1 h 24 min $8{,}761$ s ?

b) Le dernier coureur à passer la ligne d'arrivée $85{,}54$ s après le vainqueur. Quelle a été sa vitesse moyenne ?

Exercice 3.57 Aux Jeux Olympiques de Séoul, Florence Griffith s'est adjugé la médaille d'or du 200 mètres en établissant un nouveau record du monde dans le temps de $21{,}34$ secondes.

Quelle a été sa vitesse moyenne en km/h ?

Les débits

Exercice 3.58 Á Paris, chaque quart d'heure, il s'écoule en moyenne $270'000$ m^3 d'eau sous les ponts enjambant la Seine. Le Rhin, à Bâle, transporte en moyenne $54'000'000$ de litres d'eau à la minute.

Quel fleuve a le débit le plus important ?

Exercice 3.59 Si le débit moyen du fleuve Amazone est, à son embouchure, de $110'000$ m^3/s, calculer la quantité d'eau qui s'écoule chaque jour.

Exercice 3.60 Pour remplir un seau d'une contenance de 12 litres, une fontaine a mis $7{,}5$ secondes. Quel temps faudrait-il à cette fontaine pour remplir un bassin de 350 litres si son débit a augmenté de 9 litres à la minute ?

Exercice 3.61 On remplit une piscine de 600 m^3 à l'aide de deux robinets débitant respectivement $3{,}2$ litres par seconde et 288 litres par minute. Quelle est la durée du remplissage de la piscine si les deux robinets sont ouverts au même moment ?

Les masses volumiques

Exercice 3.62 La masse totale d'un jerrican de 20 litres rempli de mazout est de 20 kg. Quelle est la masse du jerrican vide ? (masse volumique du mazout : $0{,}92$ kg/dm^3)

Exercice 3.63 Une bouteille pèse $1{,}1$ kg lorsqu'elle est pleine d'eau et 400 g lorsqu'elle est vide. Quelle est la masse volumique (en g/dm^3) de l'huile d'olive si la même bouteille remplie d'huile d'olive a une masse de $1{,}044$ kg ?

Exercice 3.64 Un bidon vide pèse 300 g. On le remplit de miel, puis on le pose sur une balance et l'aiguille marque 3 kg. Quelle est la capacité (en litre) du bidon si la masse volumique du miel vaut $1{,}5$ g/cm^3 ?

10.4 Degrés 0 et 1

Fonctions affines

Exercice 4.1 Parmi ces fonctions, lesquelles sont affines ?

a) $f(x) = 2x - 3$

b) $f(x) = \dfrac{1}{2x-3}$

c) $f(x) = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{3}$

d) $f(x) = \sqrt{2x-3}$

e) $f(x) = \sqrt{2}x - \sqrt{3}$

f) $f(x) = x^2 + 2x - 3$

g) $f(x) = 2x$

h) $f(x) = 0$

i) $f(x) = -3 + 4x$

j) $f(x) = 5$

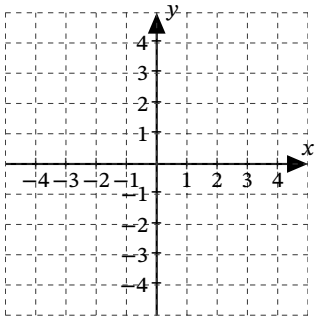
k) $f(x) = x$

Exercice 4.2 Soit f la fonction affine donnée par $f(x) = 3x - 7$. Calculer.

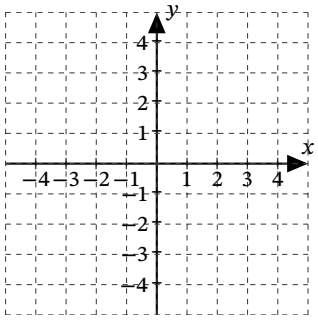
a) $f(2)$ b) $f(4)$ c) $f(-1)$ d) $f(0)$ e) $f(\frac{2}{3})$ f) $f(-\frac{5}{4})$

Exercice 4.3 A) Représenter le graphe des 6 fonctions demandées.

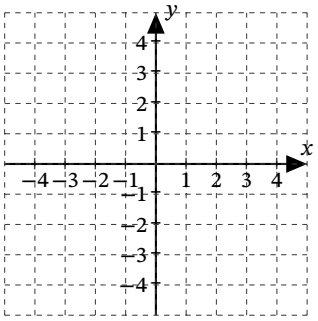
a) $f(x) = 2x - 1$



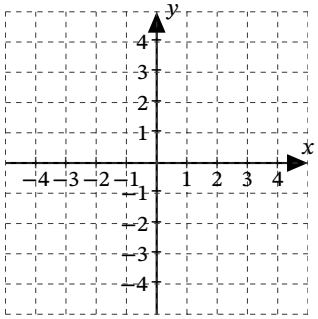
c) $h(x) = \frac{3}{2}x - 3$



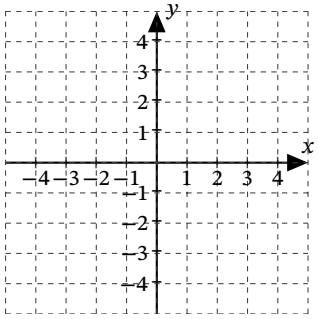
e) $j(x) = 2 - x$



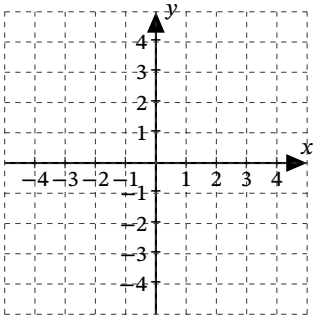
b) $g(x) = x - 2$



d) $i(x) = -2$



f) $k(x) = -2x$



B) Quels sont les zéros de ces fonctions ?

C) Quelles sont les ordonnées à l'origine de ces fonctions ?

D) Quelles sont les pentes de ces droites ?

Exercice 4.4 Remplir le tableau ci-dessous.

x	-10	$-0{,}3$	0	$\frac{2}{7}$	5	$\frac{30}{11}$	type	pente	ordonnée à l'origine
$11x$									
11									
$3 - 2x$									
$\frac{7}{6}x + 2$									
$11x^2$									

Exercice 4.5 Soit f la fonction donnée par $f(x) = 8x + 11$.

Effectuer l'exercice sans tracer le graphe de f.

a) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

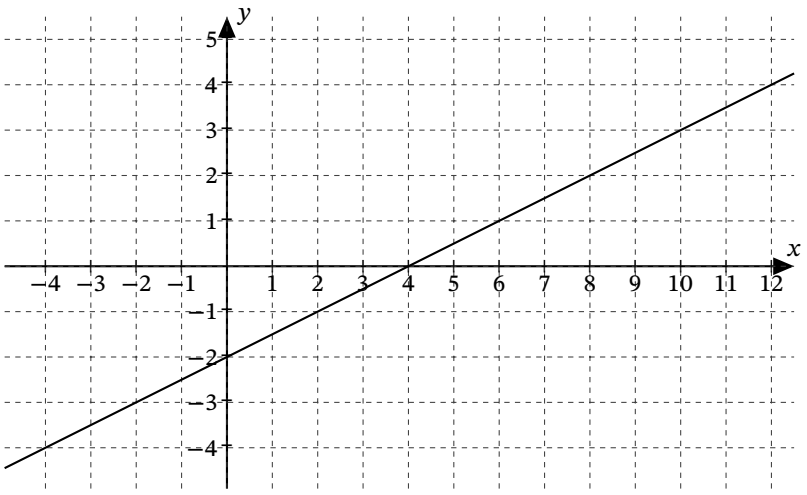
$(2\,;13)$ $(2\,;27)$ $(-1\,;3)$ $(1\,;-3)$

b) Trouver les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent au graphe de f.

$(2\,;\ldots)$ $(-\frac{7}{2}\,;\ldots)$ $(\ldots\,;11)$ $(\frac{3}{4}\,;\ldots)$

$(\ldots\,;19)$ $(\frac{3}{5}\,;\ldots)$ $(-\frac{11}{8}\,;\ldots)$ $(\ldots\,;-5)$

Exercice 4.6 Soit f la fonction représentée par le graphe ci-dessous.



Effectuer l'exercice sans calculer l'expression algébrique de f.

a) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

$(6\,;1)$ $(1\,;6)$ $(2\,;8)$ $(8\,;2)$

b) Trouver les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent au graphe de f.

$(10\,;\ldots)$ $(0\,;\ldots)$ $(\ldots\,;4)$

$(-1\,;\ldots)$ $(\ldots\,;0)$ $(\ldots\,;\frac{5}{2})$

Exercice 4.7 Sans faire de calcul, tracer le graphe des fonctions affines sur le graphique ci-dessous.

a) $f(x) = 3x + 2$

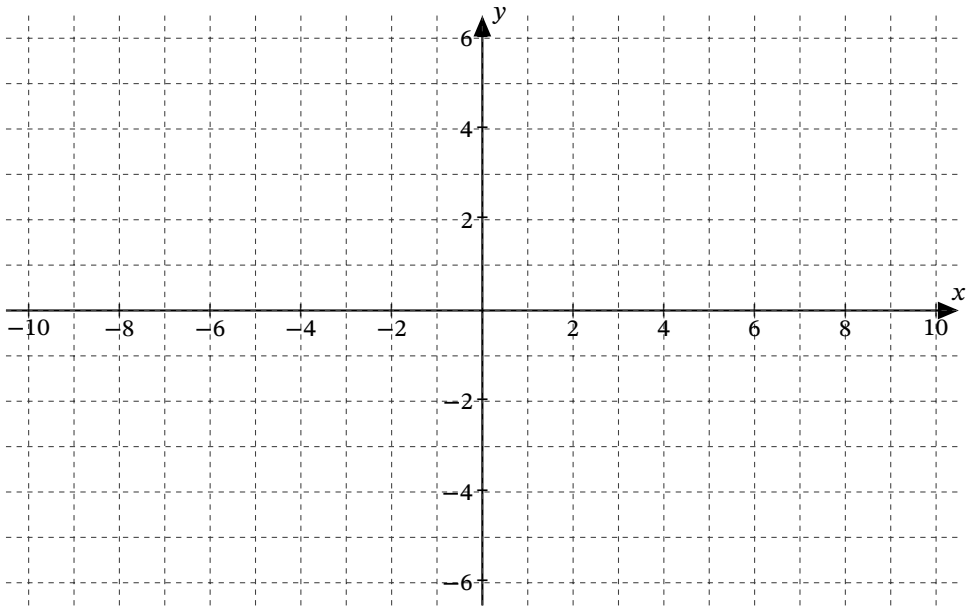
b) $f(x) = -3x + 2$

c) $f(x) = -x + 2$

d) $f(x) = -x + 5$

e) $f(x) = x$

f) $f(x) = 3 - 2x$



Exercice 4.8 Sans faire de calcul, tracer le graphe des fonctions affines sur le graphique ci-dessous.

a) $f(x) = \frac{2}{3}x - 4$

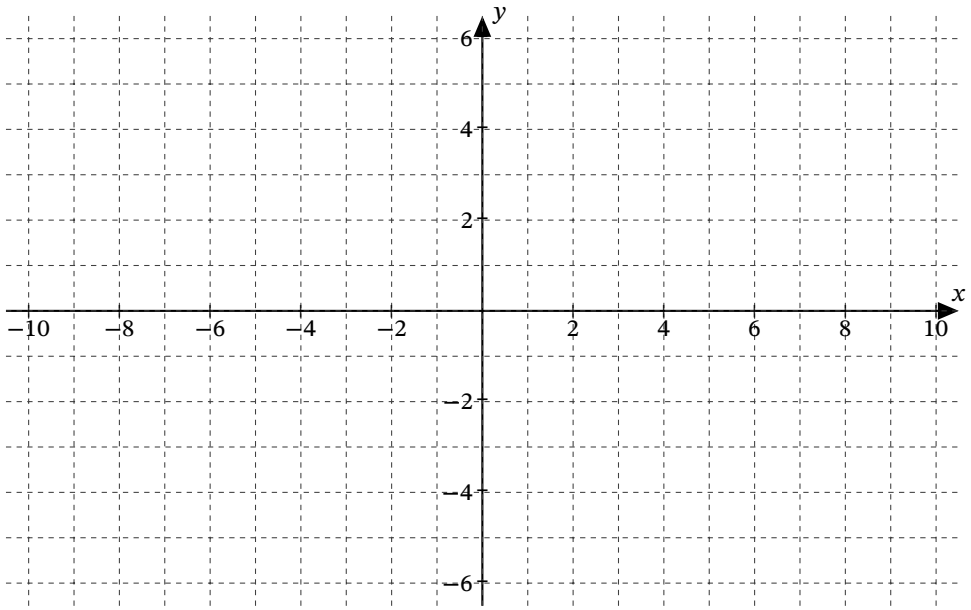
b) $f(x) = \frac{3}{4}x$

c) $f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

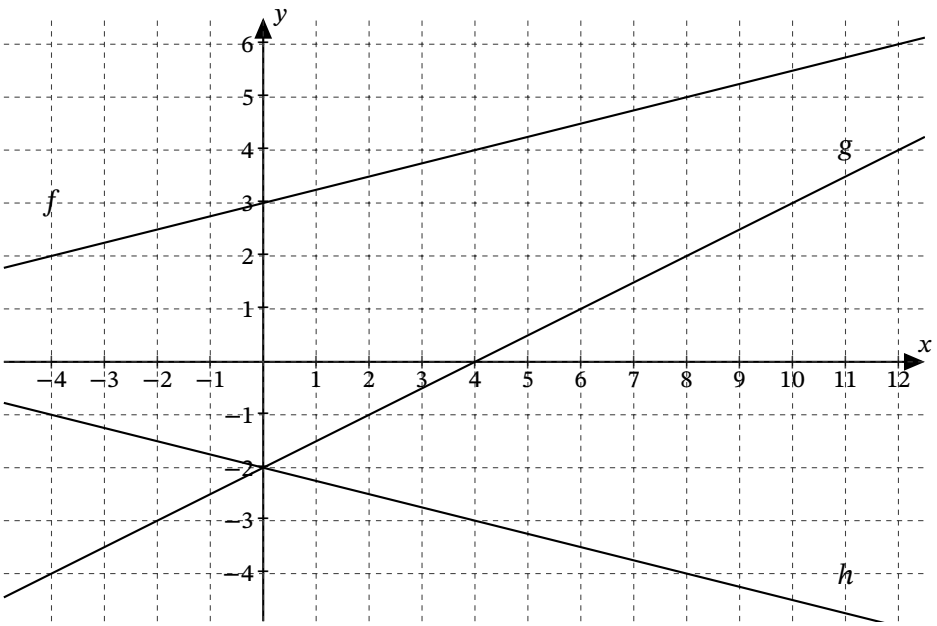
d) $f(x) = \frac{3}{5}x - \frac{3}{2}$

e) $f(x) = -\frac{5}{9}x + 4$

f) $f(x) = 4$

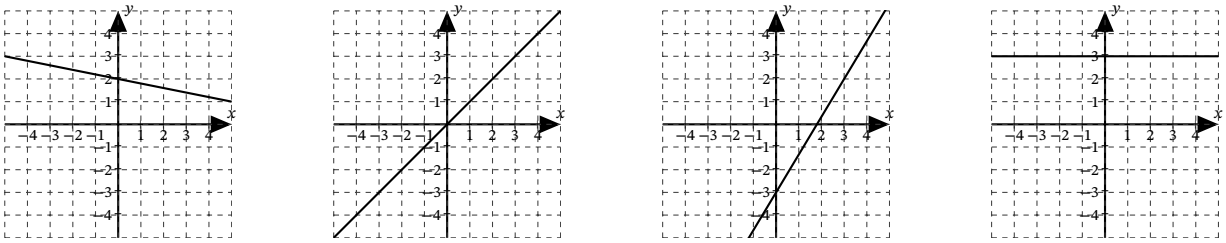


Exercice 4.9 Déterminer l'expression algébrique des fonctions représentées ci-dessous.



Exercice 4.10 Déterminer les expressions algébriques des fonctions affines représentées ci-dessous.

a) b) c) d)



Exercice 4.11 Pour chacune des situations ci-dessous, trouver l'expression algébrique de la fonction correspondante en indiquant ce que représentent x et $f(x)$. Donner le type de la fonction.

a) La fonction qui permet de calculer le prix d'un tissu qui coûte $6.-$ Frs le mètre.

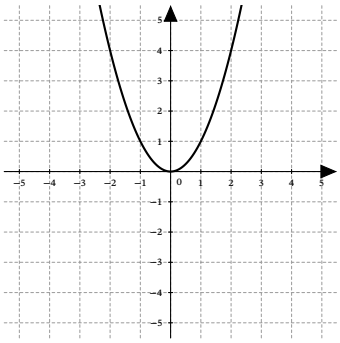
b) La fonction qui permet de calculer la masse du contenu de mon bol en fonction de ce que je lis sur ma balance sachant que le bol pèse 518 g vide.

c) La fonction qui permet de calculer la longueur d'un rectangle dont le périmètre mesure 20 cm, en fonction de sa largeur.

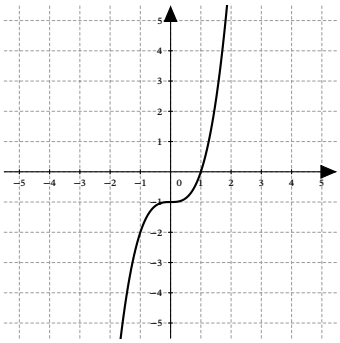
d) La fonction qui permet de calculer l'aire d'un losange sachant qu'une de ses diagonales mesure 5 cm de plus que l'autre.

Exercice 4.12 Parmi les graphes suivants, déterminer ceux qui représentent une fonction affine. En donner ensuite l'expression algébrique.

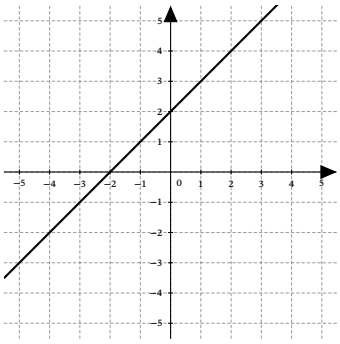
a)



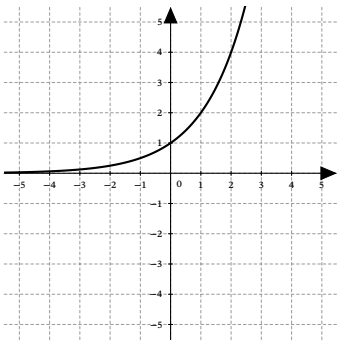
b)



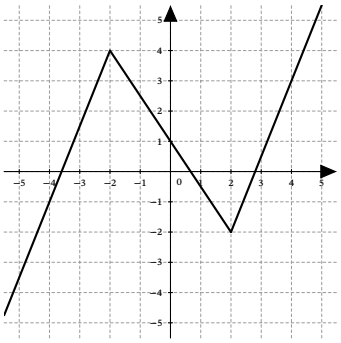
c)



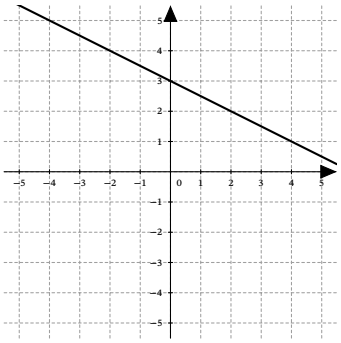
d)



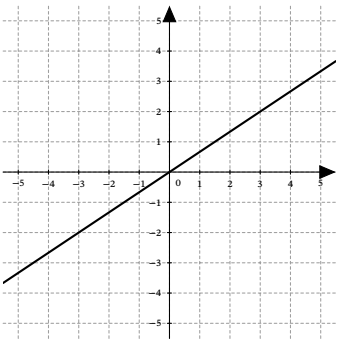
e)



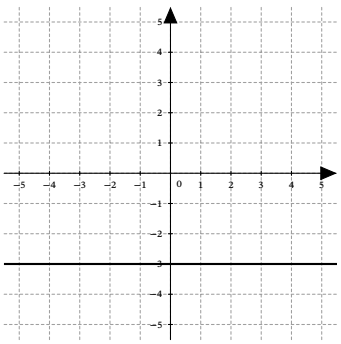
f)



g)



h)

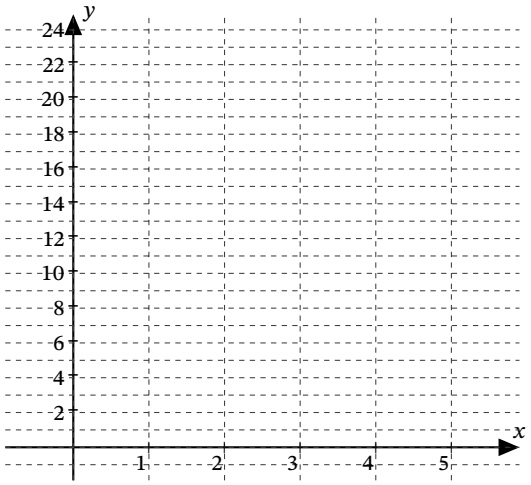


Exercice 4.13 Le tarif d'une course en taxi se compose d'une taxe forfaitaire de prise en charge et d'une taxe dépendant du nombre de kilomètres parcourus. Une compagnie de taxi propose trois tarifs différents :

Taxis 1	prise en charge :	3 francs	taxe kilométrique :	4 francs,
Taxis 2	prise en charge :	7 francs	taxe kilométrique :	3 francs,
Taxis 3	prise en charge :	1 francs	taxe kilométrique :	6 francs.

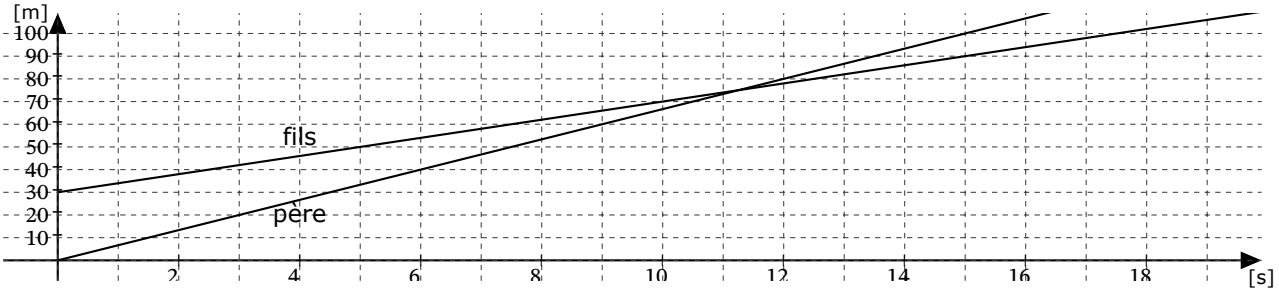
a) Exprimer le coût d'une course en fonction de la distance pour les trois tarifs.

b) Représenter graphiquement la situation.



c) Déterminer le tarif le plus avantageux en fonction de la distance à parcourir.

Exercice 4.14 Un père défie son fils au 100 mètres en lui laissant un peu d'avance. Les graphes indiquant la distance parcourue (en mètres) par les deux personnes en fonction du temps (en secondes) sont donnés ci-dessous.



a) Combien de mètres d'avance le père a-t-il laissés à son fils ?

b) Qui a gagné ? Avec combien de secondes d'avance ?

c) Quelle distance les sépare lorsque le vainqueur franchit la ligne d'arrivée ?

d) Quelles sont les vitesses des deux coureurs ?

e) Les deux personnes ont-elles été côte à côte ? Si oui, à quelle distance de la ligne de départ ?

Calcul littéral : Notions de base

Exercice 4.15 Réduire les monômes ci-dessous et donner leur degré.

a) $7 \cdot x \cdot 3$

b) $x \cdot (-6) \cdot (-4)$

c) $(-5) \cdot x \cdot (-0{,}87) \cdot (-2)$

d) $0{,}1z \cdot 80$

e) $3x \cdot 7x$

f) $\frac{5}{14}x \cdot \left(-\frac{12}{35}x\right)$

g) $(3x)^2$

h) $x \cdot x \cdot x$

i) $-\frac{12}{35}x^2 \cdot 7x$

Exercice 4.16 Réduire.

a) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$

b) $3b \cdot 5a$

c) $(-4t^3) \cdot 2t \cdot 7t^2 \cdot t$

d) $4 \cdot (2x \cdot 3x)$

e) $(4 \cdot 2x) \cdot 3x$

f) $2x \cdot (4 \cdot 3x)$

g) $4xy \cdot 9yx^2$

h) $\left(-\frac{1}{10}x^2\right)^3$

i) $\left[(-\frac{1}{10}x)^2\right]^3$

j) $\frac{5}{8}x^2 \cdot (-\frac{9}{10}x^4) \cdot (-8x^3)$

k) $\left(\sqrt{5}\,a^3b^4\right)^2$

l) $z^5 \cdot x^2y^4 \cdot xyz$

Exercice 4.17 Réduire les polynômes ci-dessous et donner leur degré.

a) $5x + 10x$

b) $5x \cdot 10x$

c) $9x - 2$

d) $9x(-2)$

e) $10x - 9x^2 - 3x^2 - 13x$

f) $5 + 9{,}5x + \frac{5}{14} + 3{,}1x$

Exercice 4.18 Développer et réduire les expressions suivantes.

a) $(x^2 + x + 1) + (3x^2 - 8x + 7)$

b) $(x^2 + x^3 - x) - (2x + 2x^3)$

c) $5x - (-3x^2 + 12) + 7x$

d) $-(8x^2 - 3 + x) + \left(\frac{2}{11}x - 8x^2 + 3\right)$

e) $18x - [7x - (8x - y)]$

f) $\left(6x - \frac{1}{3}y\right) + \left(4x + \frac{2}{7}y - 3z\right) - \left(-3z + 10x - \frac{1}{21}y\right)$

Exercice 4.19 Effectuer et réduire les expressions suivantes.

a) $(x^2 + x) + 5(3x^2 - 8x + 7)$

b) $4(x^2 - x) - 3x(2x + 7)$

c) $-10x^6 - 3x^2(5x^4 + 7x^3)$

Exercice 4.20 Réduire les polynômes ci-dessous et donner leur degré.

a) $(7x+3)+(10-5x)$

b) $(-8+13x^2)+(10x-5+2x^2)$

c) $(-6y-4)+(1-5y)$

d) $(7x+3)-(10-5x)$

e) $(-8+13x)+(10x-5+2x)$

f) $(-8+13x)-(10x-5+2x)$

g) $10(7x+3)$

h) $(-8y-4)-2(1-4y)$

i) $(-8x)\cdot(10x-5+2x)$

j) $y(1-5y)-3(9-2y)$

k) $\frac{5}{14}(4y-6)+2y^2(7-y)$

l) $9(4y-6)-(7-y)\cdot 2$

Équations du premier degré

Exercice 4.21 Déterminer le degré des équations suivantes et les écrire sous forme canonique.

a) $(x+1)^2-1=x^2+2x$

b) $x(x^2-2)-(x^2-2)=2$

c) $x+4=3x+4$

d) $x^5+x^4=-x^4$

e) $\frac{5x}{6}-\frac{1}{3}=-\frac{3}{4}$

f) $(x+8)(x-8)=-6(8-x)$

Exercice 4.22 Parmi les équations de l'exercice précédent, quelles sont celles qui ont -2 comme solution ?

Exercice 4.23 Résoudre les équations suivantes.

a) $5x=20$

b) $-3u=12$

c) $x+4=6$

d) $3x+60=14x+5$

e) $12-5x=4+x+8$

f) $7x=3x+4$

Exercice 4.24 Résoudre les équations suivantes.

a) $4(2x-1)=7x+8$

b) $(9x-1)-(5x-7)=x$

c) $(3x-1)+(9-3x)=8$

d) $3x+3(3-x)=8x+1$

e) $5(x+2)-2(5x+1)=8$

f) $(-3)(x+1)=-3x+1$

Exercice 4.25 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{5}{13}x = 2$

b) $\frac{x}{5} + 9 = 11$

c) $\frac{2x}{3} - 2 = \frac{x}{15} - \frac{3}{5}$

d) $\frac{3}{5}(x+2) = 6$

e) $\frac{1}{11}x + 6 = 4(x-20)$

f) $\frac{5}{13}x = \frac{13}{5}$

g) $3x - \frac{1}{2}(4-x) = x - \frac{1}{3}$

h) $-\frac{1}{2}(\frac{x}{5} + 6) = 25 - \frac{3x}{2}$

i) $36 - \frac{4x}{9} = 8$

Exercice 4.26 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{1}{4}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}x - \frac{3}{4}$

b) $3x + 8 = 2(x+4)$

c) $2x + 5 = \frac{1}{2}(7 - 4x)$

d) $\frac{1}{2}(8 + 2x) = x + 4$

e) $\frac{t-5}{3} = \frac{2-t}{2}$

f) $3x - \frac{4-x}{2} = x - \frac{1}{3}$

Exercice 4.27 Résoudre les équations suivantes.

a) $8{,}3 - 3t = 2{,}1 + 7{,}2t + 6{,}2$

b) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5}{6}$

c) $5m - 4 = 5(m+7)$

d) $2(1-x) - 3(x-1) = 0$

e) $\frac{4x}{3} = 29{,}\overline{3}$

f) $5x + 1 = 5x - 1$

g) $3x - 1 = 2x - \frac{2-2x}{2}$

h) $\frac{6x}{35} - \frac{x+11}{5} + 3x = -23$

Équations du premier degré : Applications

Exercice 4.28 Partager CHF 512.– entre deux personnes de manière que l'une ait CHF 64.– de plus que l'autre.

Exercice 4.29 Je dispose d'une somme d'argent pour organiser un petit déjeuner de Noël pour mes élèves. Si j'achète un pain au chocolat à CHF 3.– par élève et il me restera CHF 2.–. Si j'achète un petit pain à CHF 1.– par élève et il me restera CHF 40.–. Combien ai-je d'élèves ?

Exercice 4.30 Si je gagnais CHF 20.–, j'aurais trois fois plus que si je perdais CHF 20.–. Combien ai-je d'argent ?

Exercice 4.31 Trouver les dimensions d'un rectangle sachant que la longueur est le triple de la largeur et que son périmètre mesure 168 m.

Exercice 4.32 J'achète 7 kg de tomates et on me rend CHF 3,50. Hier, avec la même somme d'argent, j'ai acheté 4 kg des mêmes tomates et on m'a rendu CHF32.–.Combien coûte 1 kg de ces tomates ?

Exercice 4.33 Paul vient d'acheter cinq petits classeurs et trois grands classeurs. Il a payé CHF $159{,}50$.

Sachant qu'un petit classeur coûte la moitié du prix d'un grand classeur, calculer le prix de chaque classeur.

Exercice 4.34 Trois émissions durent ensemble 180 minutes : la première émission fait environ 13 minutes de moins que la seconde, qui elle-même dure 23 minutes de plus que la troisième.

Trouver les durées de chaque émission.

Exercice 4.35 Un notaire doit partager une somme de CHF $25'110.–$ entre trois personnes. La deuxième doit avoir les $\frac{3}{4}$ de la part de la première et la troisième les $\frac{9}{5}$ de la part de la deuxième. Calculer la part de chacune des trois personnes.

Exercice 4.36 Ma tirelire est pleine de pièces de CHF $2.–$. Si je pouvais les transformer en pièces de CHF $5.–$, j'aurais CHF $111.–$ de plus. Combien ai-je de pièces ?

Exercice 4.37 Je remplis des sacs de bonbons pour les offrir à mes élèves. Si j'en mets 8 par sac, il m'en restera 58. Si j'en mets 11 par sac, il m'en restera 7. Combien ai-je d'élèves ?

Exercice 4.38 Actuellement, j'ai 6 fois plus d'argent que ma sœur. Si je reçois CHF $100.–$ pour mon anniversaire, j'aurai alors 8 fois plus d'argent qu'elle. Quelle somme d'argent a-t-elle ?

Exercice 4.39 Cédric se lance dans le commerce de calendriers. Il en a acheté 100 en tout, de 2 sortes différentes : ceux représentant des paysages ont coûté CHF $7.–$ pièce et ceux représentant des animaux trop mignons CHF $16.–$ pièce. Il a payé en tout CHF $1276.–$. Combien en a–t-il de chaque sorte ?

Exercice 4.40 On veut constituer la somme de CHF $115.–$ avec 35 pièces de CHF $5.–$ ou $2.–$. Combien en faut-il de chaque sorte ?

Exercice 4.41 Je veux séparer les 21 cm de la largeur de ma page en 3 colonnes. La deuxième colonne est deux fois plus large que la première. La largeur de la troisième colonne mesure 4 cm de plus que la deuxième.

Quelles sont les largeurs de ces 3 colonnes ?

Exercice 4.42 Un patron dispose d'un montant de CHF $15'000.–$ à répartir entre ses 20 employés pour leur prime de fin d'année. Quatre d'entre eux ont été particulièrement méritants et recevront $300.–$ de plus que les autres.

Combien vont-ils recevoir chacun ?

Exercice 4.43 En fabriquant des marches ayant $1{,}6$ cm de plus en hauteur, on pourrait économiser 2 marches dans un escalier de 22 marches. Quelle est la hauteur de l'escalier ?

Exercice 4.44 Une échelle a 27 échelons. Si l'intervalle entre les échelons était 6 cm plus grand, on aurait fabriqué 6 échelons de moins.

En supposant que le premier et le dernier échelon restent à la même place, quel intervalle y a-t-il entre les échelons ?

Liens entre fonctions et équations

Exercice 4.45 Soit $f(x) = 4x - 5$. Déterminer par calcul ou algébriquement :

a) le zéro de f

b) son ordonnée à l'origine f

c) la préimage de 3 par f

d) l'image de $\frac{21}{2}$ par f

Exercice 4.46 Soit $f(x) = \frac{2}{7}x + 5$. Déterminer par calcul ou algébriquement :

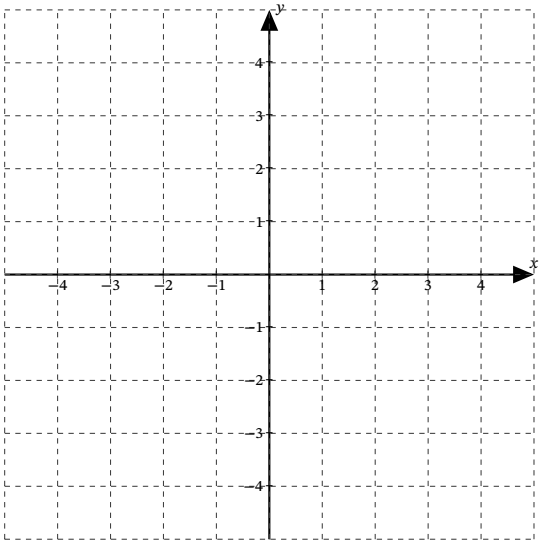
a) le zéro de f

b) son ordonnée à l'origine f

c) la préimage de 3 par f

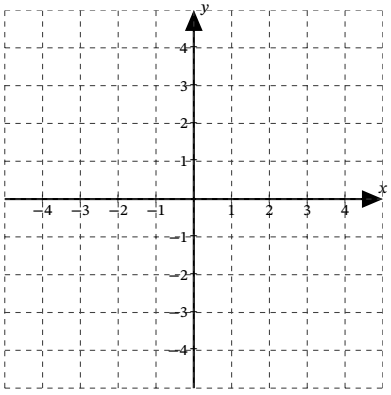
d) l'image de $\frac{21}{2}$ par f

Exercice 4.47 Résoudre graphiquement, puis algébriquement l'équation $-\frac{1}{3}x + 2 = 1$.

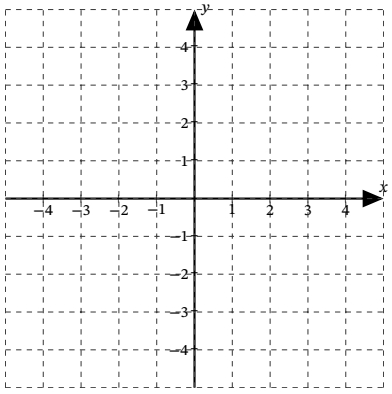


Exercice 4.48 Dans chaque cas, déterminer graphiquement, puis algébriquement les coordonnées du point d'intersection I des graphes des fonctions f et g.

a) $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$ $\quad g(x) = -x + 6$

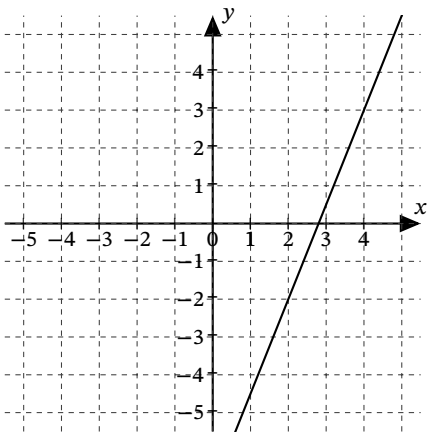


b) $f(x) = -2x + 2$ $\quad g(x) = \frac{4}{3}x - 3$

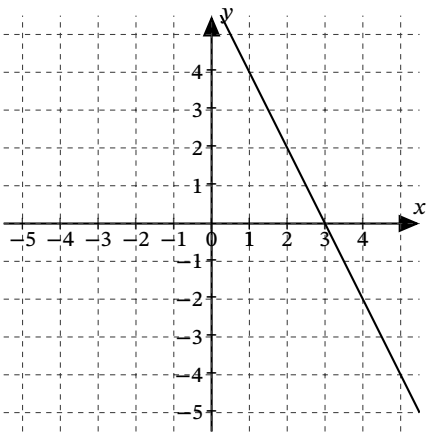


Exercice 4.49 Déterminer les expressions algébriques des fonctions affines représentées ci-dessous.

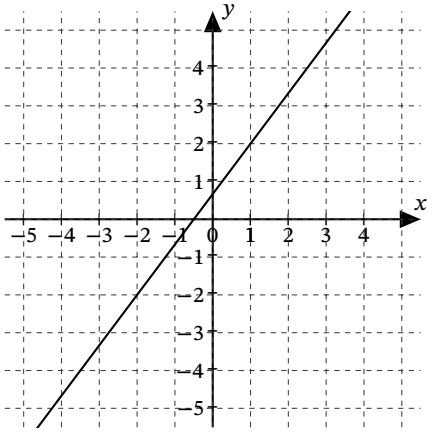
a)



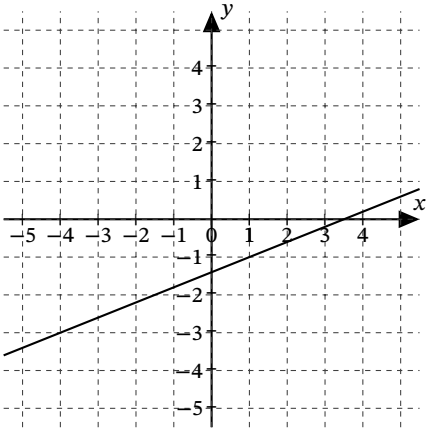
b)



c)



d)



Exercice 4.50 Quelles sont les coordonnées exactes du point d'intersection des droites d'équations

$$y = 4x - 20 \text{ et } y = \frac{1}{2}x \text{ ?}$$

Exercice 4.51

a) Calculer l'expression algébrique de la fonction affine f telle que $f(0) = 6$ et $f(4) = -2$.
Puis calculer l'image de -5.

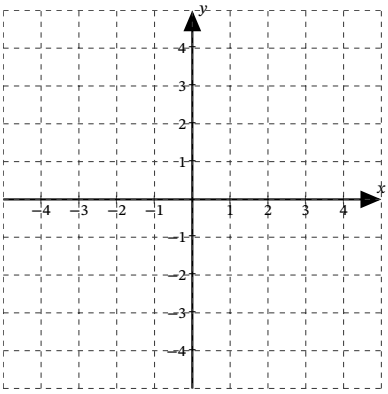
b) Calculer l'équation de la droite passant par les points $A(-10\,;-13)$ et $B(0\,;6)$. Le point $C(10\,;25)$ est-il sur cette droite ?

c) Calculer l'expression algébrique de la fonction affine f telle que $f(-5) = -67$ et $f(10) = 113$. Puis calculer l'image de -10.

d) Calculer l'équation de la droite passant par les points $A(-7\,;23)$ et $B(14\,;14)$. Est-ce que le point $C(70\,;-230)$ est sur cette droite ?

Exercice 4.52 Résoudre graphiquement, puis algébriquement l'équation

$$\frac{1}{3}x + 2 = -\frac{4}{3}x$$



Exercice 4.53

a) Déterminer l'équation de la droite qui est parallèle à la droite $y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ et qui passe par l'origine.

b) Déterminer la pente de la droite qui passe par les points $(-1\,;2)$ et $(3\,;\frac{1}{2})$.

c) Déterminer l'équation de la droite qui passe par le point $(1\,;3)$ et est parallèle à la droite $y = 5x + 2$.

d) Déterminer l'équation de la droite horizontale passant par $(6\,;2)$.

e) Déterminer l'équation de la droite verticale passant par $(3\,;-1)$.

Exercice 4.54

a) Déterminer l'ordonnée à l'origine de la droite $y = -\frac{5}{2}x + \frac{11}{2}$

b) La droite passant par les points $(2\,;2)$ et $(4\,;3)$ est-elle parallèle à celle passant par les points $(1\,;-1)$ et $(5\,;1)$?

c) Le point $(3\,;3)$ appartient-il à la droite passant par les points $(1\,;2)$ et $(-3\,;4)$?

Lien entre fonctions et équations : Applications

Exercice 4.55 Je veux acheter un nouveau Natel et conclure un abonnement.

Offre 1 : Prendre un abonnement chez Suncom avec le natel inclus :

Prix du natel : CHF 600.— Abonnement : CHF 80.— par mois

Offre 2 : Commander un natel directement chez Applsung puis conclure un abonnement chez Suncom :

Prix du natel : CHF 760.— Abonnement : CHF 70.— par mois

a) Combien vais-je payer en tout en 12 mois dans les deux cas ? Quel est le plus avantageux ?

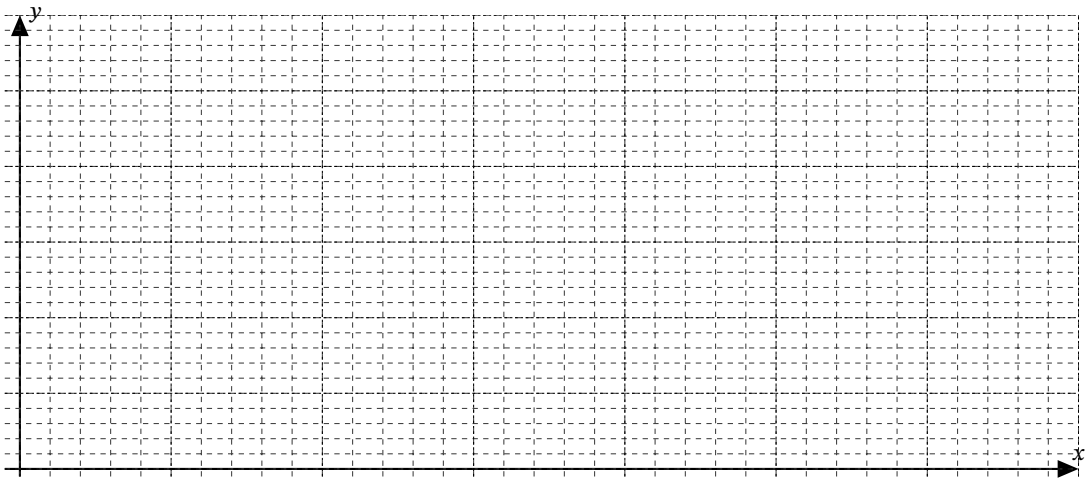
b) Quelle est l'expression de la fonction qui permet de calculer l'argent payé au total, en fonction du nombre de mois, dans les deux cas ?

c) Pour combien de mois les deux offres sont-elles équivalentes ?

Exercice 4.56 Le réservoir d'essence d'une voiture est rempli au maximum. La voiture s'engage sur une longue route à vitesse constante. La quantité d'essence utilisée est proportionnelle au nombre de kilomètres parcourus.

Après 200 km de route, il reste 40 litres d'essence. Après 450 km parcourus, il ne reste plus que 15 litres.

a) Représenter graphiquement le nombre de litres d'essence restant dans le réservoir en fonction du nombre de kilomètres parcourus, sachant que c'est une fonction affine.

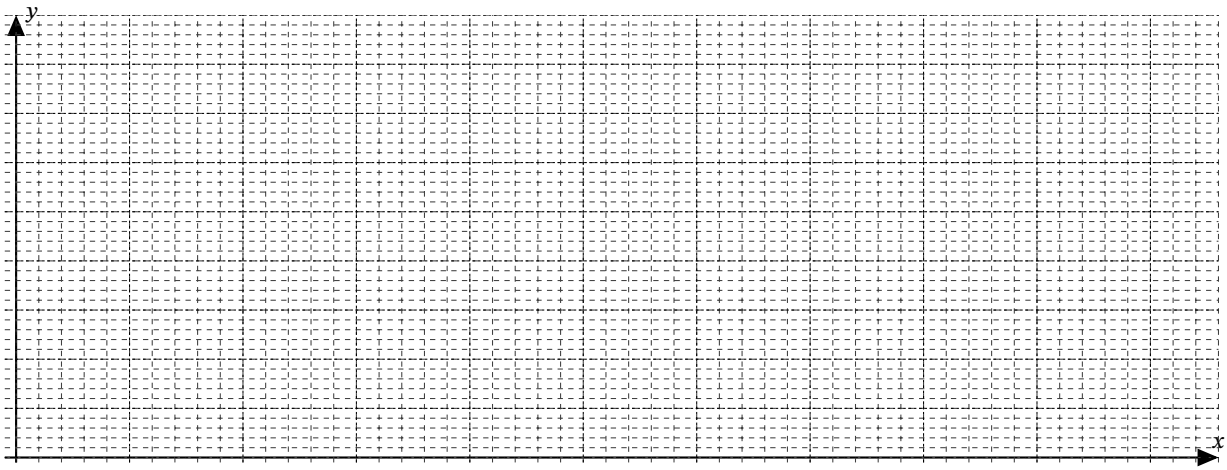


b) Quelle est l'expression de cette fonction ?

c) Calculer la capacité totale du réservoir ainsi que la consommation moyenne de la voiture pour 100 km.

Exercice 4.57 Un producteur de légumes sait qu'il peut vendre sa production de navets en les vendant à 40 cts pièce. Il estime que ses coûts de production fixes sont de 100 Frs par jour et qu'il lui coûte 20 cts pour produire chaque navet.

a) Illustrer graphiquement le problème en représentant les coûts de production, ainsi que l'argent reçu pour la vente, en fonction du nombre de navets (jusqu'à 1000 navets).



b) Combien de navets doit-il produire par jour pour être rentable ?

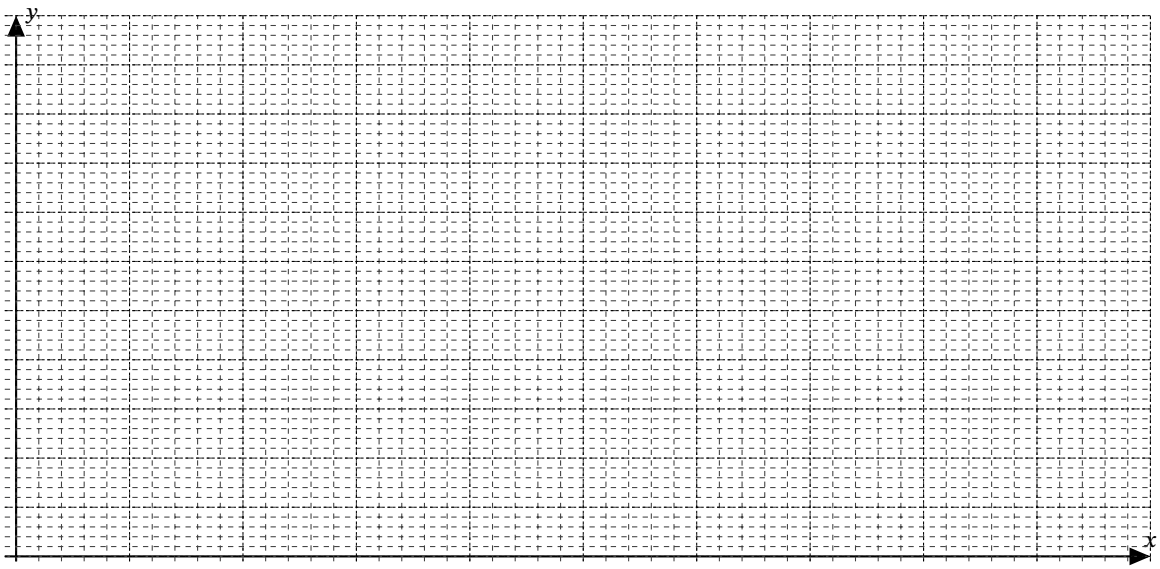
c) Un vendeur de machines agricoles lui propose au producteur l'achat d'une machine qui lui permettra de faire descendre son coût de production à 10 cts par navet. Par contre, ses frais fixes augmenteront à 180 Frs. par jour.

Est-il intéressant de produire les navets avec la nouvelle machine ? Représenter les coûts avec machine sur le même graphique qu'avant.

Exercice 4.58 Une ville a installé des usines pour alimenter ses citoyens en eau potable. Pour en payer les coûts, elle met en place une taxe composée d'une redevance fixe et d'un montant proportionnel à la consommation d'eau.

Un voisin de Jean a reçu son décompte annuel. Pour une consommation de 600 hectolitres, il doit payer 88 Frs. Un autre voisin doit payer 100 Frs. pour une consommation de 750 hectolitre d'eau.

a) Illustrer graphiquement le problème en représentant la taxe totale à payer en fonction du nombre d'hectolitres consommés (jusqu'à 1000 hl) et déterminer l'expression de cette fonction.



b) Jean sait qu'il a consommé 820 hectolitres d'eau cette année. Combien devra-t-il payer ?

c) Calculer le montant de la redevance fixe ainsi que la taxe variable pour 1000 litres d'eau.

Exercice 4.59 Votre permis de conduire en poche, vous hésitez entre l'achat d'une voiture et le carsharing. Une voiture coûte en frais fixes $6'850.-$ Frs par année (comprenant amortissement, assurances, taxes, parc...). Il faut y ajouter des frais variables de 30 cts. par kilomètres. Pour le carsharing, il faut acheter un abonnement annuel de $300.-$ Frs puis l'utilisation d'une voiture coûte 70 cts. par kilomètre.

a) Pour chacune des options, calculer l'expression algébrique de la fonction affine exprimant le coût annuel en fonction du nombre de kilomètres parcourus.

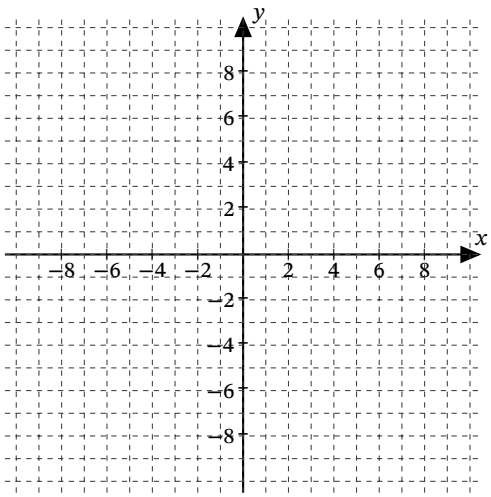
b) Si vous roulez 6000 km en une année, que vous coûte chacune des options ?

c) À partir de combien de kilomètres annuels est-il plus avantageux d'acheter sa propre voiture ?

Inéquations du premier degré

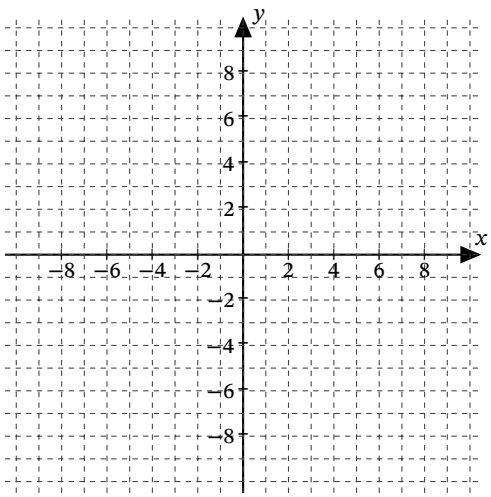
Exercice 4.60 Résoudre ces inéquations par voie graphique.

a) $\frac{2}{3}x - 5 \leq -x + 5$ b) $4x + 5 \geq \frac{2}{3}x - 5$ c) $4x + 5 < -x + 5$



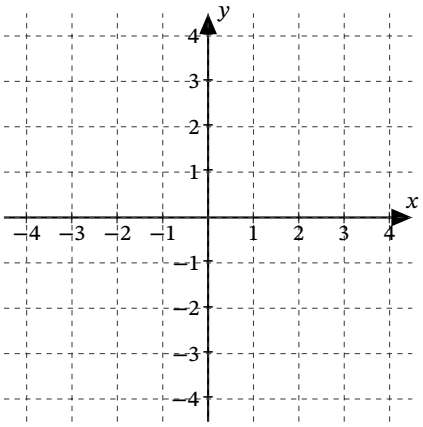
Exercice 4.61 Résoudre ces inéquations par voie graphique.

a) $\frac{1}{2}x + 2 > -x - 4$ b) $\frac{7}{2}x - 4 \leq -x - 4$ c) $\frac{1}{2}x + 2 > \frac{7}{2}x - 4$



Exercice 4.62 Représenter graphiquement les fonctions définies par les expressions algébriques ci-dessous sur un même graphique.

$$f(x) = -2x + 3 \qquad g(x) = \frac{1}{2}x - 2$$



Résoudre ensuite les équations et inéquations suivantes :

a) $f(x) = 0$

b) $f(x) = g(x)$

c) $f(x) = x$

d) $f(x) < 0$

e) $f(x) > g(x)$

f) $f(x) \geq x$

Exercice 4.63 Résoudre algébriquement les inéquations ci-dessous.

a) $-2 \leq 2x$

b) $-2 \leq -2x$

c) $x + 7 > 17$

d) $3x + 5 \leq 4x$

e) $-3x \geq 3x - 6$

f) $8x + 3 < 33 + 6x$

g) $2x > 5x$

h) $-4x + 1 < -2$

i) $2x + 3 \leq -5 - 3x$

Exercice 4.64 Résoudre algébriquement les inéquations ci-dessous.

a) $x - 6 < \frac{8}{5}x$

b) $\frac{2}{3}x < 6(-x + 5)$

c) $\frac{1}{3}x - 1 \leq \frac{8}{5}x$

d) $\frac{2}{3}x \leq -\frac{5x + 30}{2}$

e) $2(x - 6) < \frac{8}{5}x + 2$

f) $-4x > \frac{24}{7}$

g) $\frac{3}{4}(12x - \frac{8}{15}) \geq 6x - 7$

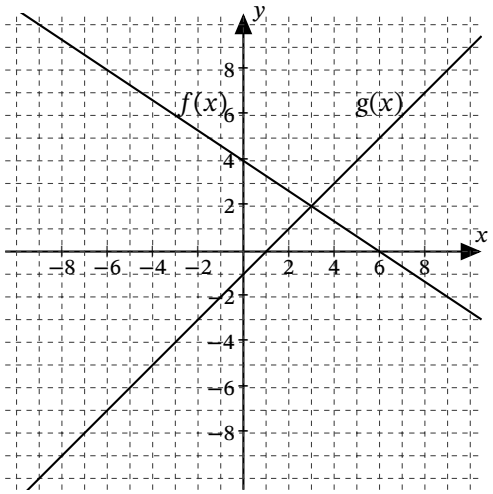
h) $x^2 - 12x + 36 < x^2 + 4x + 4$

i) $4x + 4 > \frac{-x + 30}{3} - 1$

Exercice 4.65

a) Résoudre $f(x) \leq g(x)$ pour $f(x)$ et $g(x)$ représentés ci-dessous.

b) Résoudre cette même inéquation algébriquement.



Exercice 4.66 Résoudre les inéquations suivantes :

a) $5 - 2x \geq 1$

b) $-4x - 5 < x + 5$

c) $-(7 - 2x) - 8 \geq 0$

d) $1 - 3x \leq \frac{1}{3}(8 + 2x)$

e) $2x - \frac{x-5}{3} > 4 - \frac{2x-2}{2}$

f) $\frac{4-x}{2} - \frac{x-3}{5} \geq x - \frac{x+2}{3}$

Exercice 4.67 Au moment d'acheter une nouvelle grue, une entreprise de construction a le choix entre :

- Le modèle A : CHF $50'000.-$ à l'achat, CHF $2'000.-$/an pour l'entretien,
- Le modèle B : CHF $40'000.-$ à l'achat, CHF $4'000.-$/an pour l'entretien.

Après combien d'années, le modèle A sera-t-il moins cher que le modèle B ?

Exercice 4.68 Les températures sur les échelles de Fahrenheit et de Celsius sont liées par l'égalité suivante :

$$C = \frac{5}{9}(F - 32)$$

Quelles sont les valeurs en degrés Fahrenheit qui correspondent aux températures comprises entre 30 et 40 degrés Celsius ?

Exercice 4.69 Résoudre les inéquations ci-dessous.

a) $2x - 6 < 2(x - 3)$

b) $2x - 6 < 2x - 3$

c) $2x - 6 > 2(x - 3)$

d) $2x - 6 > 2x - 3$

e) $2x - 6 \leq 2(x - 3)$

f) $2x - 6 \leq 2x - 3$

g) $2x - 6 \geq 2(x - 3)$

h) $2x - 6 \geq 2x - 3$

Exercice 4.70 Résoudre algébriquement les inéquations ci-dessous.

a) $-8x \geq -8$

b) $-8x \geq -8x$

c) $-8x + 8 > -8x$

d) $-8x > -8x + 8$

e) $-8x \geq -8x + 8$

f) $-8x + 8 \geq -8x$

g) $-8x + 8 > -8x + 8$

h) $-8x + 8 \geq -8x + 8$

10.5 Degré 2 et plus

Multiplications de polynômes

Exercice 5.1 Effectuer et réduire.

a) $(x + 4)(3x + 1)$

b) $(5x - 11)(x - 2)$

c) $(7x - 1)(2 - 3x)$

d) $(x^3 - 6)(x^2 - 6)$

e) $(3x^4 - 4)(3x^4 + 4)$

f) $(2 - x^3)^2$

g) $(3xy + y)(4x - y)$

h) $(3y - x)(3y^2 + x)$

i) $(3xy^3 + y^2)(1 - 3xy)$

Exercice 5.2 Effectuer et réduire.

a) $5x^2(x^2 + 2)(x - 3)$

b) $(x + 1)(x - 1)(x + 1)$

c) $(x + 10)^3$

Exercice 5.3 Effectuer et réduire.

a) $(x + 4)(x^2 - 4x + 1)$

b) $(x^2 - 3)(x^2 - x + 3)$

c) $(x^2 + 5x - 10)^2$

Exercice 5.4 Soit $P(x)$ et $Q(x)$ des polynômes. Calculer $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$ et $P(x) \cdot Q(x)$ pour les polynômes suivants :

a) $P(x) = 2x + 4$, $Q(x) = x - 1$

b) $P(x) = 2x^2 - 7$, $Q(x) = x + 2$

Factorisation par mise en évidence

Exercice 5.5 Effectuer et réduire :

a) $3(x^2-3x+1)$ b) $5x^2(x^3+2)$ c) $-3(2x^3-3x^2-x-2)$ d) $a(x^2-4x+1)$

Exercice 5.6 Mettre en évidence.

e) $16x^2-24x-64$ g) $9x^2-63x$ i) $9x^5+x^3$

f) $6x^2-x$ h) $24x^2+36x-12$ j) $30x^6+50x^5-20x^4$

Exercice 5.7 Mettre en évidence.

a) $33x^2-22x$ e) $35x^7-70x^6+35x^5$ i) $27x^2y-36xy^2$

b) $3x^3+2x^2-4x$ f) $6x^3+9x^2-18x-24$ j) $25x^5-40x^4y^2$

c) $18x^5+6x^3$ g) $x^4+2x^3+x^2$ k) $48x^4y^3-12y^2$

d) $56x-8$ h) $42x^3-49x^2$ l) $48x^2y^3+16xy^3-24y^3$

Exercice 5.8 Mettre en évidence de manière à obtenir des coefficients entiers.

a) $\frac{1}{7}x^2-\frac{2}{7}x+\frac{3}{7}$ d) $\frac{2}{3}x^2+x+10$ g) $\frac{1}{3}a^5+2a^3-\frac{2}{5}$

b) $\frac{3}{5}x+\frac{7}{5}$ e) $-7x+\frac{4}{7}$ h) $y^2+\frac{2}{7}y+\frac{5}{11}$

c) $\frac{6}{11}x-\frac{9}{11}$ f) $50y^3-\frac{60}{11}$ i) $\frac{7}{2}x^7+\frac{7}{3}x^2+\frac{7}{12}$

Exercice 5.9 Mettre en évidence le coefficient de x^2.

a) $-2x^2+6x-10$ c) $3x^2-24x+6$ e) $-10x^2-5x+20$ g) $\frac{1}{12}x^2-x-5$

b) $-x^2-2x+5$ d) $3x^2+21x+20$ f) $\frac{x^2}{2}-x+2$ h) $-3x^2-\frac{1}{2}x-\frac{1}{3}$

Exercice 5.10 Mettre en évidence. (★)

a) $3x^2y^4z^8 + 6xy^4z^8$

b) $4x^3y^5z^2 + 8x^2y^2z$

c) $7x^4 + 14x^3 + 35x^2 + 49x$

d) $axy^7 + xy^7$

e) $a^3b^3x^2 - a^2b^3x^3$

f) $4ax - 2bx$

g) $6a^2x + 4axyz^2$

h) $24a^3x^5 - 36ax^2$

i) $3a^3x^4y^5 - 12a^2x^3y^4$

j) $15a^7x^2 - 10a^5x^3$

k) $2ax^5 + 8a^2x^4 + 6a^3x^3 - 2a^4x^2$

l) $2a^3x^2y^3 + 8a^3x^3y^2 - 6a^4xy^3$

Factorisation par identités remarquables

Exercice 5.11 Effectuer et réduire à l'aide des identités remarquables.

a) $(x+2)^2$

b) $(2x-3)^2$

c) $(-x-y)^2$

d) $\left(3a-b^2\right)^2$

Exercice 5.12 Factoriser.

a) $x^2 + 10x + 25$

b) $100x^2 - 20x + 1$

c) $x^2 - 20x + 100$

d) $x^2 + x + \frac{1}{4}$

e) $x^2 + 28xy + 196y^2$

f) $25x^2 + 20x + 4$

g) $x^2 - x + 16$

h) $9x^2 + 2x + \frac{1}{9}$

Exercice 5.13 Effectuer et réduire à l'aide des identités remarquables.

a) $(x+9)^2$

b) $3(x+1)^2$

c) $(2x+3y)^2$

d) $x^3(x^3+10)^2$

e) $(\frac{1}{2}x+2)^2$

f) $11a(a^3+b^5)^2$

g) $(x-13)^2$

h) $x^2(-6x+5)^2$

i) $(2x^2-1)^2$

j) $(-7x^5-10)^2$

k) $11(x-\frac{1}{3})^2$

l) $(a-bc)^2$

Exercice 5.14 Factoriser.

a) $16x^2 + 24x + 9$

b) $x^2 - 24x + 144$

c) $x^3 + 22x^2 + 121x$

d) $-x^2 + 2x - 1$

e) $-10x^4 - 200x^3 - 1000x^2$

f) $99x^2 + 66x + 11$

Exercice 5.15 Effectuer et réduire à l'aide des identités remarquables.

a) $(x+2)(x-2)$

b) $\left(3x-y^3\right)\left(3x+y^3\right)$

c) $(x+3)(3-x)$

d) $\left(a+\sqrt{2}\right)\left(a-\sqrt{2}\right)$

Exercice 5.16 Factoriser.

a) $x^2 - 25$

b) $100x^2 - 169$

c) $x^2 - 7$

d) $x^2 - \frac{9}{49}$

e) $4x^2 - 225y^2$

f) $x^2 + 4$

g) $x^2y^2 - 36$

h) $6x^2 - 1$

Exercice 5.17 Effectuer à l'aide des identités remarquables.

a) $10x(x+9)(x-9)$

b) $x^3(4x+1)(4x-1)$

c) $(6x+\sqrt{5})(6x-\sqrt{5})$

d) $-5x^2(2-3x)(3x+2)$

e) $(x+\frac{4}{13})(\frac{4}{13}-x)$

f) $ab^2(b-a)(a+b)$

Exercice 5.18 Factoriser.

a) $810x^3 - 490x$

b) $\frac{9}{225}y - x^2y$

c) $x^2 - 13$

d) $-x^4 + 1$

e) $x^3 - 16x$

f) $2x^2 - 25$

Exercice 5.19 Effectuer à l'aide des identités remarquables.

a) $x^2(x+4)(x-4)$

b) $(x-11)^2$

c) $5(x-6)(x-6)$

d) $(3x+4)^2$

e) $xy(3y-x)(3y+x)$

f) $(1-x^7)^2$

g) $(xy+z^3)^2$

h) $(8-x)(x+8)$

i) $-(8x-5)^2$

Exercice 5.20 Factoriser.

a) $x^2 + 2x + 1$

b) $10x^2 - 20x + 10$

c) $a^3 - 4a$

d) $a^2 + 4a + 4$

e) $2x^2 + 2x + \frac{1}{2}$

f) $16x^2 - 9$

g) $-9x^2 + 6x - 1$

h) $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$

i) $x^4 - x^2$

j) $-36x^2 - 60x - 25$

k) $81x^2y^2 - 4y^2$

l) $x^4 - 16$

Exercice 5.21 Factoriser.

a) $5x^2 - 9x + 7 - (x+2)$

b) $-3x^2 + 9(2x-3)$

c) $(a+b)(a-b) - 2a(a+b)$

d) $-8y(y+1) - 2$

e) $5(x+1)^2 - 10(1+x)$

f) $(x-2)^2 + x^3 - 4 - x^2$

Exercice 5.22 Factoriser. (★)

a) $5x^4 - 405$

b) $(x^2+1)^2 - 4$

c) $x^4 + 2x^2 + 1$

d) $x^4 - 18x^2 + 81$

e) $x^6 - 2x^3 + 1$

f) $x^4 - 64$

Exercice 5.23 Factoriser. (★)

a) $x^2y^6 - 9$

b) $x^2 + 2xy^3 + y^6$

c) $6x^2y^2 - 6y^2$

d) $4x^2 - 36xy + 81y^2$

e) $8x^2y - 112xy + 392y$

f) $8xy(2xy+3) + 9$

Factorisation des trinômes unitaires de degré 2

Exercice 5.24 Effectuer de tête.

a) $(x+2)(x+3)$

b) $(x-2)(x+3)$

c) $(x+2)(x-3)$

d) $(x-2)(x-3)$

e) $(x-6)(x-1)$

f) $(x+6)(x-1)$

g) $(x+11)(x-10)$

h) $(x+3)(x+3)$

Exercice 5.25 Factoriser à l'aide de la méthode du trinôme.

i) $x^2 + 15x + 26$

j) $x^2 - 5x + 4$

k) $x^2 + x - 90$

l) $x^2 + 2x - 15$

Exercice 5.26 Effectuer de tête.

a) $(x+3)(x-5)$

b) $(x+5)(x-2)$

c) $(x-3)(x+2)$

d) $(x-4)(x-5)$

e) $(x-3)(x+4)$

f) $(x-1)(x+5)$

g) $(x-1)(x-5)$

h) $2(x+1)(x+5)$

i) $x^2(x+1)(x-5)$

Exercice 5.27 Factoriser.

a) $x^2 - 6x + 8$

b) $x^2 - x - 12$

c) $y^2 - 7y + 6$

d) $x^2 - 8x + 12$

e) $x^2 - 5x + 6$

f) $y^2 + 7y + 12$

g) $x^2 - x - 132$

h) $x^2 + 10x + 24$

i) $x^2 - 10x - 24$

j) $z^2 + z - 90$

k) $z^2 - z - 90$

l) $z^2 - 43z - 90$

Exercice 5.28 Factoriser.

a) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + 4$

b) $12a^2 + 36a + 27$

c) $-x^2 + 6x + 16$

d) $8t^2 - 50$

e) $x^2 - 6x + 8$

f) $9x^2 + 1'200x + 40'000$

g) $x^3 + 16x - 8x^2$

h) $2x^2 + 34x + 32$

i) $15x^2 - 1500$

j) $9x^3 - x$

k) $2 - 8x + 8x^2$

l) $48a - 16a^2 - 36$

Exercice 5.29 Factoriser.

a) $3x^3 - 27x^2 + 60x$

b) $x^2 + 3x$

c) $5x^2 - 10x + 5$

d) $-a^2 + 3a + 4$

e) $x^4 + 2x^3 + x^2$

f) $3a^2 - 3$

g) $4a^3 + 9a - 12a^2$

h) $5x^2 - 5$

i) $x^2 + x - 20$

j) $3a^2 - 12$

k) $a^2 - a^3$

l) $3x^2 - 4x$

Exercice 5.30 Réduire puis factoriser.

a) $5x(x + 8) + 35$

b) $x^3 - (8x - 7)x$

c) $-(x + 1)^2 + 9$

d) $4x^4 - 28x^3 - 2(4x)^2$

e) $x(x + 8) + 16$

f) $x^2 + 2(5x + 8)$

g) $(x + 4)^2 + 9x$

h) $-7x^2 + (x + 2)(9x + 8) - 8x$

i) $\frac{1}{5}x^2 - 7(\frac{1}{7}x + \frac{2}{5})$

j) $-x^3 - (x - 10)^2 + 100$

k) $-18 + (x - 7)x$

l) $5x(x + 5) + 30$

Exercice 5.31 Réduire puis factoriser.

a) $x(x + 9) - (x - 12)$

b) $(x + 3)^2 - 2(3x + 5)$

c) $x(x + 7)(x - 10) + 70x$

d) $(5 - x)^2 + (5 + x)^2$

e) $5(x + 3)^2 + 20x$

f) $\frac{1}{4}(x + 4)^2 - 2(x + \frac{13}{2})$

Exercice 5.32 Factoriser. (★)

a) $12x^3 + 3x + 12x^2$

b) $4x^5 - 36x$

c) $48ab^2 - 16a^2b^2 - 36b^2$

d) $x^6 + 16x^4 - 8x^5$

e) $x^3 + 4x^2 - 21x$

f) $-2x^4 - 14x^2 - 20$

g) $x^4 - 3x^2 - 4$

h) $x^3 + 8x^2 + 15x$

i) $2x^2y^2 + 6xy - 20$

j) $-5x^2y^6 + 5xy^3 + 30$

k) $a^3 - ab^2$

l) $-x + x^5$

Équations du deuxième degré : résolution par factorisation

Exercice 5.33 Résoudre les équations suivantes.

a) $(x-7)(x+2) = 0$

b) $4x(1-x) = 0$

c) $5(4x-3)(x+4) = 0$

d) $(2-3x)(x+1) = 0$

e) $-7(x-3)^2 = 0$

f) $(2x+5)x = 0$

Exercice 5.34

a) Donner une équation du deuxième degré dont les solutions sont 2 et -5.
Existe-t-il d'autres équations satisfaisant aux mêmes conditions ?

b) Donner trois équations différentes du deuxième degré dont les solutions sont 0 et $\frac{3}{2}$.

Exercice 5.35 Résoudre les équations suivantes en utilisant les techniques de factorisation.

a) $6x^2 - 6 = 0$

b) $t^2 + 20t + 100 = 0$

c) $x^2 + 3x - 18 = 0$

d) $48z^2 - 216z + 243 = 0$

e) $x^2 + x - 6 = 0$

f) $8x^2 - 56x = 0$

g) $196z^2 + 280z = -100$

h) $x^2 - 5 = 0$

i) $9x^2 - \frac{1}{9} = 0$

j) $18z^2 + 72z + 72 = 0$

k) $x^2 - 5x - 36 = 0$

Exercice 5.36 Résoudre les équations suivantes en utilisant les techniques de factorisation.

a) $2z^2 + 24z + 64 = 0$

b) $z^2 + 16z + 64 = 0$

c) $x^2 + 7x + 6 = 0$

d) $-y^2 + 10y - 9 = 0$

e) $\frac{1}{11}t^2 - 11 = 0$

f) $3t^2 + 33t + 90 = 0$

g) $5x^2 - 55x + 50 = 0$

h) $-x^2 - 7x + 18 = 0$

i) $x^2 + 45 = -18x$

j) $4x + 32 = x^2$

k) $25x^2 + 9 = 30x$

l) $x^2 = 16x$

Exercice 5.37 Résoudre les équations suivantes en utilisant les techniques de factorisation.

a) $2x^2 - 30x + 88 = 0$

b) $3x = 10 - x^2$

c) $\frac{1}{5}x^2 + 4x = -20$

d) $(x+7)(x+3) = 12$

e) $5x^2 - 7x + 24 = 4x^2 + 4x - 4$

f) $\frac{x^2 - 23}{8} = \frac{11x + 3}{8}$

Exercice 5.38 Résoudre les équations suivantes en utilisant les techniques de factorisation.

a) $(x-1)^2 = 6x + 1$

b) $7x^2 + 9x = x^2 - 9x + 60$

c) $\frac{5}{2}\left(x^2 + 5x\right) + 5x + 30 = 0$

d) $\frac{x^2 - 3}{7} - \frac{x - 6}{14} = 0$

e) $\frac{x^2 - 11}{5} + 3 = x$

f) $\frac{1}{9}x^2 + 4x - 3 = 3(x-1)$

Équations du deuxième degré : résolution par la formule du discriminant

Exercice 5.39 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule du discriminant.

a) $2x^2 - x - 6 = 0$

b) $y^2 - 5y + 4 = 0$

c) $2x^2 - 5x = 0$

d) $z^2 - 15 = 0$

e) $x^2 + 8x + 16 = 0$

f) $5x^2 + 13x = 6$

g) $7x^2 + x + 1 = 0$

h) $6t^2 - t = 0$

i) $100u^2 + 40u + 4 = 0$

Exercice 5.40 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule du discriminant. Donner les solutions exactes.

a) $x^2 + 5x + 2 = 0$ b) $x^2 + 4x + 2 = 0$ c) $2x^2 = 4x + 4$ d) $3x^2 + 5x + 12 = 0$

Exercice 5.41 Résoudre les équations suivantes.

a) $-x^2 - 2 = 3(x-4)$

b) $4 - (3x-1)x = 0$

c) $3(x^2+1) = -10x$

d) $(x-7)^2 + (5x+1)(x+11) = 0$

e) $0{,}5x(x+3) = 0{,}4x - 0{,}2$

f) $\frac{1}{10}x^2 + 2x + 10 = 0$

g) $(x+1)(x+3) - (4x-5)(x+1) = 0$

h) $8(2x+7)(4x-5) = 0$

i) $(x+3)(x-4) = 170$

j) $(x-4)^2 = (2x-5)^2$

Exercice 5.42 Résoudre les équations suivantes.

a) $(x+1)(x-3) = 2(23-x)$

b) $(x-2)^2 - 2x(x-3) = 3x - 26$

c) $x^2 + (x+2)^2 = (2x+1)^2 - x(x+2)$

d) $\frac{5-4x}{2} + \frac{3x^2-1}{3} = \frac{2x^2+5}{6}$

e) $\frac{15x^2}{4} - \frac{14}{3} = 2$

f) $\frac{5-8x}{2} - \frac{8x^2+5}{6} = \frac{1-12x^2}{3}$

Exercice 5.43 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{3x-7}{5} + \frac{x^2-9}{7} = 2$

b) $\frac{1-8x}{2} - \frac{x^2-7}{4} + 2x = 0$

c) $\frac{x^2-3}{2} - \frac{x^2+1}{3} = \frac{x^2-11}{6}$

d) $\frac{3x+1}{8} - \frac{x^2+5}{4} = \frac{55}{2}$

Exercice 5.44 Factoriser les polynômes suivants à l'aide de la formule du discriminant.

a) $3x^2 - 5x + 2$ b) $4x^2 - 20x + 25$ c) $x^2 - 4x - 1$ d) $5x^2 - x + 1$

Exercice 5.45 Factoriser les polynômes ci-dessous.

a) $6x^2 - x - 1$ c) $20x^2 - 76x + 21$ e) $9x^2 + 12x + 4$

b) $5x^2 + 17x - 12$ d) $4x^2 + 33x - 27$ f) $7x^2 - 9x + 2$

Équations du deuxième degré : Applications

Exercice 5.46 Les pizzas vendues aujourd'hui sont rectangulaires, alors que celles d'hier étaient carrées. La longueur a doublé, tandis que la largeur a diminué de 8 cm. Le vendeur prétend que cela ne change rien, car la surface est restée la même.

Quelles sont les dimensions de ces pizzas ?

Exercice 5.47 Un sol est recouvert de 500 dalles carrées. Si l'on avait utilisé des dalles de 5 cm plus longues et plus larges, il en aurait fallu 320 pour recouvrir le sol.

Quelles sont les dimensions des premières dalles ?

Exercice 5.48 Le propriétaire d'une usine de forme rectangulaire souhaite doubler la superficie de son usine en augmentant sa largeur et sa longueur du même nombre de mètres.

Déterminer cette augmentation des deux dimensions sachant que l'usine mesure actuellement 40 mètres par 60 mètres.

Exercice 5.49 Une fusée est lancée verticalement depuis le sol. Si la vitesse de propulsion est de 120 m/s et si la seule force agissant est la force d'attraction, la hauteur h en mètres de la fusée au-dessus du sol après t secondes est donnée par :

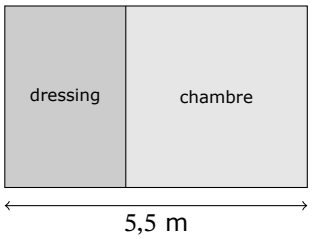
$$h = -4{,}9t^2 + 36t$$

a) A quel temps t se trouve-t-elle à 60 m de hauteur ?

b) Au bout de combien de temps retombera-t-elle au sol ?

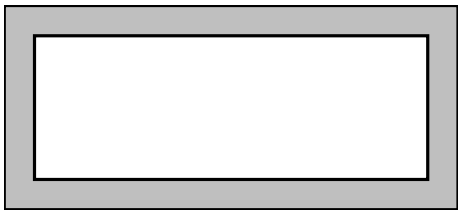
Exercice 5.50

Un architecte doit préparer des plans pour un client exigeant. Il a une longueur de $5{,}5$ m à disposition pour faire un dressing de 6 m^2, attenant à une chambre carrée.
Quelles seront les dimensions du dressing et de la chambre ?



Exercice 5.51

Une parcelle rectangulaire (en blanc ci-contre) qui mesure 20 m sur 80 m est complètement entourée d'une bande de terre de largeur constante (en gris).
Sachant que l'aire de la bande de terre vaut 636 m^2, calculer la largeur de la bande de terre.



Exercice 5.52 Durant les dix dernières années, la surface occupée par la ville s'est agrandie de 50 km^2. L'espace occupé actuellement par la ville est un disque de 10 km de diamètre.

En supposant que la ville était déjà circulaire, de combien a augmenté son rayon ?

Exercice 5.53 La somme des carrés de trois nombres entiers pairs consécutifs est égale à 776.

Quels sont ces trois nombres ?

Exercice 5.54 La somme des carrés de trois entiers naturels impairs consécutifs est égale à 1883.

Déterminer de manière algébrique ces trois nombres.

Exercice 5.55 Un fermier projette de clôturer un terrain rectangulaire en utilisant une barrière. On sait que la largeur du terrain vaut deux fois sa longueur et que l'aire du terrain mesure 128 m^2.

Calculer la longueur de la barrière que le fermier doit acheter.

Exercice 5.56 Deux personnes munies d'émetteurs-récepteurs quittent le même point à 9 heures. L'un marche plein sud à 4 km/h, l'autre marche plein ouest à 3 km/h.

Jusqu'à quelle heure pourront-ils communiquer l'un avec l'autre si chaque radio a une portée maximale de 2 km ?

Exercice 5.57 À midi, la distance entre les pointes des aiguilles d'une horloge est de 14 cm. À trois heures, cette distance est de 26 cm.

Calculer les longueurs des aiguilles de cette horloge.

Exercice 5.58 Deux voyageurs partent au même instant du même point et vont l'un vers le sud et l'autre vers l'est. Ils parcourent respectivement 50 km par jour et 120 km par jour.

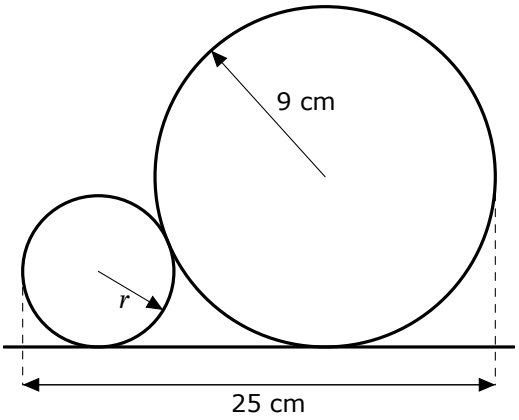
Après combien de jours seront-ils à 650 km l'un de l'autre ?

Exercice 5.59 On veut peindre 3 couches sur les murs et le plafond d'une chambre carrée, de 3 mètres de hauteur. Pour cela, on achète 3 bidons de 10 litres d'une peinture qui permet de faire 7 m^2/litre.

a) Combien de m^2 peut-on peindre en tout avec cette quantité de peinture ?

b) Combien mesure au maximum le côté de la pièce carrée que l'on peut peindre avec cette quantité de peinture ?

Exercice 5.60 (★) Calculer la longueur du rayon r du petit cercle sachant que les cercles sont tangents entre eux et tangents au sol. (Voir schéma ci-dessous.)



10.6 Complément de calcul littéral

Fractions rationnelles

Exercice 6.1 Compléter pour que l'égalité soit vraie :

a) $\frac{3x^2-2}{5x} = \frac{\qquad}{10x}$

b) $\frac{3x^2-2}{5x} = \frac{\qquad}{5x^3}$

c) $\frac{3x^2-2}{5x} = \frac{\qquad}{45x^2}$

d) $\frac{3x^2-2}{5x} = \frac{\qquad}{15xy^2}$

Exercice 6.2 Simplifier.

a) $\frac{4x^2+22}{6x^2}$

b) $\frac{x^4+4x^3}{4x^3}$

c) $\frac{35x^3-14x^2+7x}{14x^2}$

d) $\frac{x^3y^3+xy^3}{5x^2y^3}$

e) $\frac{20xy^2-40x^2y}{10x}$

f) $\frac{6a^2b^2-2ab^3+8b^4}{4b^5}$

Exercice 6.3 Effectuer et simplifier.

a) $\frac{4x+10}{3x^2} \cdot \frac{2x-5}{8x}$

b) $\frac{7x^2-5x-4}{6x^4} \cdot 18x^3$

c) $\frac{3x-1}{2x^2} \cdot \frac{24x^6}{3x^2} \cdot \frac{3x-1}{4x^2}$

d) $\left(\frac{9-x}{7x^3}\right)^2$

Exercice 6.4 Effectuer et simplifier.

a) $\frac{4x^2+28x-36}{3x^2} : \frac{20}{x^3}$

b) $\frac{15x^3+9}{11x^5} : 33x$

c) $(6x^4-x^3) : \frac{x^9}{15}$

d) $\frac{1}{\frac{5}{x^2}}$

e) $\frac{3}{a} : \frac{5}{b} \cdot \frac{20}{c}$

f) $\frac{x}{y} : \frac{z}{y} : \frac{x}{z}$

Exercice 6.5 Effectuer et simplifier

a) $\frac{x+1}{15x^2} + \frac{x+2}{25x^2}$

b) $\frac{3x-7}{9x^5} - \frac{5x-8}{15x^4}$

c) $5 + \frac{8}{7x} - x$

d) $\frac{11x-2}{35} - \frac{3x^2-4x+5}{21x}$

e) $\frac{2}{a} - \frac{3}{b} + \frac{4}{c}$

f) $\frac{a+b}{a^2} - \frac{b-a}{ab} - \frac{b-a}{b^2}$

Exercice 6.6 Effectuer et simplifier

a) $6x+5 \cdot \frac{x^2+1}{x}$

b) $(6x+5) \cdot \frac{x^2+1}{x}$

c) $\frac{49x+2}{14x} - \frac{x^2-2}{x} : \frac{2x}{7}$

d) $\frac{6x-5}{3} - \left(\frac{x+25}{5}\right)^2$

e) $8 - \frac{16-3x}{4x^2} - \frac{15x-4}{20x^3}$

f) $\frac{a+b}{5a} : \frac{10}{b} - \frac{10}{b}$

Manipulations de formules

Exercice 6.7 Réécrire la formule par rapport à l'inconnue précisée.

a) $v = \frac{d}{t}$, par rapport à t

b) $E = \frac{1}{2}mv^2$, par rapport à m, puis par rapport à v

c) $I = C\,i$, par rapport à C

d) $F = G\frac{mM}{d^2}$, par rapport à M, puis par rapport à d

e) $PV = nRT$, par rapport à T

f) $A = 2\pi r(r + h)$, par rapport à h

g) $s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$, par rapport à v_0

h) $I = C\,i\frac{n}{360}$, par rapport à i

10.7 Systèmes d'équations linéaires 2 x 2

Exercice 7.1 Déterminer si le couple est une solution du système.

a) $(3;-4)$ et $\begin{cases} 5x-2y=23 \\ 3x+2y=1 \end{cases}$

b) $(4;2)$ et $\begin{cases} x+y=24 \\ x-y=2 \end{cases}$

Exercice 7.2 Résoudre par substitution les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 5x+3y=19 \\ x+2y=8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-y=4 \\ 13x-3y=14 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+5y=69 \\ y-4(x-7)=67-3x \end{cases}$

Exercice 7.3 Résoudre par combinaisons linéaires les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 4x-3y=-8 \\ 2x-5y=-46 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-3y=-6 \\ 6x+7y=-18 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x=-21-3y \\ 4x+2y=-18 \end{cases}$

Exercice 7.4 Résoudre par combinaisons linéaires les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 3x+2y=19 \\ 2x-y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-6y=4 \\ 3x+7y=8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 7x+2y=0 \end{cases}$

Exercice 7.5 Résoudre les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 2x-5y=7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x+3y+3=0 \\ 8x+5y+9=0 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 21x-49y=21 \\ 4y+5x=5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x+2y=5 \\ 3x+5y=8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 25+4y=7x \\ 5x-6y=21 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 14y+54=10x \\ 6y+4x=10 \end{cases}$

Exercice 7.6 Résoudre les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 2x-3y=6 \\ x+3y+15=0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x-2y=9x \\ x+3y+4=4 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x-y+7=7 \\ y=2(3-2x) \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y=3x+1 \\ 7x+2y=9 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x-y+1=0 \\ x+2(y-4)=0 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x-2y=4+x \\ 5x=7(2+y) \end{cases}$

Exercice 7.7 Résoudre les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=10-3y \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4(x-y)=10+2y \\ 2x-3y=8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x-3y=5 \\ 4x-(6y-5)=15 \end{cases}$

Exercice 7.8 Résoudre les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 4x - 6y = 10 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y = 4 \\ 4x = 8 + 2y \end{cases}$

c) $\begin{cases} -3y + 2x = -5 \\ 5x + 3y = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -6x + 3y = -1 \\ 6x - 15y = 15 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 4x + 3y = 5 \\ 3x - 12y = 8 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -2x + 5y = -1 \\ 6x - 10y = 11 \end{cases}$

Exercice 7.9 Résoudre les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} x + \dfrac{2y}{3} = 7 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{2} = \dfrac{5}{12} \\ x - \dfrac{3y}{4} = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} + \dfrac{y-2}{4} = 1 \\ \dfrac{x-3}{3} - \dfrac{y+2}{2} = -2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \dfrac{3(x-1)}{5} + \dfrac{4y}{7} = 7 \\ \dfrac{5x}{6} + \dfrac{3y-5}{8} = 7 \end{cases}$

e) $\begin{cases} \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y-2}{5} \\ 3x + \dfrac{y}{2} = 4 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 7x - 5 = 6y + 3 \\ y + 7x = 7y + 12 \end{cases}$

Exercice 7.10 (★) Résoudre les systèmes d'équations.

a) $\begin{cases} 2(x + y + 1) - 7(x - 2y) + 23 = 0 \\ 2(x + y + 1) - 7(x - 2y) + 20 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} \dfrac{2}{3}x - \dfrac{2}{5}y - 4 = 0 \\ \dfrac{5}{8}x - \dfrac{5}{6}y + 10 = 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} \dfrac{3}{4}x - \dfrac{4}{5}y = -5 \\ \dfrac{9}{10}x - \dfrac{7}{5}y + 17 = 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} (2x + 1)(y - 2) = 2xy \\ x(3y - 2) - 3y(x - 1) + 4 = 0 \end{cases}$

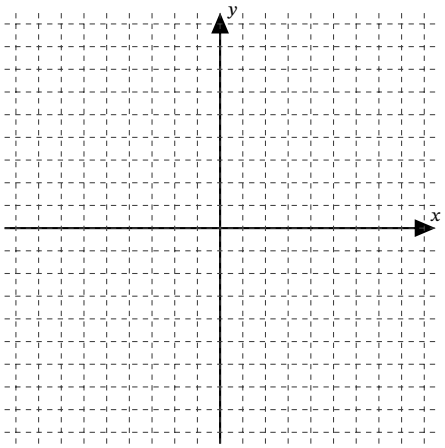
e) $\begin{cases} (x - 4)(y + 7) = (x - 3)(y + 4) \\ (x + 5)(y - 2) = (x + 2)(y - 1) \end{cases}$

f) $\begin{cases} \dfrac{x + 2y - 4}{4} = x - 1 \\ \dfrac{x+1}{3} + \dfrac{y-2}{2} = \dfrac{x}{4} + \dfrac{y}{3} \end{cases}$

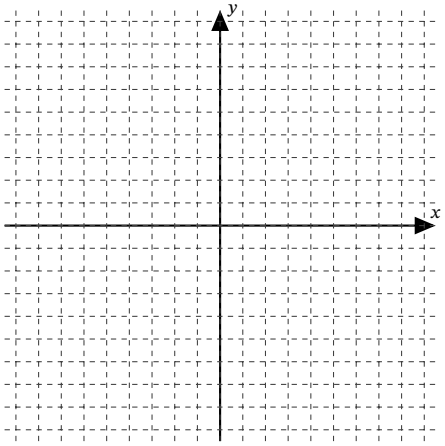
g) $\begin{cases} 4(x - 7) + 9y = 80 \\ 2(x - 7) = 5{,}5y \end{cases}$

Exercice 7.11 Résoudre graphiquement les systèmes d'équations.

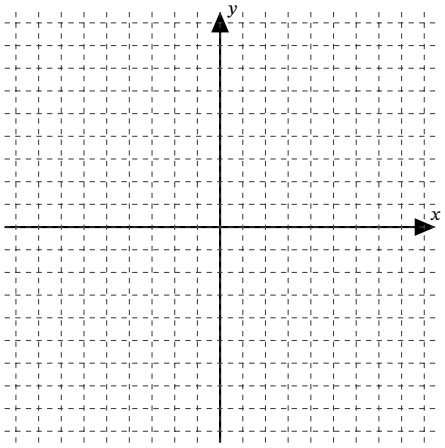
a) $\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 2 \\ y = -\frac{1}{3}x - 5 \end{cases}$



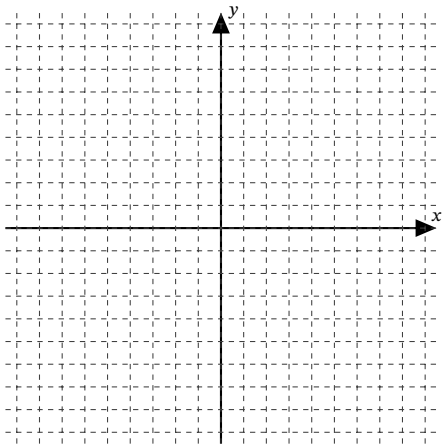
b) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$



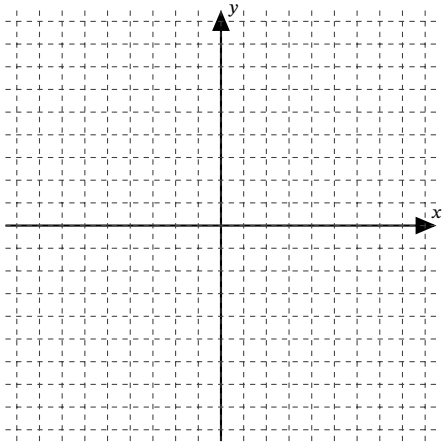
c) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$



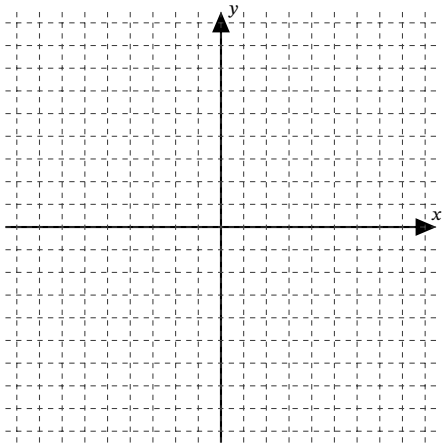
d) $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + 2y - 8 = 0 \end{cases}$



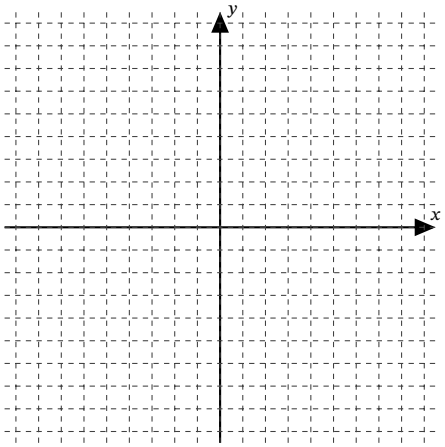
e) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$



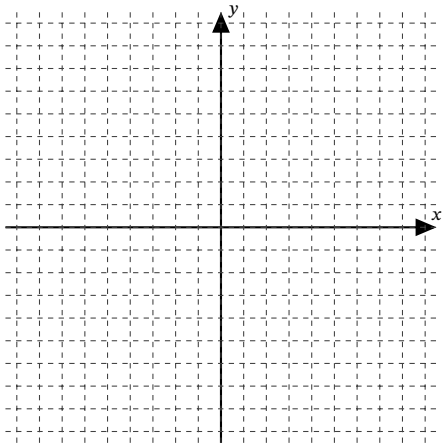
f) $\begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases}$



g) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 4 = 2y \end{cases}$



h) $\begin{cases} 3x - y = -5 \\ 6x + 10 = 2y \end{cases}$



Exercice 7.12 Le prix d'entrée pour une pièce de théâtre dans un lycée était de 3 Frs pour les élèves et de $4{,}50$ Frs pour les autres personnes. Si 450 billets ont été vendus pour un total de $1'555{,}50$ Frs, combien de billets de chaque catégorie ont été achetés ?

Exercice 7.13 Une papèterie vend deux sortes de blocs-notes aux librairies des collèges, la première sorte au prix de gros de 1 Frs et la seconde sorte à $1{,}40$ Frs. La papèterie reçoit une commande de 500 blocs-notes, accompagnée d'un paiement de 572 Frs. Si la commande ne précise pas le nombre de blocs-notes de chaque sorte, comment la papèterie devrait-elle exécuter la commande ?

Exercice 7.14 Le prix d'une course en taxi comprend une somme fixe (la prise en charge) et une somme variable proportionnelle à la distance parcourue.

Un premier client a payé $16{,}20$ Frs pour une course de 3 kilomètres ; un second client a payé $36{,}60$ Frs pour une course de 9 kilomètres.

Quels sont le prix du kilomètre parcouru et celui de la prise en charge ?

Exercice 7.15 Un marchand veut mélanger des cacahuètes coûtant 6 Frs la livre et des noix de cajou coûtant 16 Frs la livre, pour obtenir 60 livres d'un mélange coûtant 10 Frs la livre. Combien de livres de chaque sorte faudrait-il mélanger ?

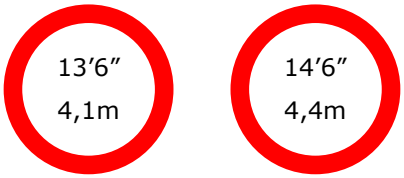
Exercice 7.16 Une petite société d'ameublement fabrique des canapés et des fauteuils. Chaque canapé nécessite 8 heures de travail et 120 Frs de matériel, alors qu'un fauteuil peut être construit pour 70 Frs en 6 heures. La société dispose de 340 heures de travail par semaine et peut se permettre d'acheter pour $4'500$ Frs de matériel. Combien de fauteuils et de canapés peut-on fabriquer s'il faut utiliser toutes les heures de travail et tout le matériel ?

Exercice 7.17 Combien ai-je de lapins et de poules s'il y a en tout 192 têtes et 594 pattes ?

Exercice 7.18 L'âge de Jean est le double de celui de Simon. Il y a 7 ans, la somme de leurs âges valait l'âge actuel de Jean. Quels sont leurs âges actuels ?

Exercice 7.19 En Écosse, on voit parfois des panneaux de la circulation réglementant les hauteurs maximales autorisées des véhicules en unités anglo-saxonnes ainsi qu'en système métrique.

Un couple en vacances croise les panneaux suivants :



Déduire la valeur en mètre [m] du pied ['] ainsi que celle du pouce ["].

Exercice 7.20 Le nez de Pinocchio mesure 5 cm de long au début d'une journée.

Chaque fois que Pinocchio dit un mensonge, la Fée aux cheveux bleus allonge son nez de 3 cm, mais chaque fois qu'il dit la vérité, la Fée le raccourcit de 2 cm. À la fin de la journée, Pinocchio a parlé dix fois pour dire soit des vérités, soit des mensonges, et son nez mesure 20 cm de long.

Combien de fois Pinocchio a-t-il menti au cours de cette journée ?

Exercice 7.21 Un père a 25 ans de plus que son fils. Dans 20 ans, l'âge du père sera le double de celui du fils. Quels sont les âges actuels ?

Exercice 7.22 Un marchand achète deux chevaux pour $8'800$ Frs. Trouver les prix respectifs de ces deux chevaux sachant que le premier coûte les sept quarts de l'autre.

Exercice 7.23 (★) Un nombre est formé de deux chiffres dont la somme est 12. Si on ajoute 21 au double de ce nombre, on trouve le triple du nombre renversé. Quel est ce nombre ?

Exercice 7.24 Deux camionnettes avec des chargements respectifs de 2 tonnes et 3 tonnes doivent transporter ensemble 25 tonnes de matériel.

Combien de trajets doivent faire les différentes camionnettes, pour qu'elles soient toujours pleines ? Trouver toutes les possibilités.

Exercice 7.25 (★) On mélange 9 litres et 6 litres de deux solutions salées à des taux différents, de cette manière le mélange contient 13% de sel.

Si l'on prend 7 litres de plus de la première solution et 4 fois plus de la deuxième que précédemment, on obtient un mélange de 12%.

Quel taux (pourcentage) de sel contient chaque solution ?

Exercice 7.26 (★) Deux capitaux placés, le premier à $0{,}4\%$ et le second à $0{,}5\%$, produisent ensemble des intérêts annuels de $450.-$ Frs. Si l'on avait placé le premier capital à $0{,}5\%$ et le second à $0{,}4\%$, on aurait obtenu $540.-$ Frs .

Quels sont ces deux capitaux ?

Exercice 7.27 On a partagé $1'650$ Frs entre 125 personnes. Chaque homme a reçu 10 Frs et chaque femme 15 Frs. Combien y a-t-il d'hommes et de femmes ?

Exercice 7.28 (★) Un gestionnaire place son patrimoine de $94'000.-$ Frs en deux parties avec des taux respectifs de $5{,}5\%$ et de $6{,}25\%$. Les deux parties rapportent les mêmes intérêts annuels.

À quel taux doit-il placer la somme totale de $94'000.-$ Frs pour obtenir le même montant d'intérêts ?

Exercice 7.29 Déterminer à l'aide d'un système d'équations la pente est l'ordonnée à l'origine d'une fonction affine dont le graphe passe par les points $A = (-1\,;4)$ et $B = (8\,;-2)$

10.8 Trigonométrie

Longueurs d'arcs et aires de secteurs circulaires

Exercice 8.1 Quelle distance parcourt-on avec un vélo muni de roues de 32 cm de rayon si :

a) les roues font exactement un tour ?

b) les roues font un demi-tour ?

c) les roues font un tiers de tour ?

d) les roues font deux tours ?

Exercice 8.2 Le rayon d'un cercle mesure 24 cm. Calculer la longueur de l'arc et la surface du secteur circulaire défini par un angle au centre de $20°$.

Exercice 8.3 Un vendeur vend deux tailles de tranches de pizza :

- La première tranche est le $\frac{1}{6}$ d'une pizza ronde de 46 cm de diamètre et il la vend à 6 francs.
- La deuxième tranche est le $\frac{1}{8}$ d'une pizza ronde de 66 cm de diamètre et il la vend à 9 francs.

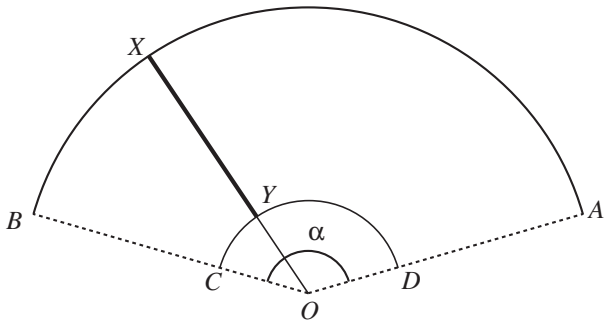
Quelle est la tranche qui fournit le plus de pizza pour un franc ?

Exercice 8.4

a) Calculer le rayon d'un cercle pour lequel un arc de 3 m correspond à l'angle au centre $\alpha = 20°$.

b) Calculer l'angle au centre α dans un cercle de rayon 2 m pour que l'aire du secteur circulaire correspondant soit de 5 m^2.

Exercice 8.5 Un essuie-glace mesure 40 cm de long (de son point de rotation O à son extrémité X) et balaie sur une longueur de 30 cm (entre les points X et Y).



On suppose que l'angle d'oscillation mesure $\alpha = 140°$.

a) Calculer la longueur (en cm, arrondi au mm près) de l'arc parcouru par l'extrémité X du balai d'essuie-glace durant une oscillation de gauche à droite.

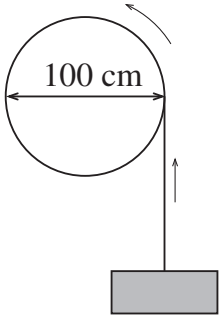
b) Calculer l'aire (en cm^2, arrondi au mm^2 près) de la surface $ABCD$ balayée par l'essuie-glace XY.

Exercice 8.6

Un grand treuil de 100 cm de diamètre est utilisé pour hisser un chargement comme le montre la figure ci-contre.

a) Trouver sur quelle distance (arrondie au mm près) le chargement est soulevé si le treuil tourne de $105°$.

b) Trouver de quel angle (arrondi au dixième de degré près) il faut tourner le treuil pour soulever la charge de 50 cm.



Exercice 8.7 Le balancier de l'horloge de grand-père mesure $1{,}5$ m de long. L'extrémité du balancier parcourt un arc de longueur 40 cm lors d'une oscillation de gauche à droite.

Calculer l'angle (arrondi à $0{,}1°$ près) parcouru par le balancier lors d'une oscillation de gauche à droite.

Exercice 8.8 Un pneu de voiture mesure 70 cm de diamètre. A quelle vitesse (en tours par minute, au tour près) la roue tourne-t-elle sur son axe si l'automobile roule à 72 km/h ?

Exercice 8.9 Le cylindre droit qui tourne autour de son axe est un modèle simple du coeur d'une tornade. Si une tornade a un coeur de 60 m de diamètre et que la vitesse maximale du vent à la périphérie du coeur est de 290 km/h, calculer le nombre de tours (arrondi au tour près) que fait le coeur de la tornade chaque minute.

Applications géographiques

Exercice 8.10

A) Exprimer l'angle en degrés sous forme décimale en arrondissant au dix-millième de degré près.

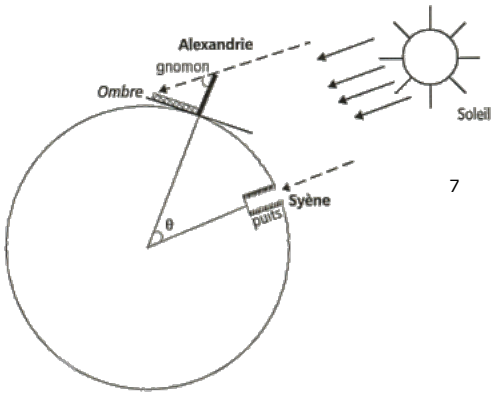
a) $37°41'$ b) $83°17'$ c) $115°26'27''$ d) $258°39'52''$

B) Exprimer l'angle en degrés, minutes et secondes, en arrondissant à la seconde près.

e) $63{,}169°$ f) $12{,}864°$ g) $310{,}6215°$ h) $81{,}7138°$

Exercice 8.11

Erastosthène (276-196 avant J-C) était bibliothécaire d'Alexandrie. Il disposait de tous les renseignements sur les événements curieux observés dans l'empire d'Alexandrie. C'est ainsi qu'il apprit qu'un certain jour de l'année, le soleil se réfléchissait à midi dans l'eau d'un puits profond de Syène (aujourd'hui Assouan). À ce moment, le soleil était donc à la verticale du puits. Le même jour à midi, dans la ville d'Alexandrie située à 800 km au Nord, l'ombre d'un pilier (appelé gnomon) permettait de déterminer que le Soleil était à $7{,}2°$ de la verticale.



7

Cela veut dire que si l'on considère que les rayons du soleil sont parallèles, les rayons de la sphère terrestre aboutissant à Syène et à Alexandrie forment un angle de $7{,}2°$ et interceptent un arc dont la longueur est de 800 km.

Utiliser ces renseignements pour calculer le rayon et la circonférence de la terre comme le fit Eratosthène.

La valeur actuellement admise comme mesure du rayon terrestre est d'environ 6371 km. Pour les exercices qui suivent, on utilisera un rayon terrestre de 6370 km.

Exercice 8.12 Deux points situés sur un même méridien terrestre ont des latitudes qui diffèrent de $1{,}5°$. Quelle est la distance (à $0{,}1$ km près) à vol d'oiseau entre ces deux points ?

Exercice 8.13 Sion et Delémont se trouvent sur le même méridien terrestre. Leur distance à vol d'oiseau est de 123km. Sachant que Delémont est au Nord de Sion et que la latitude de Sion est de $46°14'$ N, déterminer celle de Delémont (à la minute près).

Exercice 8.14 Les coordonnées géographiques du gymnase d'Yverdon sont $46°46'49''$ N / $006°39'59''$ E.

A quelle distance à vol d'oiseau le gymnase se trouve-t-il du Pôle Nord ? (précision 10^{-2} km)

Exercice 8.15 La distance à vol d'oiseau entre Lausanne et Genève est de 50 km. Quel est l'angle formé par la verticale à Lausanne avec la verticale à Genève ?

Donner la réponse tout d'abord au millième de degré près, puis en degrés sexagésimaux, à la seconde près.

7. http://therese.eveilleau.pagesperso-orange.fr/pages/truc mat/pratique/textes/eratoste.htm

Exercice 8.16 Le mille marin (M) correspond à la distance séparant deux points situés sur le même méridien terrestre et qui ont des latitudes qui diffèrent de $1'$.

Que vaut un mille marin en mètres ? (au cm près)

Trigonométrie du triangle rectangle

Exercice 8.17 Construire un vrai triangle isocèle rectangle et calculer une bonne valeur approchée de $\sin(45°)$, $\cos(45°)$ et $\tan(45°)$ grâce à lui.

Exercice 8.18 Construire un vrai triangle équilatéral et calculer une bonne valeur approchée de $\sin(30°)$, $\cos(30°)$ et $\tan(30°)$ grâce à lui.

Exercice 8.19 Construire un triangle qui permette de mesurer une bonne valeur approchée de l'angle dont la tangente est $\frac{7}{5}$. Combien mesure cet angle ?

Exercice 8.20 Construire un triangle qui permette de mesurer une bonne valeur approchée de l'angle dont le cosinus est $\frac{3}{5}$. Combien mesure cet angle ?

Exercice 8.21 Construire un triangle qui permette de mesurer une bonne valeur approchée de l'angle dont le sinus est $\frac{9}{5}$. Combien mesure cet angle ?

Exercice 8.22 Calculer la mesure de l'angle α, arrondie au centième, tel que :

a) $\sin(\alpha) = 0{,}583$

b) $\cos(\alpha) = 0{,}813$

c) $\tan(\alpha) = 0{,}734$

d) $\cos(\alpha) = 1{,}426$

e) $\sin(\alpha) = 1{,}853$

f) $\tan(\alpha) = 3{,}132$

Résolution de triangles rectangles

Exercice 8.23 Résoudre le triangle rectangle ABC tel que :

a) ABC est rectangle en C, $c = 4{,}25$ et $\beta = 67{,}20°$

b) ABC est rectangle en B, $b = 25{,}43$ et $c = 12{,}30$

c) ABC est rectangle en A, $b = 48{,}523$ et $\beta = 53{,}46°$

d) ABC est rectangle en B, $c = 22{,}3$ et $a = 46{,}8$

Exercice 8.24 Résoudre le triangle rectangle ABC tel que :

a) ABC est rectangle en B, $a = 4{,}85$ et $\alpha = 52{,}37°$

b) ABC est rectangle en C, $a = 13{,}29$ et $c = 22{,}77$

c) ABC est rectangle en A, $a = 12{,}21$ et $\beta = 40{,}23°$

d) ABC est rectangle en C, $a = 21{,}50$ et $b = 45{,}80$

Exercice 8.25 Résoudre le triangle rectangle ABC tel que ABC est rectangle en A, $b = 39{,}50$ et $\mathcal{A} = 987{,}20$

Exercice 8.26 Un triangle ABC est isocèle en A. Résoudre ce triangle connaissant :

a) $a = 23{,}60$ et $\alpha = 42{,}50°$

b) $a = 10{,}30$ et $\beta = 56{,}30°$

Exercice 8.27 L'ombre horizontale d'une tour verticale mesure $L = 42$ m lorsque le soleil est élevé de $\alpha = 35{,}5°$ au-dessus de l'horizon. Calculer la hauteur de la tour.

Exercice 8.28 Stonehenge, dans les plaines de Salisbury en Angleterre, a été construit à l'aide de blocs de pierre pesant plus de $45'000$ kg chacun. Pour soulever une de ces pierres, il a fallu 550 personnes qui poussaient la pierre le long d'une rampe inclinée d'un angle de $9°$.

Calculer sur quelle distance (arrondir la réponse au cm près) la pierre a été déplacée pour la dresser à une hauteur de 9 m .

Exercice 8.29 Le « raidillon » des Boveresses à Lausanne mesure 4 mm sur une carte au $1 : 25'000$; la différence d'altitude entre le bas et le haut est de 20 m.

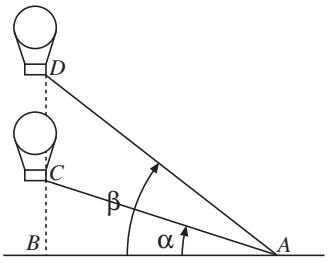
a) Quelle est sa pente (en $\%$) ?

b) Quel angle moyen fait-il avec l'horizontale ?

c) Quelle distance (réponse arrondie au m près) parcourt un cycliste en le gravissant ?

Exercice 8.30

On mesure depuis un point A du sol les angles d'élévation α et β pour deux positions C et D d'un ballon à air chaud. On sait que le point A se trouve à 780 mètres du point de départ B du ballon (voir ci-contre).



a) Sachant que $\alpha = 65°$ et $\beta = 73°$, déterminer :

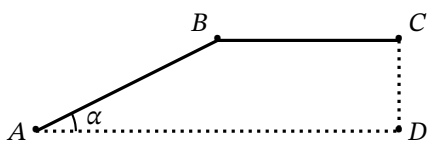
1) La différence d'altitude CD du ballon entre les deux mesures.

2) La distance AD.

c) Si le ballon continue à monter verticalement, quel sera l'angle d'élévation γ du ballon lorsque la différence d'altitude avec le point de départ B sera de 5'200 m ?

Exercice 8.31

La figure ci-contre représente une rampe.



On sait que l'angle α mesure $25°$, que AD mesure 20 mètres et que CD mesure 5 mètres. Calculer la longueur totale (arrondie à $0{,}1$ m près) de la rampe (soit la somme des distances AB et BC).

Exercice 8.32 (★) La voûte d'un tunnel routier est un arc de cercle d'angle au centre $\alpha = 220°$. Calculer le rayon de ce cercle pour que la largeur de la route soit de $L = 12$ m, ainsi que la hauteur de la voûte maximale au-dessus du sol.

Exercice 8.33 (★) Le Caire, ville d'Égypte a pour coordonnées $30°$N / $40°$E. Bâton Rouge, ville de Louisiane aux USA a pour coordonnées $30°$N / $90°$O.

a) Justifier que ces deux villes se situent sur le même parallèle.

b) Calculer la longueur de ce parallèle, arrondie au km.

c) En déduire la longueur du parallèle entre les deux villes (arrondir au kilomètre).

Exercice 8.34 (★) Un observateur, placé à une altitude de 252 m au-dessus de la mer, a trouvé que le rayon visuel aboutissant à l'horizon faisait un angle de $89{,}49°$ avec la verticale. Calculer, d'après cette mesure, le rayon terrestre.

Exercice 8.35 (★) Un homme aperçoit un arbre vertical sous un angle de $41{,}20°$. Il recule de 25 m et voit l'arbre sous un angle de $22{,}10°$ (on admet que les yeux de l'observateur et le pied de l'arbre sont au même niveau).

a) A quelle distance du pied de l'arbre l'observateur se trouvait-il au début ?

b) Quelle est la hauteur de l'arbre ?

Exercice 8.36 (★) Déterminer la hauteur d'une tour sachant que son ombre s'allonge de 62 mètres quand l'élévation du soleil au-dessus de l'horizon passe de $52°$ à $23{,}5°$.

10.9 Géométrie synthétique

Lieux géométriques

Exercice 9.1 Dessiner en suivant la marche à suivre.

(i) Tracer une droite d et dessiner un point P n'appartenant pas à d.

(ii) Choisir deux points A et B distincts sur d.

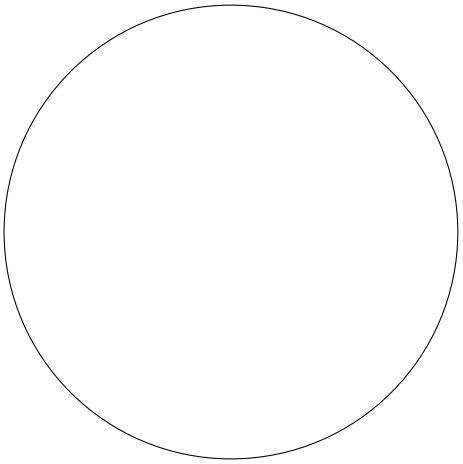
(iii) Tracer le cercle de centre A et de rayon AP.

(iv) Tracer le cercle de centre B et de rayon BP.

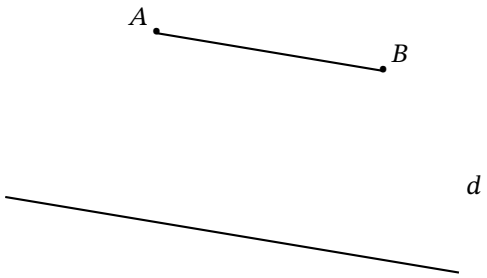
(v) Nommer P' le deuxième point d'intersection des deux cercles.

Que peut-on dire de P' par rapport à d et P ?

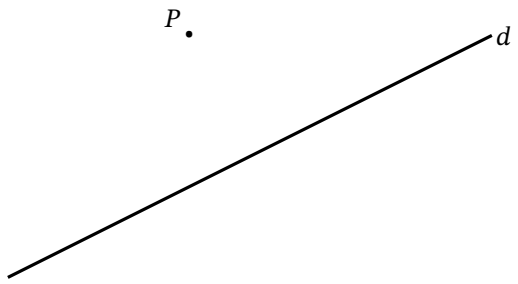
Exercice 9.2 Construire le centre O du cercle et rédiger la marche à suivre.



Exercice 9.3 Considérons le segment $[AB]$ parallèle à la droite d. Construire le cercle passant par A et par B qui est tangent à la droite d. Rédiger la marche à suivre.

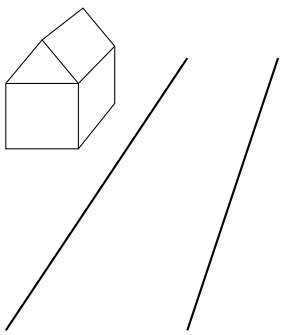


Exercice 9.4 Construire un cercle centré en P et tangent à la droite d. Rédiger la marche à suivre et mesurer le rayon du cercle.

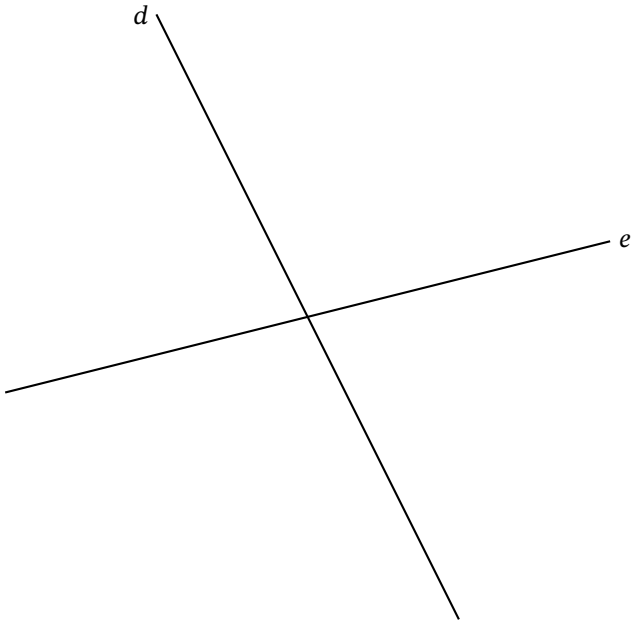


Exercice 9.5 Découper le reste de tarte en quatre parts égales. Rédiger la marche à suivre et mesurer l'angle des tranches obtenues.

Exercice 9.6 Construire la ligne au centre de la route. Rédiger la marche à suivre.



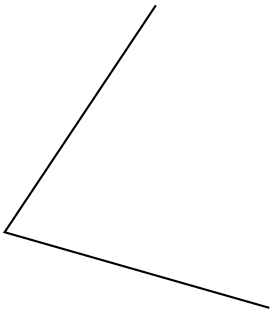
Exercice 9.7 Construire les points distants de 1 cm de la droite d et de 2 cm de la droite e. Rédiger la marche à suivre.



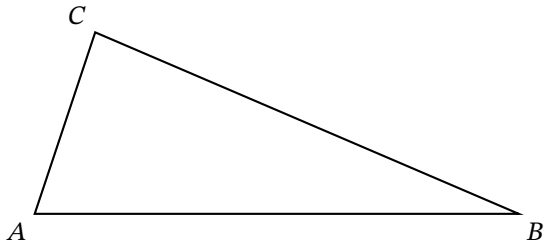
Exercice 9.8

a) Construire le lieu géométrique des centres des cercles qui sont tangents aux deux segments. Rédiger la marche à suivre.

b) Tracer le cercle de rayon 1 cm. Rédiger la marche à suivre de la construction de son centre.



Exercice 9.9 Déterminer, par construction, si le triangle est rectangle (sans utiliser d'équerre ou de rapporteur). Rédiger la marche à suivre.

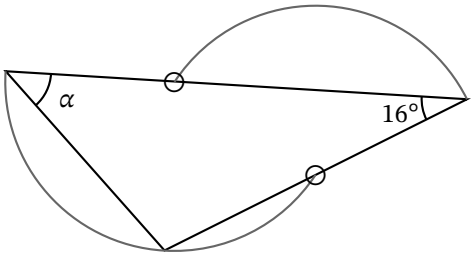


Exercice 9.10 Construire un triangle rectangle d'hypoténuse de longueur 5 cm et un autre côté de longueur 2 cm. Rédiger la marche à suivre et mesurer le troisième côté.

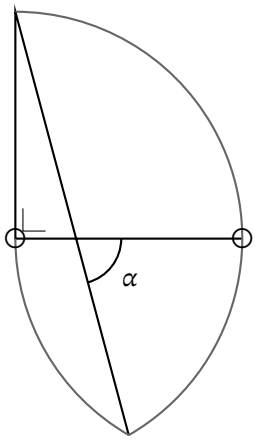
Étude de figures géométriques

Exercice 9.11 Dans chaque figure, déterminer la mesure de l'angle α et écrire la marche à suivre du raisonnement.

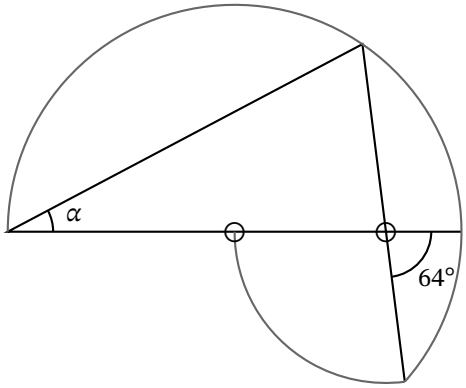
a)



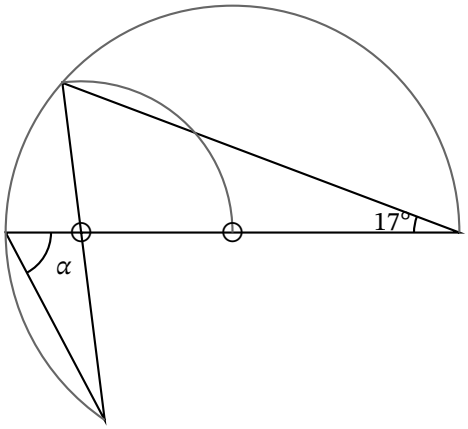
b)



c)

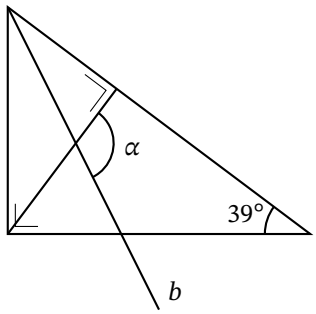


d)

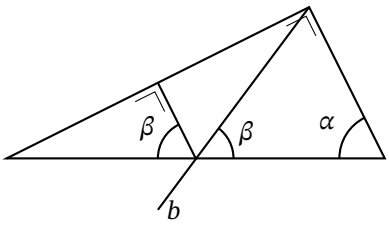


Exercice 9.12 Dans chaque figure, déterminer la mesure de l'angle α, sachant que b est une bissectrice et écrire la marche à suivre du raisonnement.

a)



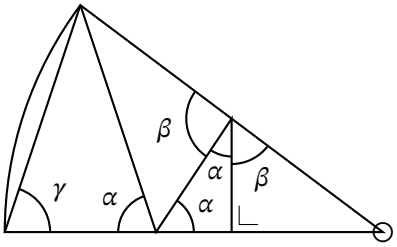
b)



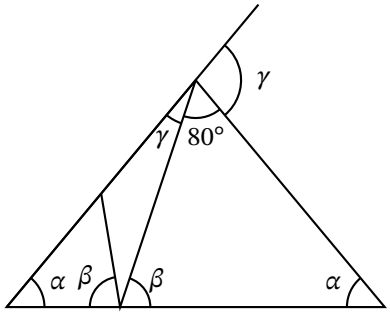
Exercice 9.13 Calculer la mesure des angles α, β et γ.

(b désigne des bissectrices)

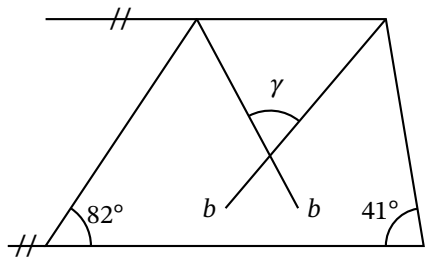
a)



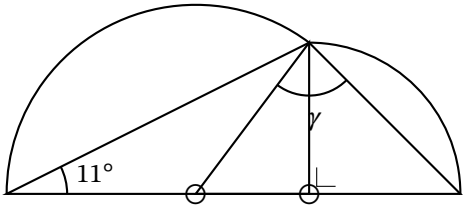
b)



c)

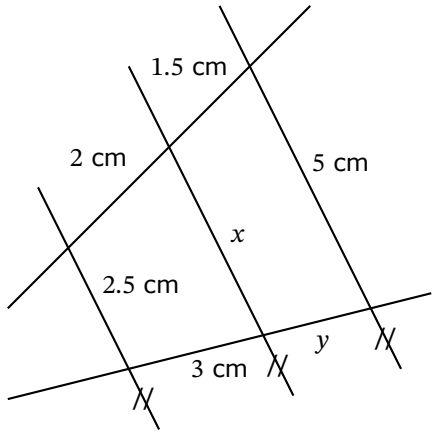


d)

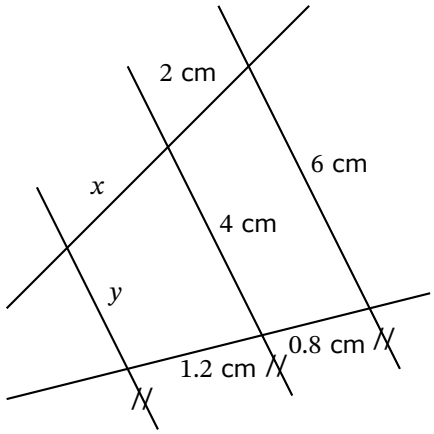


Exercice 9.14 Calculer la longueur des segments x, y et écrire la marche à suivre du raisonnement.

a)



b)



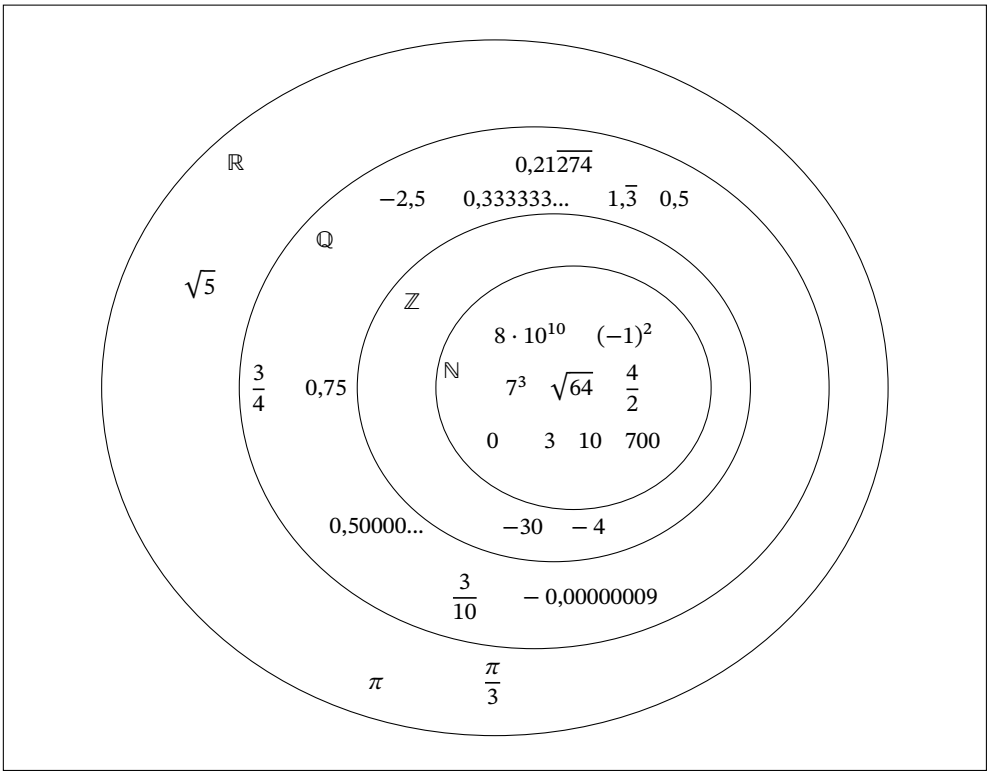
Exercice 9.15 Paul se trouve au pied de la tour Eiffel à Paris. L'ombre de celle-ci mesure $147{,}3$ m au sol. Au même instant, l'ombre de Paul mesure 80 cm. Sachant que Paul mesure 176 cm, quelle est la hauteur de la tour Eiffel ?

Exercice 9.16 Albert et Béatrice se promènent dans le Gros-de-Vaud. Ils aperçoivent le château d'eau de Goumoens-la-Ville et décident d'évaluer à quelle distance ils se trouvent de l'édifice. Dans un premier temps, les deux amis s'alignent avec le château d'eau et estiment qu'ils se trouvent à 2 m l'un de l'autre. Ils se déplacent ensuite de manière strictement parallèle. Albert parcourt 50 m tandis que Béatrice doit se déplacer de 51 m pour qu'ils soient à nouveau alignés avec le château d'eau. À quelle distance se trouvaient Albert et Béatrice au début de l'expérience ?

11 Solutions

11.1 Solutions - Calcul numérique

1.1



1.2 Sept nombres différents.

1.3

a) Vrai	c) Faux	e) Vrai	g) Vrai	i) Faux
b) Faux	d) Vrai	f) Faux	h) Vrai	j) Faux

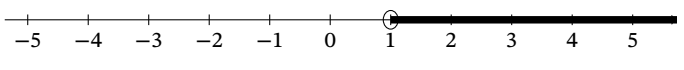
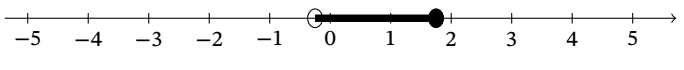
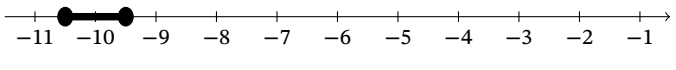
1.4

a) $\pi < \sqrt{10}$
b) $-\sqrt{7} < \sqrt{5}$
c) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
d) $17 > -23$
e) $6{,}\overline{13} = \frac{607}{99}$
f) $-3 > -4$
g) $1 = 0{,}\overline{9}$
h) $5 - 3 > 3 - 5$
i) $\frac{1}{3} > 0{,}333$

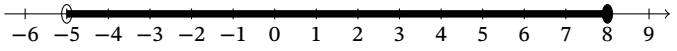
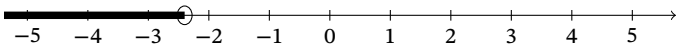
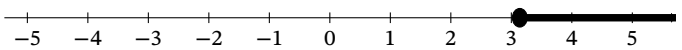
1.5

a) vrai
b) faux, $0{,}5555 < 0{,}\overline{5} = \frac{5}{9}$
c) vrai

1.6

$]1\,;+\infty[$	$1 < x$ (ou $x > 1$)	
$]-\frac{1}{4}\,;\frac{7}{4}]$	$-\frac{1}{4} < x \leqslant \frac{7}{4}$	
$[-10{,}5\,;-9{,}5]$	$-10{,}5 \leqslant x \leqslant -9{,}5$	

1.7

$]-5;8]$	$-5 < x \leqslant 8$	
$]-\infty;-2{,}4[$	$x < -2{,}4$ (ou $-2{,}4 > x$)	
$[\pi;+\infty[$	$\pi \leqslant x$ (ou $x \geqslant \pi$)	

1.8

a) $[-3;4[$
b) $[7;+\infty[$
c) $]-2;-1[$
d) $]-\infty;-5[$

1.9 $[1{,}68\ ;\ +\infty[$ $\quad x \geq 1{,}68$ ou $1{,}68 \leq x$

1.10 $]600\ ;\ 660]$ $\quad 600 < x \leq 660$

1.11 $[13{,}5\ ;\ 26{,}5]$ $\quad 13{,}5 \leq x \leq 26{,}5$

1.12 a) 0 b) 22,9 c) −13,2 d) −678,51 e) −653,4 f) 3

1.13 a) −0,48 b) 5,5 c) 770 d) 660′000 e) 0 f) −3,2

1.14 a) −300 b) 5 c) 0,03 d) −0,5 e) 12,34 f) −0,04

1.15

a) −2,8 c) 60 e) 0,3 g) 21,83 i) −2 k) −0,5
b) 0 d) −11 f) 0,1 h) pas défini j) 0 l) 1

1.16 a) 5 b) 0,8 c) −21 d) 2 e) 16 f) −9

1.17

a) 4,5 c) 15,17 e) 7,2 g) −0,08 i) −13,2 k) 0,72
b) −5,5 d) 0,15 f) 1 h) 7,99 j) 53 l) 1,09

1.18 a) 90 b) 10 c) 12 d) 10 e) 22 f) 210 g) −6 h) 238

1.19

a) 6 c) 16 e) −14 g) 25 i) −41
b) −24 d) 44 f) 13 h) 5 j) −5

1.20 a) −0,6 b) 50,3 c) 0,54 d) 34,3 e) −6 f) 8

1.21

a) $\{0;3;6;9;12;15\}$
b) $\{0;8;16;24;32;40\}$
c) $\{0;24;48;72;96;120\}$
d) $\{0;80;160;240;320;400\}$

1.22 $\{0;24;48;72;96;120\}$ Il s'agit des multiples de $24 = 3 \cdot 8$.

1.23

a) $\{1;3\}$
b) $\{1;2;4;8\}$
c) $\{1;2;3;4;6;8;12;24\}$
d) $\{1;2;4;5;8;10;16;20;40;80\}$

1.24 $\{1;2;4;8\}$ Il s'agit des diviseurs de 8.

1.25

... est divisible par ...	2	3	4	5	6	9	10
$12'375$	x	o	x	o	x	o	x
$8'232$	o	o	o	x	o	x	x
$1'603$	x	x	x	x	x	x	x
$93'100$	o	x	o	o	x	x	o

1.26

-	-	2	3	-	5	-	7	-	-
-	11	-	13	-	-	-	17	-	19
-	-	-	23	-	-	-	-	-	29
-	31	-	-	-	-	-	37	-	-
-	41	-	43	-	-	-	47	-	-
-	-	-	53	-	-	-	-	-	59
-	61	-	-	-	-	-	67	-	-
-	71	-	73	-	-	-	-	-	79
-	-	-	83	-	-	-	-	-	89
-	-	-	-	-	-	-	97	-	-

1.27

a) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$
c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$
d) $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$
e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$
f) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$
g) $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$
h) $2^7 \cdot 5 \cdot 5$
i) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

1.28

n	m	Décomposition de n	Décomposition de m	ppmc$(n;m)$	pgdc$(m;n)$
12	16	$2 \cdot 2 \cdot 3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	48	4
66	165	$2 \cdot 3 \cdot 11$	$3 \cdot 5 \cdot 11$	330	33
35	77	$5 \cdot 7$	$7 \cdot 11$	385	7
25	75	$5 \cdot 5$	$3 \cdot 5 \cdot 5$	75	25

1.29

a) 12
b) 36
c) 12
d) 157

1.30

a) 36
b) 420
c) $2'940$
d) $6'300$

1.31

a) $3 \cdot 3 \cdot 7$
b) $3 \cdot 5$
c) $2 \cdot 3 \cdot 7$
d) 315
e) 126
f) 210
g) 630
h) 3
i) 21
j) 3
k) 3

1.32

a) 980
b) 6300
c) 128
d) $32'340$

1.33 a) 36 b) 5 c) 16 d) 11

1.34
a) 0,5 b) 7,5 c) -7 d) -1 e) 5,7 f) 0,03 g) 0,25 h) 1,25 i) $-0,\bar{6}$ j) $2,\overline{6}$ k) $0,\overline{1}$ l) $-0,\overline{4}$ m) 0,2 n) $-0,6$ o) $-0,6$ p) $-0,6$ q) 0 r) indéfini

1.35 a) $0,\overline{18}$ b) $0,\overline{045}$ c) $13,\overline{230769}$ d) $2,08\overline{1}$

1.36 a) 0,182 b) 0,045 c) 13,231 d) 2,082

1.37 a) $\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$ b) $\frac{3}{5} = 0,6$ c) $-\frac{7}{2} = -3,5$

1.38 a) $\frac{5}{2}$ b) $\frac{2}{7}$ c) $\frac{7}{3}$ d) $\frac{11}{13}$ e) $\frac{7}{2}$

1.39
a) $\frac{45}{10} = \frac{9}{2}$ b) $\frac{235}{100} = \frac{47}{20}$ c) $\frac{1}{3}$ d) $\frac{35}{99}$ e) $\frac{525}{990} = \frac{35}{66}$ f) $\frac{2295}{999} = \frac{85}{37}$ g) 4 h) $\frac{37}{3}$ i) $\frac{22}{10} = \frac{11}{5}$

1.40 a) $\frac{13}{10}$ b) $\frac{543}{100}$ c) $\frac{49}{50}$ d) $\frac{711}{200}$ e) $\frac{203}{50}$ f) $\frac{363}{25}$

1.41 a) $\frac{3}{4}$ b) 6 c) $\frac{3}{2}$ d) $\frac{3}{4}$ e) $-\frac{3}{8}$ f) $-\frac{1}{96}$ g) $\frac{1}{2}$ h) $\frac{11}{3}$ i) 4

1.42 a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{8}{147}$ c) 6 d) $-\frac{5}{3}$ e) $\frac{33}{56}$ f) $\frac{36}{49}$

1.43 a) $\frac{7}{4}$ b) $\frac{63}{20}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{28}$ e) 28 f) 6

1.44 a) $\frac{10}{77}$ b) $\frac{40}{3}$ c) $\frac{8}{15}$ d) $\frac{3}{20}$ e) $\frac{7}{10}$ f) 24

1.45
a) $\frac{41}{10}$ b) $-\frac{36}{7}$ c) $\frac{28}{9}$ d) $-\frac{31}{110}$ e) $-\frac{97}{60}$ f) $-\frac{1}{84}$ g) $\frac{29}{60}$ h) $\frac{17}{63}$ i) 3

1.46 a) $\frac{1}{15}$ b) $-\frac{143}{7}$ c) $-\frac{1}{4}$ d) $-\frac{80}{9}$

1.47
a) $\frac{59}{84}$ b) $\frac{25}{18}$ c) $-\frac{17}{180}$ d) $\frac{3}{5}$ e) $\frac{31}{14}$ f) $\frac{67}{36}$ g) $\frac{142}{15}$ h) $\frac{14}{15}$ i) $-\frac{4}{21}$ j) $\frac{27}{25}$ k) $\frac{10}{9}$ l) $\frac{35}{3}$

1.48 a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{12}{25}$ d) $\frac{5}{36}$ e) $\frac{25}{3}$ f) -8

1.49 a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{3}{2}$ c) 2 d) $-\frac{4}{5}$ e) $\frac{10}{7}$ f) $\frac{20}{3}$ g) 3 h) 4 i) $\frac{2}{7}$

1.50 100 hommes

1.51 49 gagnants

1.52 CHF 4500.–

1.53 $\frac{1}{11}$

1.54 a) $90'000$ b) $-0{,}125$ c) 9 d) 128 e) 0 f) $\frac{64}{49}$

1.55 a) $1'000'000$ b) $-1'000'000'000$ c) $1'000'000'000$ d) $\frac{36}{121}$ e) $\frac{1}{16}$ f) $\frac{1}{16} = 0{,}0625$ g) $\frac{1}{27}$ h) pas défini i) 1

1.56 a) -1 b) 1 c) 8 d) -8 e) 16 f) $\frac{1}{4}$ g) $\frac{4}{9}$ h) $-\frac{1}{64}$ i) $-0{,}25$ j) -32 k) -9 l) -125 m) -16 n) -64 o) $-\frac{1}{4}$ p) 8 q) -27 r) -25 s) $\frac{8}{27}$ t) $0{,}0001$

1.57 a) 36 b) 27 c) 196 d) 1024 e) -64 f) -128 g) $1'210'000$ h) $16'900$ i) $9'000'000$ j) 625 k) $2'250'000$ l) $810'000$ m) $-0{,}81$ n) $0{,}125$ o) $0{,}000064$ p) $-0{,}00032$ q) $0{,}0256$ r) $0{,}0049$

1.58 a) 0 b) 1 c) indéfini d) 1 e) indéfini f) 1 g) -1 h) 1 i) 9 j) 1 k) -1 l) $\frac{1}{9}$ m) $-\frac{1}{9}$ n) $\frac{1}{25}$ o) $\frac{1}{25}$ p) $\frac{1}{32}$ q) -32 r) $-\frac{1}{32}$

1.59 a) $-8\,;\ -8\,;\ 8$ b) $16\,;\ -16\,;\ -16$ c) $4\,;\ -4\,;\ -4$ d) $\frac{1}{8}\ ;\ -\frac{1}{8}\ ;\ -\frac{1}{8}$ e) $3\ ;\ \frac{1}{3}\ ;\ -\frac{1}{3}$ f) $-\frac{13}{3}$

1.60

a) $\frac{121}{169}$ c) $-\frac{27}{1000}$ e) 6 g) $\frac{169}{121}$ i) $-\frac{1000}{27}$ k) $1'000'000$

b) $\frac{16}{625}$ d) $\frac{7}{8}$ f) $\frac{225}{196}$ h) $\frac{625}{16}$ j) $\frac{125}{64}$ l) $\frac{144}{49}$

1.61

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ c) $0{,}5^2$ e) $0{,}3^4$ g) $\left(\frac{5}{3}\right)^4$

b) $0{,}3^2$ d) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ f) $0{,}5^3$ h) $\left(\frac{1}{2}\right)^4$

1.62

a) $10'000$ c) 10 e) $1'000$ g) 5 i) 500 k) $2'500$

b) $0{,}0001$ d) 4 f) $10'000$ h) 50 j) 25 l) $250'000$

1.63

a) 8000 c) 80 e) 1250 g) -168

b) 104 d) -9 f) 52 h) -94

1.64

a) $100^3 = 1'000'000$ c) $12^2 = 144$ e) $\frac{1}{100} = 0{,}01$

b) $8 - 16 = -8$ d) $10'100$ f) $8 \cdot 25 = 200$

1.65

a) 12 b) 45 c) 15 d) 9 e) 3 et 2 f) 11

1.66

a) 3^6 b) 3^8 c) $\frac{1}{33^2}$ d) 14^4 e) 3^{17} f) $\frac{1}{15^8}$

1.67

a) $\frac{9}{100}$ b) $-\frac{100}{9}$ c) -125 d) $\frac{1}{256}$ e) $\frac{8}{27}$ f) $\frac{9}{4}$ g) $-\frac{4}{3}$

1.68

a) x^6 c) $2^n x^n$ e) $\frac{125}{x^4}$ g) $-x^6$ i) x^6 k) $-4x^8$

b) x^{3n} d) $3x^4$ f) x^7 h) $-2x^3$ j) $-x^6$ l) -1

1.69

a) $8{,}76 \cdot 10^8$ b) $5 \cdot 10^{-5}$ c) $3 \cdot 10^9$ d) $7{,}166 \cdot 10^{-4}$

1.70

a) $727{,}36$ c) $91'000$ e) $8'000'000'000'000$

b) $0{,}000\ 004$ d) $0{,}009\ 64$ f) $0{,}000\ 000\ 000\ 3$

1.71

a) $2{,}71 \cdot 10^4$ c) $8{,}7 \cdot 10^2$ e) $6{,}3 \cdot 10^{11}$ g) $4{,}04 \cdot 10^{-5}$

b) $2{,}34 \cdot 10^{-1}$ d) $8{,}2 \cdot 10^{-3}$ f) $8 \cdot 10^0$

1.72

a) $6 \cdot 10^{-1}$ c) $7{,}8 \cdot 10^{-8}$ e) $2{,}4 \cdot 10^{-1}$ g) $1 \cdot 10^{12}$ i) $3{,}02 \cdot 10^3$ k) $8{,}13 \cdot 10^2$

b) $3 \cdot 10^{-3}$ d) $1{,}3 \cdot 10^7$ f) $4{,}825 \cdot 10^3$ h) $8 \cdot 10^{-2}$ j) $7 \cdot 10^{-2}$ l) $9{,}7 \cdot 10^{-3}$

1.73

a) $9 \cdot 10^{12}$ b) $1 \cdot 10^{-7}$ c) $3{,}3 \cdot 10^8$ d) $3{,}6 \cdot 10^{13}$ e) $1{,}5 \cdot 10^{-4}$ f) $3{,}2 \cdot 10^6$

1.74

a) $8{,}6\ \text{km} = 8{,}6 \cdot 10^3\ \text{m} = 8{,}6 \cdot 10^6\ \text{mm}$

b) $3{,}45\ \text{mm}^2 = 3{,}45 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^2 = 3{,}45 \cdot 10^{-12}\ \text{km}^2$

1.75

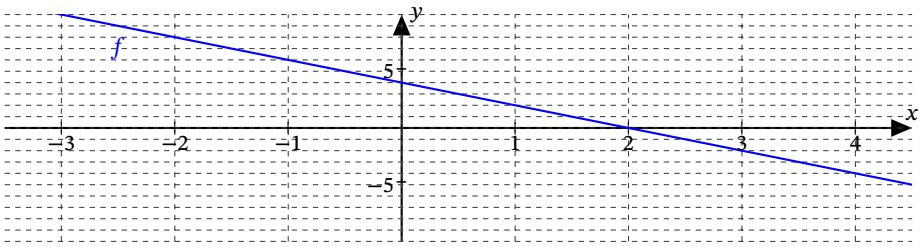
a) $2 \cdot 10^{-4}$ b) $5 \cdot 10^{-8}$ c) $3{,}2 \cdot 10^6$ d) $3{,}145 \cdot 10^7$ e) $2{,}3 \cdot 10^{-4}$ f) $1{,}52 \cdot 10^{-5}$

1.76 a) $5 \cdot 10^{-6}$ b) $2 \cdot 10^{-12}$ c) $3{,}0072 \cdot 10^{3}$ d) $6{,}6 \cdot 10^{-6}$ e) $2{,}5 \cdot 10^{-5}$ f) $3{,}6 \cdot 10^{-5}$

11.2 Solutions - Introduction aux fonctions

2.1

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	10	8	6	4	2	0	-2	-4

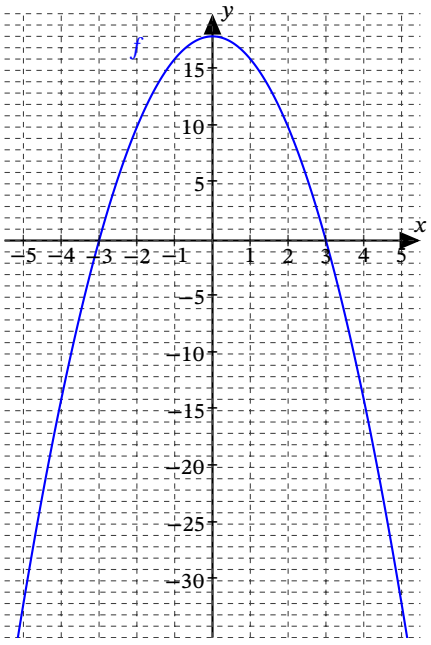


Ordonnée à l'origine : $f(0) = 4$ Zéros : $\{2\}$

2.2

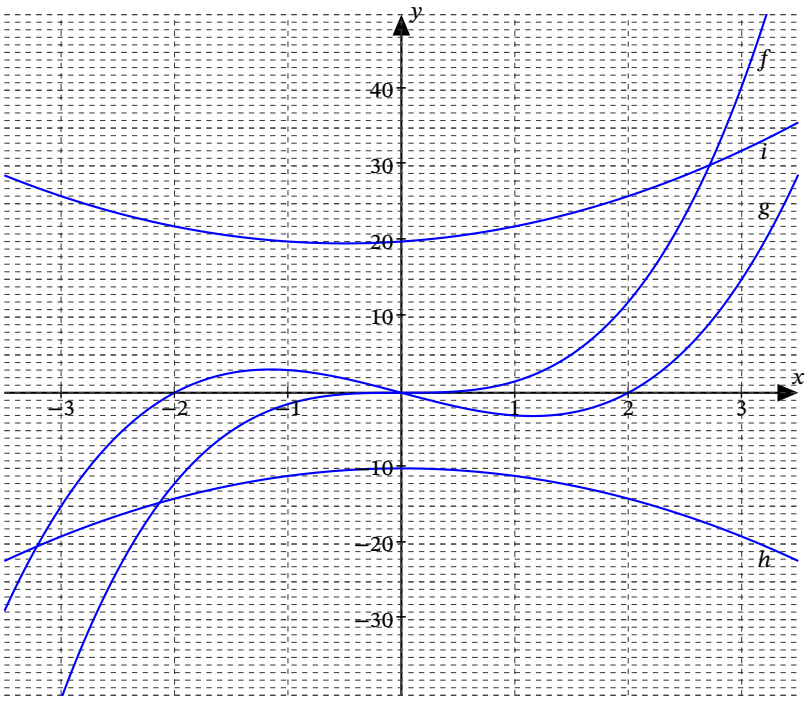
Ordonnée à l'origine : $f(0) = 18$
Zéros : $\{-3\,;3\}$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-32	-14	0	10	16	18	16	10	0	-14	-32



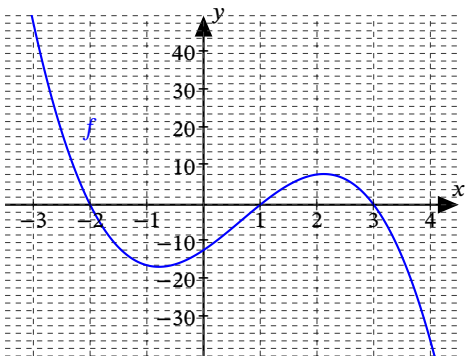
2.3

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)=\frac{3}{2}x^3$	$-40{,}5$	-12	$-1{,}5$	0	$1{,}5$	12	$40{,}5$
$g(x)=x^3-4x$	-15	0	3	0	-3	0	15
$h(x)=-x^2-10$	-19	-14	-11	-10	-11	-14	-19
$i(x)=x^2+x+20$	26	22	20	20	22	26	32



2.4

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	48	0	-16	-12	0	8	0	-36



Ordonnée à l'origine : $f(0)=-6$
Zéros : $\{-2\,;1\,;3\}$

2.5

a) -72 b) 0 c) 8 d) 3 e) 8 f) -128

Les fonctions des points a), d) et f) s'annulent pour $x=-8$.

11.3 Solutions - Proportionnalité et fonctions linéaires

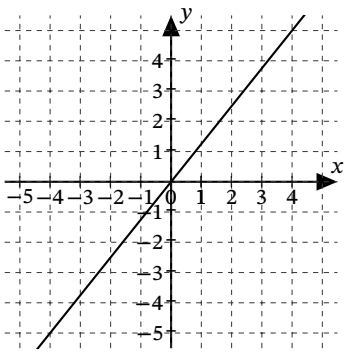
3.1

La première fonction est linéaire, la deuxième non.

x	-12	-1	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{5}$	6
$x \mapsto -\frac{2}{3}x$	8	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	0	$-\frac{4}{9}$	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{8}{15}$	-4
$x \mapsto x - \frac{2}{3}$	$-\frac{38}{3}$	$-\frac{5}{3}$	$-\frac{4}{3}$	$-\frac{2}{3}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{16}{3}$

3.2

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	$-\frac{25}{4}$	-5	$-\frac{15}{4}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{4}$	0	$\frac{5}{4}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{15}{4}$	5	$\frac{25}{4}$



3.3

a) x : nb de grammes de bonbons y : prix du sac de bonbons $x \mapsto \frac{3}{100}x$

b) x : longueur du côté y : aire du carré $x \mapsto x^2$

c) x : longueur du rectangle en cm y : aire du rectangle en cm^2 $x \mapsto 10x$

d) x : nb de minutes de communication y : coût total en Frs $x \mapsto \frac{4}{10}x$

e) x : nb de minutes de communication y : coût total en Frs $x \mapsto 20 + \frac{1}{10}x$

3.4 a, c et d

3.5

a)

Aire du terrain en m^2	1	100	500	20	x
Prix en Frs	350	35'000	175'000	7000	$f(x) = 350x$

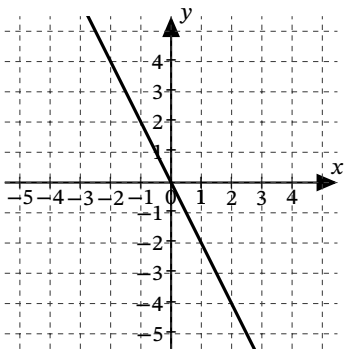
b)

Nombre de personnes	5	20	25	45	1	3	x
Boisson à prévoir en dl	8	32	40	72	$\frac{8}{5}$	$\frac{24}{5}$	$f(x) = \frac{8}{5}x$

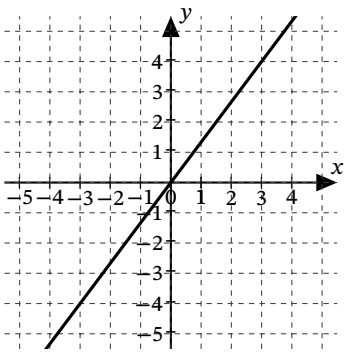
3.6 a) $x \mapsto 4x$ b) $x \mapsto \frac{1}{4}x$ c) $x \mapsto -\frac{1}{2}x$ d) $x \mapsto \frac{2}{3}x$

3.7

a) $x \mapsto -2x$



b) $x \mapsto \frac{4}{3}x$



3.8 a) 37,50 Frs b) 12 entrées

3.9 20 Frs/kg

3.10 7500 Frs.

3.11 20 kg

3.12

Candidat	% par rapport au total	Nombre de voix
Jo	37,5	9
William	20,83	5
Jack	12,5	3
Averell	29,17	7
Total	100	24

3.13

un biscuit contient :	total	protéines	glucides	lipides
Quantité en g	16	1	12	3
% du total	100%	6,25%	75%	18,75%

3.14 18 pts

3.15 50 pts

3.16 80%

3.17 Carbone : 120 g Silicium : 140 g Chrome : 1,04 kg Fer : 700 g

3.18

a) calories : 1961,54 kcal
protéines : 75 g
glucides : $273,\overline{3}$ g
lipides : $66,\overline{6}$ g
sel : 5 g

b) $\frac{100}{26} = 3,85$ donc 4

c) $\frac{100}{39} = 2,56$ donc 3

3.18

a) calories : 1961,54 kcal protéines : 75 g glucides : $273,\overline{3}$ g lipides : $66,\overline{6}$ g sel : 5 g

b) $\frac{100}{26} = 3,85$ donc 4 c) $\frac{100}{39} = 2,56$ donc 3

3.19 70,59%

3.20

Prix initial en Frs	Rabais en %	Rabais en Frs	Prix après rabais en %	Prix après rabais en Frs
80	10	8	90	72
33	10	3,30	90	29,70
120	25	30	75	90
36	25	9	75	27
500	20	100	80	400
35	20	7	80	28
90	50	45	50	45
224	50	112	50	112

3.21 48 bonbons

3.22 a) 89,60 Frs b) 44%

3.23 a) 230.– Frs b) 25%

3.24 25 élèves

3.25 300 candidats

3.26 Non, il perd 100 Frs car il a perdu 500.– Frs puis gagné 400.– Frs.

3.27

a)

Nombre de personnes	g beurre	oeuf	g sucre	sachet sucre vanillé	g farine	g choc noir	cc sel	cc poudre à lever
28	595	7	595	7	1'050	700	7	7
20	425	5	425	5	750	500	5	5
$4x$	$85x$	x	$85x$	x	$150x$	$100x$	x	x

b) $x \mapsto \frac{85}{4}x$

3.28

- 200 g de beurre très mou
- 12 cl de lait
- 80 g de chocolat en poudre
- 160 g de sucre en poudre
- 0,8 pincée de sel
- 160 g de farine

3.29 Alain : 4′000′000 Frs Béatrice : 1′600′000 Frs Claude : 2′400′000 Frs

3.30 Alain : 240 Frs Béatrice : 180 Frs Claude : 120 Frs

3.31 183,35 €

3.32 543,20 Frs

3.33 134,20 Frs

3.34 3000 Frs

3.35 3,5% d'intérêt

3.36 4167 Frs/mois 139 Frs/jour

3.37 a) 8040 Frs b) 8080,20 Frs c) 8030,56 Frs d) 9 jours e) 20′000 Frs

3.38 4600 Frs et 18%

3.39 a) 40 cm sur 60 cm b) 1,2 m c) 3 mm

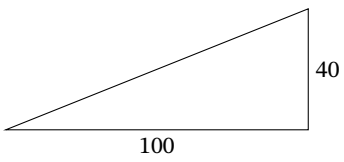
3.40 a) 12 cm b) 2 mm c) 10 : 1

3.41 1 : 150′000

3.42 a) non b) - c) 22 cm
1 : 50

3.43 Aire réelle : 1690 m^2

3.44



3.45 La route A.

3.46 340 m

3.47 5 m

3.48 8′922 m

3.49 1′737,5 m

3.50 25,3%

3.51 a) 3,6 km/h b) 25,2 km/h c) $x \mapsto \frac{5}{18}x = \frac{x}{3{,}6}$

3.52 2 h 18 min 36 sec

3.53 a) 12 km/h b) 11,32 km/h

3.54 La voiture A

3.55 0,177 km/h

3.56 a) 308,052 km b) 216,328 km/h

3.57 33,74 km/h

3.58 Le Rhin

3.59 $9{,}504 \cdot 10^9$ m^3

3.60 3 min 20 sec

3.61 20 h 50 min

3.62 1,6 kg

3.63 920 g/dm^3

3.64 1,8 l

11.4 Solutions - Degrés 0 et 1

4.1

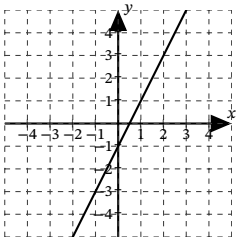
a) oui
b) non
c) oui
d) non
e) oui
f) non
g) oui
h) oui
i) oui
j) oui
k) oui

4.2

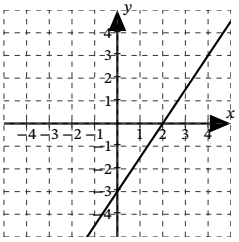
a) -1 b) 5 c) -10 d) -7 e) -5 f) $-\frac{43}{4}$

4.3

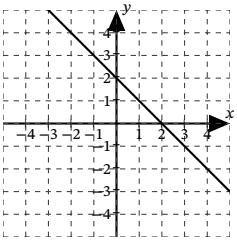
a)



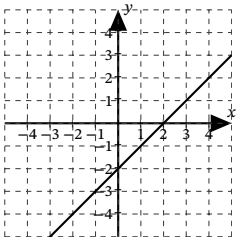
c)



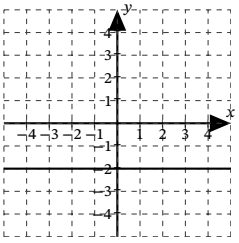
e)



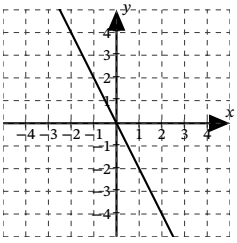
b)



d)



f)



B) $\frac{1}{2}$ 2 2 $-$ 2 0

C) -1 -2 -3 -2 2 0

D) 2 1 $\frac{3}{2}$ 0 -1 -2

4.4

x	-10	$-0{,}3$	0	$\frac{2}{7}$	5	$\frac{30}{11}$	Type	pente	o. o.
$11x$	-110	$-3{,}3$	0	$\frac{22}{7}$	55	30	linéaire / affine	11	0
11	11	11	11	11	11	11	constante / affine	0	11
$3-2x$	23	$3{,}6$	3	$\frac{17}{7}$	-7	$-\frac{27}{11}$	affine	-2	3
$\frac{7}{6}x+2$	$-\frac{29}{3}$	$\frac{33}{20}$	2	$\frac{7}{3}$	$\frac{47}{6}$	$\frac{57}{11}$	affine	$\frac{7}{6}$	2
$11x^2$	1100	$0{,}99$	0	$\frac{44}{49}$	275	$\frac{900}{11}$	quadratique	–	0

4.5

a) $(2;13)$ non $(2;27)$ oui $(-1;3)$ oui $(1;-3)$ non

b) $(2;27)$ $(-\frac{7}{2};-17)$ $(0;11)$ $(\frac{3}{4};17)$

$(1;19)$ $(\frac{3}{5};\frac{79}{5})$ $(-\frac{11}{8};0)$ $(-2;-5)$

4.6

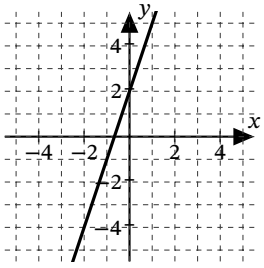
a) $(6;1)$ oui $(1;6)$ non $(2;8)$ non $(8;2)$ oui

b) $(10;3)$ $(0;-2)$ $(12;4)$

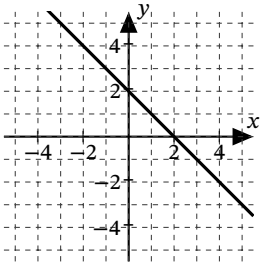
$(-1;-\frac{5}{2})$ $(4;0)$ $(9;\frac{5}{2})$

4.7

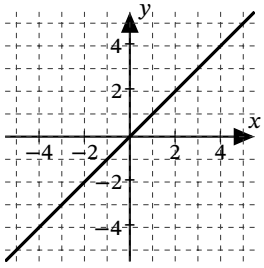
a)



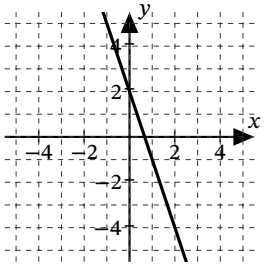
c)



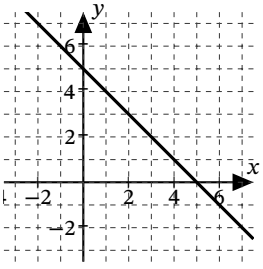
e)



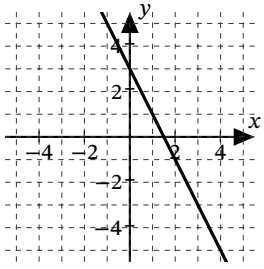
b)



d)

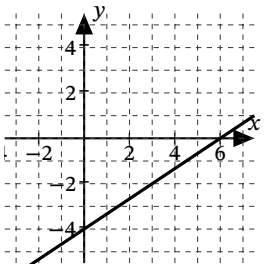


f)

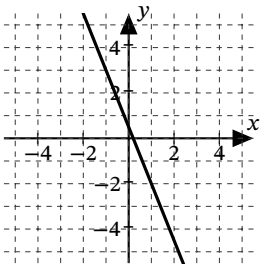


4.8

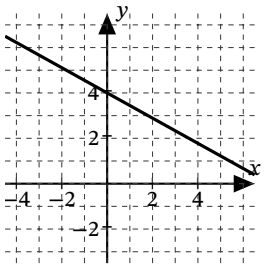
a)



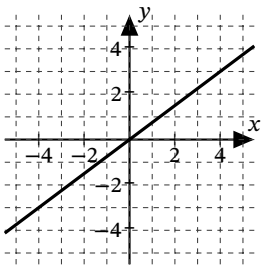
c)



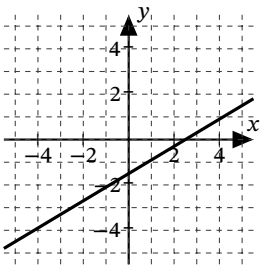
e)



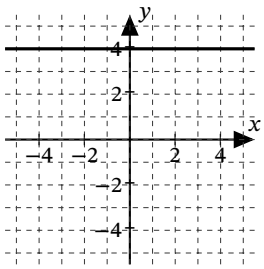
b)



d)



f)



4.9

$f(x) = \frac{1}{4}x + 3$ $g(x) = \frac{1}{2}x - 2$ $h(x) = -\frac{1}{4}x - 2$

4.10

$f(x) = -\frac{1}{5}x + 2$ $g(x) = x$ $h(x) = \frac{5}{3}x - 3$ $i(x) = 3$

4.11

a) x : longueur en mètre
$f(x)$: prix du tissu en Frs
$f(x) = 6x$
linéaire (donc affine)

b) x : nb de grammes lus sur la balance
$f(x)$: masse du contenu en grammes
$f(x) = x - 518$
affine

c) x : largeur en cm
$f(x)$: longueur en cm
$f(x) = \frac{20 - 2x}{2} = 10 - x$
affine

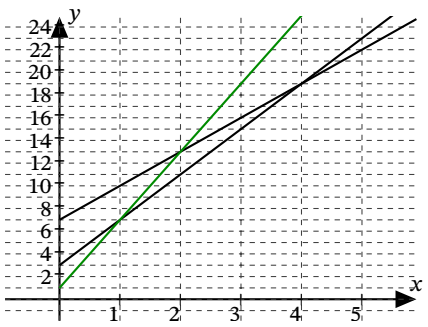
d) x : longueur de la petite diagonale en cm
$f(x)$: aire du losange en cm²
$f(x) = \frac{x(x+5)}{2} = \frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x$
quadratique

4.12

a) non
b) non
c) oui, $x \mapsto x + 2$
d) non
e) non
f) oui. $x \mapsto -\frac{1}{2}x + 3$
g) oui. $x \mapsto \frac{2}{3}x$
h) oui. $x \mapsto -3$

4.13

a) $f_1(x) = 4x + 3$
$f_2(x) = 3x + 7$
$f_3(x) = 6x + 1$



c) Taxis 3 jusqu'à 1 km
Taxis 1 de 1 à 4 km
Taxis 2 à partir de 4 km

4.14

a) 30 m
b) Le père avec 2,5 sec d'avance
c) 10 m
d) Père : $\frac{20}{3} = 6{,}67$ m/s, Fils : 4 m/s
e) oui, à 75 m du départ

4.15

a) $21x$, degré 1
b) $24x$, degré 1
c) $-8{,}7x$, degré 1
d) $8z$, degré 1
e) $21x^2$, degré 2
f) $-\frac{6}{49}x^2$, degré 2
g) $9x^2$, degré 2
h) x^3, degré 3
i) $-\frac{12}{5}x^3$, degré 3

4.16

a) x^5
b) $15ab$
c) $-56t^7$
d) $24x^2$
e) $24x^2$
f) $24x^2$
g) $36x^3y^2$
h) $-\frac{1}{1000}x^6$
i) $\frac{1}{1'000'000}x^6$
j) $\frac{9}{2}x^9$
k) $5a^6b^8$
l) $x^3y^5z^6$

4.17

a) $15x$, degré 1
b) $50x^2$, degré 2
c) $9x - 2$, degré 1
d) $-18x$, degré 1
e) $-12x^2 - 3x$, degré 2
f) $12{,}6x + \frac{75}{14}$, degré 1

4.18

a) $4x^2 - 7x + 8$
b) $-x^3 + x^2 - 3x$
c) $3x^2 + 12x - 12$
d) $-16x^2 - \frac{9}{11}x + 6$
e) $19x - y$
f) 0

4.19

a) $16x^2 - 39x + 35$
b) $-2x^2 - 25x$
c) $-25x^6 - 21x^5$

4.20

a) $2x + 13$, degré 1
b) $15x^2 + 10x - 13$, degré 2
c) $-11y - 3$, degré 1
d) $12x - 7$, degré 1
e) $25x - 13$, degré 1
f) $x - 3$, degré 1
g) $70x + 30$, degré 1
h) -6, degré 0
i) $-96x^2 + 40x$, degré 2
j) $-5y^2 + 7y - 27$, degré 2
k) $-2y^3 + 14y^2 + \frac{10}{7}y - \frac{15}{7}$, degré 3
l) $38y - 68$, degré 1

4.21

a) degré 0 ; $0 = 0$
b) degré 3 ; $x^3 - x^2 - 2x = 0$
c) degré 1 ; $2x = 0$ ou $x = 0$
d) degré 5 ; $x^5 + 2x^4 = 0$
e) degré 1 ; $10x + 5 = 0$ ou $2x + 1 = 0$
f) degré 2 ; $x^2 - 6x - 16 = 0$

4.22

a) oui
b) non
c) non
d) oui
e) non
f) oui

4.23

a) $\mathcal{S} = \{4\}$
b) $\mathcal{S} = \{-4\}$
c) $\mathcal{S} = \{2\}$
d) $\mathcal{S} = \{5\}$
e) $\mathcal{S} = \{0\}$
f) $\mathcal{S} = \{1\}$

4.24

a) $\mathcal{S} = \{12\}$
b) $\mathcal{S} = \{-2\}$
c) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$
d) $\mathcal{S} = \{1\}$
e) $\mathcal{S} = \{0\}$
f) $\mathcal{S} = \varnothing$

4.25

a) $\mathcal{S} = \{\frac{26}{5}\}$
b) $\mathcal{S} = \{10\}$
c) $\mathcal{S} = \{\frac{7}{3}\}$
d) $\mathcal{S} = \{8\}$
e) $\mathcal{S} = \{22\}$
f) $\mathcal{S} = \{\frac{169}{25}\}$
g) $\mathcal{S} = \{\frac{2}{3}\}$
h) $\mathcal{S} = \{20\}$
i) $\mathcal{S} = \{63\}$

4.26

a) $\mathcal{S} = \{-23\}$
b) $\mathcal{S} = \{0\}$
c) $\mathcal{S} = \{-\frac{3}{8}\}$
d) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$
e) $\mathcal{S} = \{\frac{16}{5}\}$
f) $\mathcal{S} = \{\frac{2}{3}\}$

4.27

a) $\mathcal{S} = \{0\}$ c) $\mathcal{S} = O$ e) $\mathcal{S} = \{22\}$ g) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

b) $\mathcal{S} = \{1\}$ d) $\mathcal{S} = \{1\}$ f) $\mathcal{S} = O$ h) $\mathcal{S} = \{-7\}$

4.28 x : somme en CHF reçue par le 1er $x + 64$: somme en CHF reçue par le 2e $x + (x + 64) = 512$
Le premier aura CHF 224.– et le deuxième CHF 288.–.

4.29 x : nb d'élèves $3x + 2 = x + 40$ Il y a 19 élèves.

4.30 x : ma somme d'argent en CHF. $x + 20 = 3(x - 20)$ J'ai CHF 40.–.

4.31 x : largeur en m $3x + x + 3x + x = 168$
Le rectangle a pour largeur 21 m et pour longueur 63 m.

4.32 x : prix d'1 kg de tomates $7x + 3{,}5 = 4x + 32$ 1 kg de tomates coûte CHF 9,50.

4.33 x : prix d'un petit classeur $2x$: prix d'un grand classeur $5x + 3(2x) = 159{,}50$
Un petit classeur coûte CHF 14,50 et un grand classeur coûte CHF 29.–.

4.34 x : durée de la 1e émission en minutes $x + 13$: durée de la 2e émission en minutes
$x + 13 - 23$: durée de la 3e émission en minutes $x + x + 13 + x - 10 = 180$
La première émission dure 59 minutes, la deuxième 1 heure et 12 minutes et la troisième 49 minutes.

4.35 x : somme reçue par le 1e en CHF $\frac{3}{4}x$: somme reçue par le 2e en CHF $\frac{9}{5}\frac{3}{4}x$: somme reçue par le 1e en CHF
$x + \frac{3}{4}x + \frac{27}{20}x = 25'110$
La première personne reçoit CHF $8'100$.–, la deuxième CHF $6'075$.– et la troisième CHF $10'935$.–.

4.36 x : nb de pièces de 2.– $2x + 111 = 5x$ Il y a 37 pièces.

4.37 x : nb d'élèves $8x + 58 = 11x + 7$ Il y a 17 élèves.

4.38 x : somme de ma soeur en CHF $6x + 100 = 8x$ Elle a CHF 50.–.

4.39 x : nb de calendriers paysages $100 - x$: nb de calendriers animaux $7x + 16(100 - x) = 1276$
Il y a 36 calendriers « paysages » et 64 calendriers « animaux ».

4.40 x : nb de pièces de 5.– $35 - x$: nb de pièces de 2.– $5x + 2(35 - x) = 115$ Il y a 15 pièces de CHF 5.– et 20 de CHF 2.–.

4.41 La première colonne mesure 3,4 cm de large, la deuxième 6,8 cm et la troisième 10,8 cm.

4.42 Les employés « méritants » recevront CHF 990.– et les autres CHF 690.– .

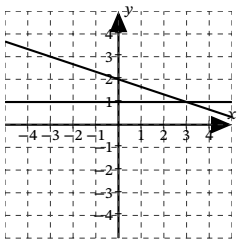
4.43 La hauteur de l'escalier est $3{,}52$ m.

4.44 L'intervalle entre deux échelons est actuellement de 20 cm.

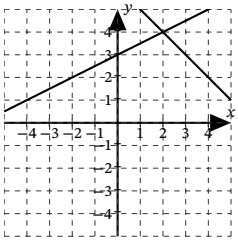
4.45 a) $\frac{5}{4}$ b) -5 c) 2 d) 37

4.46 a) $-\frac{35}{2}$ b) 5 c) -7 d) 8

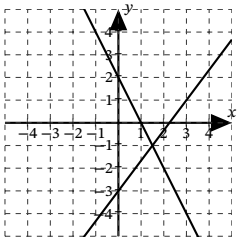
4.47 $\mathcal{S} = \{3\}$



4.48 a) $I(2\,;4)$



b) $I\left(\frac{3}{2}\,;-1\right)$

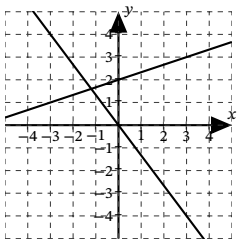


4.49 a) $x \mapsto \frac{5}{2}x - 7$ b) $x \mapsto -2x + 6$ c) $x \mapsto \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}$ d) $x \mapsto \frac{2}{5}x - \frac{7}{5}$

4.50 $\left(\frac{40}{7}\,;\frac{20}{7}\right)$

4.51 a) $f(x) = -2x + 6$, $f(-5) = 16$
b) $y = \frac{19}{10}x + 6$, oui
c) $f(x) = 12x - 7$, $f(-10) = -127$
d) $y = -\frac{3}{7}x + 20$, non

4.52 $\mathcal{S} = \left\{-\frac{6}{5}\right\}$



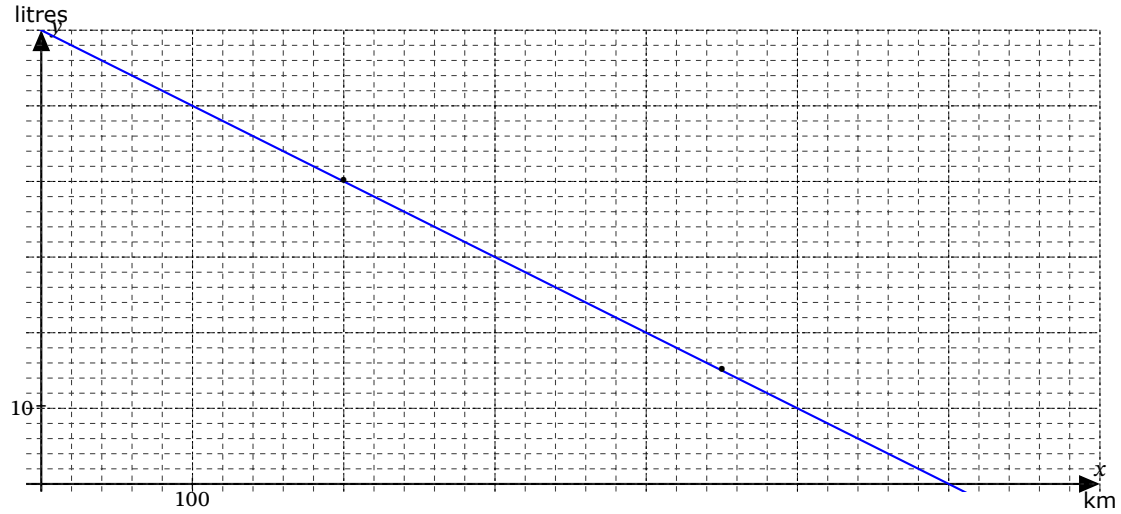
4.53 a) $y = \frac{3}{2}x$ b) $m = -\frac{3}{8}$ c) $y = 5x - 2$ d) $y = 2$ e) $x = 3$

4.54 a) $\frac{11}{2}$ b) oui c) non

4.54 a) $\frac{11}{2}$ b) oui c) non

4.55 a) Offre 1 : CHF 1560.– Offre 2 : $g(x) = 70x + 760$ où x est le nombre de mois
CHF 1600.–
l'offre 1 est plus avantageuse.
b) Offre 1 : $f(x) = 80x + 600$ Offre 2 : c) 16 mois

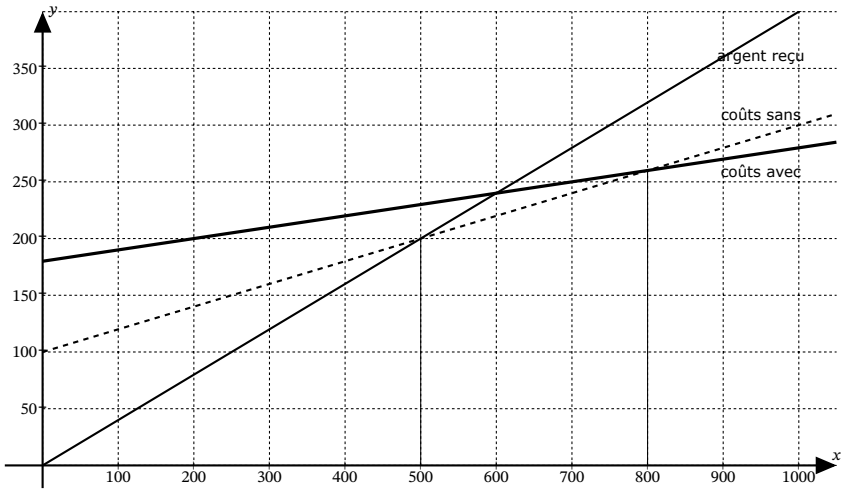
4.56 a)



c) $x \mapsto -\frac{1}{10}x + 60$

d) Capacité du réservoir : 60 litres
Consommation de la voiture : 10 litres/100 km

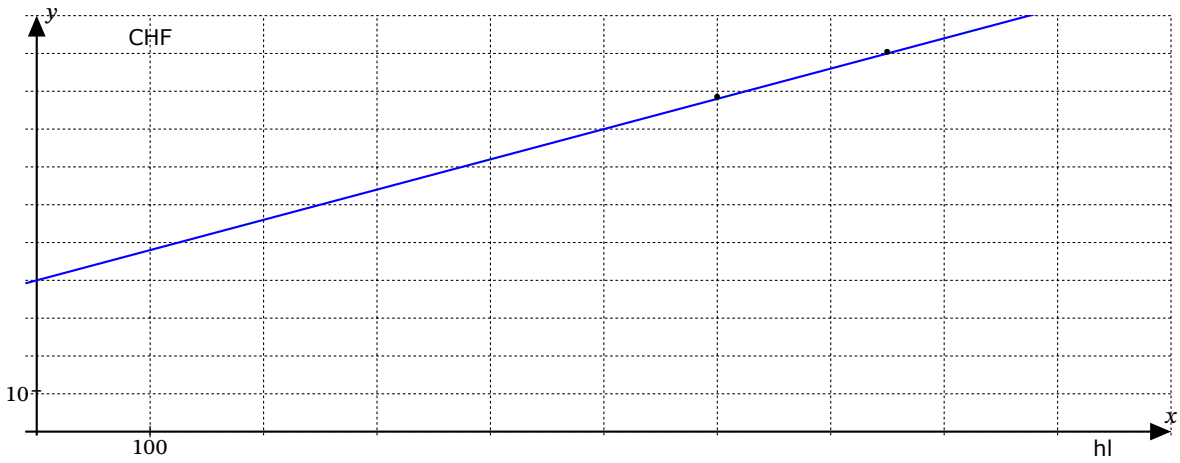
4.57 a)



b) 500 navets / jour c) 800 navets / jour

4.58

a) $x \mapsto \frac{2}{25}x + 40$ où x : nb de hl consommés



b) Jean devra payer : 105,60 Frs. c) redevance fixe : 40.– Frs Taxe variable : 80 cts/1000 l

4.59

a) achat : $f(x) = 0{,}3x + 6850$
carsharing : $g(x) = 0{,}7x + 300$

b) achat : $8'650.–$ Frs/an
carsharing : $4'500.–$ Frs/an

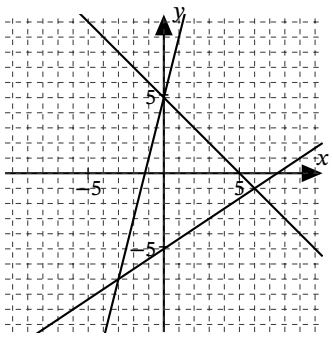
c) $16'375$ km/an

4.60

a) $\mathcal{S} =]-\infty\,;6]$

b) $\mathcal{S} = [-3\,;+\infty[$

c) $\mathcal{S} =]-\infty\,;0[$

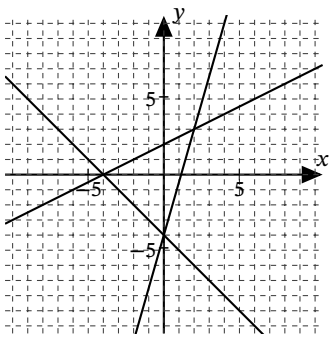


4.61

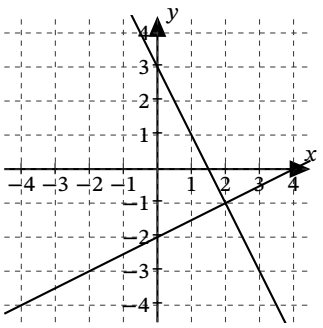
a) $\mathcal{S} =]-4\,;+\infty[$

b) $\mathcal{S} =]-\infty\,;0]$

c) $\mathcal{S} =]-\infty\,;2[$



4.62



a) $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$

b) $\mathcal{S} = \{2\}$

c) $\mathcal{S} = \{1\}$

d) $\mathcal{S} = \left]\frac{3}{2}; +\infty\right[$

e) $\mathcal{S} =]-\infty; 2[$

f) $\mathcal{S} =]-\infty; 1]$

4.63

a) $\mathcal{S} = [-1; +\infty[$

b) $\mathcal{S} =]-\infty; 1]$

c) $\mathcal{S} =]10; +\infty[$

d) $\mathcal{S} = [5; +\infty[$

e) $\mathcal{S} =]-\infty; 1]$

f) $\mathcal{S} =]-\infty; 15[$

g) $\mathcal{S} =]-\infty; 0[$

h) $\mathcal{S} = \left]\frac{3}{4}; +\infty\right[$

i) $\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{8}{5}\right]$

4.64

a) $\mathcal{S} =]-10; +\infty[$

b) $\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{9}{2}\right[$

c) $\mathcal{S} = \left[-\frac{15}{19}; +\infty\right[$

d) $\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{90}{19}\right]$

e) $\mathcal{S} =]-\infty; 35[$

f) $\mathcal{S} = \left]-\infty; -\frac{6}{7}\right[$

g) $\mathcal{S} = \left[-\frac{11}{5}; +\infty\right[$

h) $\mathcal{S} =]2; +\infty[$

i) $\mathcal{S} = \left]\frac{15}{13}; +\infty\right[$

4.65

a) $\mathcal{S} = [3; +\infty[$

b) $-\frac{2}{3}x + 4 \leq x - 1 \implies x \geq 3 \implies \mathcal{S} = [3; +\infty[$

4.66

a) $\mathcal{S} =]-\infty; 2]$

b) $\mathcal{S} =]-2; +\infty[$

c) $\mathcal{S} = \left[\frac{15}{2}; +\infty\right[$

d) $\mathcal{S} = \left[-\frac{5}{11}; +\infty\right[$

e) $\mathcal{S} = \left]\frac{5}{4}; +\infty\right[$

f) $\mathcal{S} = \left]-\infty; \frac{98}{41}\right]$

4.67

x : nombre d'années depuis l'achat

$2000x + 50'000 < 4000x + 40'000$

$\mathcal{S} =]5; +\infty[$

Dès la sixième année.

4.68

$\frac{5}{9}(F - 32) > 30 \implies F > 86$

$\frac{5}{9}(F - 32) < 40 \implies F < 104$

Entre 86 et 104 degrés Fahrenheit.

4.69

a) $\mathcal{S} = \varnothing$

b) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

c) $\mathcal{S} = \varnothing$

d) $\mathcal{S} = \varnothing$

e) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

f) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

g) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

h) $\mathcal{S} = \varnothing$

4.70

a) $\mathcal{S} =]-\infty; 1]$

b) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

c) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

d) $\mathcal{S} = \varnothing$

e) $\mathcal{S} = \varnothing$

f) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

g) $\mathcal{S} = \varnothing$

h) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

11.5 Réponses - Degré 2 et plus

5.1

a) $3x^2 + 13x + 4$
b) $5x^2 - 21x + 22$
c) $-21x^2 + 17x - 2$
d) $x^5 - 6x^3 - 6x^2 + 36$
e) $9x^8 - 16$
f) $x^6 - 4x^3 + 4$
g) $12x^2y - 3xy^2 + 4xy - y^2$
h) $9y^3 - 3xy^2 + 3xy - x^2$
i) $-9x^2y^4 + y^2$

5.2

a) $5x^5 - 15x^4 + 10x^3 - 30x^2$
b) $x^3 + x^2 - x - 1$
c) $x^3 + 30x^2 + 300x + 1000$

5.3

a) $x^3 - 15x + 4$
b) $x^4 - x^3 + 3x - 9$
c) $x^4 + 10x^3 + 5x^2 - 100x + 100$

5.4

	$P(x) + Q(x)$	$P(x) - Q(x)$	$P(x) \cdot Q(x)$
a)	$3x + 3$	$x + 5$	$2x^2 + 2x - 4$
b)	$2x^2 + x - 5$	$2x^2 - x - 9$	$2x^3 + 4x^2 - 7x - 14$

5.5

a) $3x^2 - 9x + 3$
b) $5x^5 + 10x^2$
c) $-6x^3 + 9x^2 + 3x + 6$
d) $ax^2 - 4ax + a$

5.6

a) $8(2x^2 - 3x - 8)$
b) $x(6x - 1)$
c) $9x(x - 7)$
d) $12(2x^2 + 3x - 1)$
e) $x^3(9x^2 + 1)$
f) $10x^4(3x^2 + 5x - 2)$

5.7

a) $11x(3x - 2)$
b) $x(3x^2 + 2x - 4)$
c) $6x^3(3x^2 + 1)$
d) $8(7x - 1)$
e) $35x^5(x^2 - 2x + 1)$
f) $3(2x^3 + 3x^2 - 6x - 8)$
g) $x^2(x^2 + 2x + 1)$
h) $7x^2(6x - 7)$
i) $9xy(3x - 4y)$
j) $5x^4(5x - 8y^2)$
k) $12y^2(4xy - 1)$
l) $8y^3(6x^2 + 2x - 3)$

5.8

a) $\frac{1}{7}\left(x^2 - 2x + 3\right)$
b) $\frac{1}{5}(3x + 7)$
c) $\frac{3}{11}(2x - 3)$
d) $\frac{1}{3}\left(2x^2 + 3x + 30\right)$
e) $\frac{1}{7}(-49x + 4)$
f) $\frac{10}{11}\left(55y^3 - 6\right)$
g) $\frac{1}{15}\left(5a^5 + 30a^3 - 6\right)$
h) $\frac{1}{77}\left(77y^2 + 22y + 35\right)$
i) $\frac{7}{12}\left(6x^7 + 4x^2 + 1\right)$

5.9

a) $-2\left(x^2 - 3x + 5\right)$
b) $-\left(x^2 + 2x - 5\right)$
c) $3\left(x^2 - 8x + 2\right)$
d) $3\left(x^2 + 7x + \frac{20}{3}\right)$
e) $-10\left(x^2 + \frac{1}{2}x - 2\right)$
f) $\frac{1}{2}\left(x^2 - 2x + 4\right)$
g) $\frac{1}{12}(x^2 - 12x - 60)$
h) $-3\left(x^2 + \frac{1}{6}x + \frac{1}{9}\right)$

5.10

a) $3xy^4z^8(x + 2)$
b) $4x^2y^2z(xy^3z + 2z)$
c) $7x(x^3 + 2x^2 + 5x + 7)$
d) $xy^7(a + 1)$
e) $a^2b^3x^2(a - x)$
f) $2x(2a - b)$
g) $2ax(3a + 2)$
h) $12ax^2(2a^2x^3 - 3)$
i) $3a^2x^3y^4(axy - 4yz^2)$
j) $5a^5x^2(3a^2 - 2x)$
k) $2ax^2(x^3 + 4ax^2 + 3a^2x - a^3)$
l) $2a^3xy^2(xy + 4x^2 - 3ay)$

5.11

a) $x^2 + 4x + 4$
b) $4x^2 - 12x + 9$
c) $x^2 + 2xy + y^2$
d) $9a^2 - 6ab^2 + b^4$

5.12

a) $(x + 5)^2$
b) $(10x - 1)^2$
c) $(x - 10)^2$
d) $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$
e) $(x + 14y)^2$
f) $(5x + 2)^2$
g) non factorisable
h) $\left(3x + \frac{1}{3}\right)^2$

5.13

a) $x^2 + 18x + 81$
b) $3x^2 + 6x + 3$
c) $4x^2 + 12xy + 9y^2$
d) $x^9 + 20x^6 + 100x^3$
e) $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4$
f) $11a^7 + 22a^4b^5 + 11ab^{10}$
g) $x^2 - 26x + 169$
h) $36x^4 - 60x^3 + 25x^2$
i) $4x^4 - 4x^2 + 1$
j) $49x^{10} + 140x^5 + 100$
k) $11x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{11}{9}$
l) $a^2 - 2abc + b^2c^2$

5.14

a) $(4x + 3)^2$
b) $(x - 12)^2$
c) $x(x + 11)^2$
d) $-(x - 1)^2$
e) $-10x^2(x + 10)^2$
f) $11(3x + 1)^2$

5.15

a) $x^2 - 4$
b) $9x^2 - y^6$
c) $9 - x^2$
d) $a^2 - 2$

5.16

a) $(x + 5)(x - 5)$
b) $(10x + 13)(10x - 13)$
c) $\left(x + \sqrt{7}\right)\left(x - \sqrt{7}\right)$
d) $\left(x + \frac{3}{7}\right)\left(x - \frac{3}{7}\right)$
e) $(2x + 15y)(2x - 15y)$
f) non factorisable
g) $(xy + 6)(xy - 6)$
h) $\left(\sqrt{6}x + 1\right)\left(\sqrt{6}x - 1\right)$

5.17

a) $10x^3 - 810x$
b) $16x^5 - x^3$
c) $36x^2 - 5$
d) $45x^4 - 20x^2$
e) $-x^2 + \frac{16}{169})$
f) $ab^4 - a^3b^2$

5.18

a) $10x(9x - 7)(9x + 7)$
b) $(\frac{1}{5} - x)(\frac{1}{5} + x)$
c) $(x - \sqrt{13})(x + \sqrt{13})$
d) $(-x + 1)(x + 1)(x^2 + 1)$
e) $x(x + 4)(x - 4)$
f) $(\sqrt{2}x - 5)(\sqrt{2}x + 5)$

5.19

a) $x^4 - 16x^2$
b) $x^2 - 22x + 121$
c) $5x^2 - 60x + 180$
d) $9x^2 + 24x + 16$
e) $9xy^3 - x^3y$
f) $x^{14} - 2x^7 + 1$
g) $x^2y^2 + 2xyz^3 + z^6$
h) $64 - x^2$
i) $-64x^2 + 80x - 25$

5.20

a) $(x + 1)^2$
b) $10(x - 1)^2$
c) $a(a - 2)(a + 2)$
d) $(a + 2)^2$
e) $\frac{1}{2}(2x + 1)^2$
f) $(4x - 3)(4x + 3)$
g) $-(3x - 1)^2$
h) $\frac{1}{3}(x - 3)^2$
i) $x^2(x - 1)(x + 1)$
j) $-(6x + 5)^2$
k) $y^2(9x - 2)(9x + 2)$
l) $(x - 2)(x + 2)(x^2 + 2)$

5.21

a) $5(x - 1)^2$
b) $-3(x - 3)^2$
c) $-(a + b)^2$
d) $-2(2y + 1)^2$
e) $5(x + 1)(x - 1)$
f) $x(x - 2)(x + 2)$

5.22

a) $5(x^2 + 3)(x + 3)(x - 3)$
b) $(x + 1)(x - 1)(x^2 + 3)$
c) $(x^2 + 1)^2$
d) $(x + 3)^2(x - 3)^2$
e) $(x^3 - 1)^2$
f) $(x^2 + 8)(x - \sqrt{8})(x + \sqrt{8})$

5.23

a) $(xy^3 + 3)(xy^3 - 3)$
b) $(x + y^3)^2$
c) $6y^2(x + 1)(x - 1)$
d) $(2x - 9y)^2$
e) $8y(x - 7)^2$
f) $(4xy + 3)^2$

5.24

a) $x^2 + 5x + 6$
b) $x^2 + x - 6$
c) $x^2 - x - 6$
d) $x^2 - 5x + 6$
e) $x^2 - 7x + 6$
f) $x^2 + 5x - 6$
g) $x^2 + x - 110$
h) $x^2 + 6x + 9$

5.25

a) $(x + 2)(x + 13)$
b) $(x - 4)(x - 1)$
c) $(x + 10)(x - 9)$
d) $(x - 3)(x + 5)$

5.26

a) $x^2 - 2x - 15$
b) $x^2 + 3x - 10$
c) $x^2 - x - 6$
d) $x^2 - 9x + 20$
e) $x^2 + x - 12$
f) $x^2 + 4x - 5$
g) $x^2 - 6x + 5$
h) $2x^2 + 12x + 10$
i) $x^4 - 4x^3 - 5x^2$

5.27

a) $(x-4)(x-2)$
b) $(x-4)(x+3)$
c) $(y-6)(y-1)$
d) $(x-6)(x-2)$
e) $(x-2)(x-3)$
f) $(y+3)(y+4)$
g) $(x-12)(x+11)$
h) $(x+6)(x+4)$
i) $(x-12)(x+2)$
j) $(z+10)(z-9)$
k) $(z-10)(z+9)$
l) $(z-45)(z+2)$

5.28

a) $\frac{1}{2}(x-4)(x-2)$
b) $3(2a+3)^2$
c) $-(x+2)(x-8)$
d) $2(2t-5)(2t+5)$
e) $(x-2)(x-4)$
f) $(3x+200)^2$
g) $x(x-4)^2$
h) $2(x+1)(x+16)$
i) $15(x+10)(x-10)$
j) $x(3x+1)(3x-1)$
k) $2(2x-1)^2$
l) $-4(2a-3)^2$

5.29

a) $3x(x-4)(x-5)$
b) $x(x+3)$
c) $5(x-1)^2$
d) $-(a+1)(a-4)$
e) $x^2(x+1)^2$
f) $3(a-1)(a+1)$
g) $a(2a-3)^2$
h) $5(x-1)(x+1)$
i) $(x+5)(x-4)$
j) $3(a-2)(a+2)$
k) $a^2(1-a)$
l) $x(3x-4)$

5.30

a) $5(x+1)(x+7)$
b) $x(x-1)(x-7)$
c) $-(x+4)(x-2)$
d) $4x^2(x-8)(x+1)$
e) $(x+4)^2$
f) $(x+8)(x+2)$
g) $(x+16)(x+1)$
h) $2(x+8)(x+1)$
i) $\frac{1}{5}(x-7)(x+2)$
j) $-x(x-4)(x+5)$
k) $(x+2)(x-9)$
l) $5(x+2)(x+3)$

5.31

a) $(x+6)(x+2)$
b) $(x-1)(x+1)$
c) $x^2(x-3)$
d) $2(x^2+25)$
e) $5(x+9)(x+1)$
f) $(\frac{1}{2}x-3)(\frac{1}{2}x+3)$

5.32

a) $3x(2x+1)^2$
b) $4x(x-\sqrt{3})(x+\sqrt{3})(x^2+3)$
c) $-4b^2(2a-3)^2$
d) $x^4(x-4)^2$
e) $x(x+7)(x-3)$
f) $-2(x^2+5)(x^2+2)$
g) $(x-2)(x+2)(x^2+1)$
h) $x(x+3)(x+5)$
i) $2(xy+5)(xy-2)$
j) $-5(xy^3-3)(xy^3+2)$
k) $a(a-b)(a+b)$
l) $x(x-1)(x+1)(x^2+1)$

5.33

a) $\mathcal{S} = \left\{-2\,;7\right\}$
b) $\mathcal{S} = \left\{0\,;1\right\}$
c) $\mathcal{S} = \left\{-4\,;\frac{3}{4}\right\}$
d) $\mathcal{S} = \left\{-1\,;\frac{2}{3}\right\}$
e) $\mathcal{S} = \left\{3\right\}$
f) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{2}\,;0\right\}$

5.34

a) $(x-2)(x+5) = 0$ $7(x-2)(x+5) = 0$ ou …
b) $x(2x-3) = 0$ $-4x(2x-3) = 0$ $8x(2x-3) = 0$ ou …

5.35

a) $\mathcal{S} = \left\{-1\,;1\right\}$
b) $\mathcal{S} = \left\{-10\right\}$
c) $\mathcal{S} = \left\{-6\,;3\right\}$
d) $\mathcal{S} = \left\{\frac{9}{4}\right\}$
e) $\mathcal{S} = \left\{-3\,;2\right\}$
f) $\mathcal{S} = \left\{0\,;7\right\}$
g) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{5}{7}\right\}$
h) $\mathcal{S} = \left\{-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\right\}$
i) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$
j) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{9}\,;\frac{1}{9}\right\}$
k) $\mathcal{S} = \left\{-2\right\}$
l) $\mathcal{S} = \left\{-4\,;9\right\}$

5.36

a) $\mathcal{S} = \{-4;-8\}$ d) $\mathcal{S} = \{1;9\}$ g) $\mathcal{S} = \{10;1\}$ j) $\mathcal{S} = \{-4;8\}$

b) $\mathcal{S} = \{-8\}$ e) $\mathcal{S} = \{-11;11\}$ h) $\mathcal{S} = \{-9;2\}$ k) $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{5}\right\}$

c) $\mathcal{S} = \{-6;-1\}$ f) $\mathcal{S} = \{-6;-5\}$ i) $\mathcal{S} = \{-15;-3\}$ l) $\mathcal{S} = \{0;16\}$

5.37

a) $\mathcal{S} = \{4;11\}$ c) $\mathcal{S} = \{-10\}$ e) $\mathcal{S} = \{4;7\}$

b) $\mathcal{S} = \{-5;2\}$ d) $\mathcal{S} = \{-9;-1\}$ f) $\mathcal{S} = \{-2;13\}$

5.38

a) $\mathcal{S} = \{0;8\}$ c) $\mathcal{S} = \{-4;-3\}$ e) $\mathcal{S} = \{1;4\}$

b) $\mathcal{S} = \{-5;2\}$ d) $\mathcal{S} = \left\{0;\frac{1}{2}\right\}$ f) $\mathcal{S} = \{-9;0\}$

5.39

a) $\mathcal{S} = \left\{2\ ;\ -\frac{3}{2}\right\}$ d) $\mathcal{S} = \left\{-\sqrt{15}\ ;\ \sqrt{15}\right\}$ g) $\mathcal{S} = \varnothing$

b) $\mathcal{S} = \{4\ ;\ 1\}$ e) $\mathcal{S} = \{-4\}$ h) $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{6}\ ;\ 0\right\}$

c) $\mathcal{S} = \left\{0\ ;\ \frac{5}{2}\right\}$ f) $\mathcal{S} = \left\{\frac{2}{5}\ ;\ -3\right\}$ i) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{5}\right\}$

5.40

a) $\mathcal{S} = \left\{\frac{-5-\sqrt{17}}{2};\frac{-5+\sqrt{17}}{2}\right\}$ c) $\mathcal{S} = \{1-\sqrt{3};1+\sqrt{3}\}$

b) $\mathcal{S} = \{-2-\sqrt{2};-2+\sqrt{2}\}$ d) $\mathcal{S} = O$

5.41

a) $\mathcal{S} = \{-5\ ;\ 2\}$ e) $\mathcal{S} = \left\{-2\ ;\ -\frac{1}{5}\right\}$ h) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{7}{2}\ ;\ \frac{5}{4}\right\}$

b) $\mathcal{S} = \left\{-1\ ;\ \frac{4}{3}\right\}$ f) $\mathcal{S} = \{-10\}$ i) $\mathcal{S} = \{-13\ ;\ 14\}$

c) $\mathcal{S} = \left\{-3\ ;\ -\frac{1}{3}\right\}$

d) $\mathcal{S} = \{-5\ ;\ -2\}$ g) $\mathcal{S} = \left\{-1\ ;\ \frac{8}{3}\right\}$ j) $\mathcal{S} = \{1\ ;\ 3\}$

5.42

a) $\mathcal{S} = \{-7;7\}$ c) $\mathcal{S} = \{-1;3\}$ e) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right\}$

b) $\mathcal{S} = \{-6;5\}$ d) $\mathcal{S} = \{1;2\}$ f) $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{2};1\right\}$

5.43

a) $5x^2+21x-164=0$ $\mathcal{S} = \left\{-\frac{41}{5};4\right\}$ c) $x^2-11=x^2-11$ $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

b) $x^2+8x-9=0$ $\mathcal{S} = \{-9;1\}$ d) $2x^2-3x+229=0$ $\mathcal{S} = O$

5.44 a) $(x-1)(3x-2)$ b) $(2x-5)^2$ c) $\left(x-2+\sqrt{5}\right)\left(x-2-\sqrt{5}\right)$ d) non factorisable ($\Delta < 0$)

5.45

a) $(3x+1)(2x-1)$ c) $(10x-3)(2x-7)$ e) $(3x+2)^2$

b) $(5x-3)(x+4)$ d) $(x+9)(4x-3)$ f) $(7x-2)(x-1)$

5.46 Les pizzas carrées mesuraient 16 cm sur 16 cm alors que les nouvelles mesures 32 cm sur 8 cm.

5.47 $320(x+5)^2 = 500x^2$ Les dimensions des premières dalles sont 20 cm x 20 cm.

5.48 Il faut augmenter de 20 m les deux côtés de l'usine.

5.49 a) La fusée est à 60 m du sol après $2{,}56$ s et $4{,}79$ s. b) La fusée retombe au sol après $7{,}35$ s.

5.50 La chambre mesure 4 m sur 4 m et le dressing $1{,}5$ m sur 4 m.

5.51 La bande grise mesure 3 m de large.

5.52 Le rayon de la ville a augmenté d'environ 2 km en 10 ans.

5.53 Les trois nombres sont 14, 16 et 18 ou -18, -16 et -14.

5.54 Les 3 nombres sont 23, 25 et 27.

5.55 Longueur de la barrière : 48 m.

5.56 Ils pourront communiquer jusqu'à 9h24.

5.57 Les aiguilles mesurent 10 cm et 24 cm.

5.58 Ils doivent marcher pendant 5 jours.

5.59 a) 210 m^2 b) La pièce doit mesurer au plus $4{,}3$ m sur $4{,}3$ m.

5.60 Le rayon du petit cercle mesure 4 cm.

11.6 Complément de calcul littéral

6.1
a) $\frac{6x^2-4}{10x}$ b) $\frac{3x^4-2x^2}{5x^3}$ c) $\frac{27x^3-18x}{45x^2}$ d) $\frac{9x^2y^2-6y^2}{15xy^2}$

6.2
a) $\frac{2x^2+11}{3x^2}$
b) $\frac{x+4}{4}$
c) $\frac{5x^2-2x+1}{2x}$
d) $\frac{x^2+1}{5x}$
e) $2y^2-4xy$
f) $\frac{3a^2-ab+4b^2}{2b^3}$

6.3
a) $\frac{4x^2-25}{12x^3}$ b) $\frac{21x^2-15x-12}{x}$ c) $9x^2-6x+1$ d) $\frac{x^2-18x+81}{49x^6}$

6.4
a) $\frac{x^3+7x^2-9x}{15}$
b) $\frac{5x^3+3}{121x^6}$
c) $\frac{90x-15}{x^6}$
d) $\frac{x^2}{5}$
e) $\frac{12b}{ac}$
f) 1

6.5
a) $\frac{8x+11}{75x^2}$
b) $\frac{-15x^2+39x-35}{45x^5}$
c) $\frac{-7x^2+35x+8}{7x}$
d) $\frac{18x^2+14x-25}{105x}$
e) $\frac{4ab+2bc-3ac}{abc}$
f) $\frac{a^3+b^3}{a^2b^2}$

6.6
a) $\frac{11x^2+5}{x}$
b) $\frac{6x^3+5x^2+6x+5}{x}$
c) $\frac{x+49}{7x^2}$
d) $\frac{-3x^2-2000}{75}$
e) $\frac{160x^3+15x^2-95x+4}{20x^3}$
f) $\frac{ab^2+b^3-500a}{50ab}$

6.7
a) $t=\frac{d}{v}$
b) $m=\frac{2E}{v^2}$, $v=\sqrt{\frac{2E}{m}}$
c) $C=\frac{I}{i}$
d) $M=\frac{Fd^2}{Gm}$, $d=\sqrt{G\frac{mM}{F}}$
e) $T=\frac{PV}{nR}$
f) $h=\frac{A}{2\pi r}-r$
g) $v_0=\frac{2s-gt^2}{2t}$
h) $i=\frac{360\,I}{C\,n}$

11.7 Réponses - Systèmes d'équations linéaires 2x2

7.1
a) oui b) non

7.2
a) $\mathcal{S}=\{(2;3)\}$ b) $\mathcal{S}=\{(-1;-9)\}$ c) $\mathcal{S}=\{(-18;21)\}$

7.3
a) $\mathcal{S}=\{(7;12)\}$ b) $\mathcal{S}=\{(-3;0)\}$ c) $\mathcal{S}=\{(-6;3)\}$

7.4
a) $\mathcal{S}=\left\{\left(\frac{23}{7};\frac{32}{7}\right)\right\}$ b) $\mathcal{S}=\left\{\left(\frac{76}{53};\frac{28}{53}\right)\right\}$ c) $\mathcal{S}=\left\{\left(-\frac{6}{19};\frac{21}{19}\right)\right\}$

7.5
a) $\mathcal{S}=\{(1;-1)\}$
b) $\mathcal{S}=\{(1;1)\}$
c) $\mathcal{S}=\{(-3;3)\}$
d) $\mathcal{S}=\{(3;-1)\}$
e) $\mathcal{S}=\{(1;0)\}$
f) $\mathcal{S}=\{(4;-1)\}$

7.6

a) $\mathcal{S} = \{(-3;-4)\}$
b) $\mathcal{S} = \left\{\left(\frac{7}{11};\frac{25}{11}\right)\right\}$
c) $\mathcal{S} = \{(0;0)\}$
d) $\mathcal{S} = \{(2;3)\}$
e) $\mathcal{S} = \left\{\left(\frac{6}{5};\frac{6}{5}\right)\right\}$
f) $\mathcal{S} = \{(0;-2)\}$

7.7

a) $\mathcal{S} = \{(x;y) \mid x+2y=5\} = \{(5-2y;y) \mid y \in \mathbb{R}\}$
b) $\mathcal{S} = O$
c) $\mathcal{S} = \{(x;y) \mid 2x-3y=5\} = \{(x;\frac{2}{3}x-\frac{5}{3}) \mid x \in \mathbb{R}\}$

7.8

a) $\mathcal{S} = O$
b) $\mathcal{S} = \{(x;y) \mid 2x-y=4\}$
$= \{(x;2x-4) \mid x \in \mathbb{R}\}$
c) $\mathcal{S} = \{(-1;1)\}$
d) $\mathcal{S} = \left\{\left(-\frac{5}{12};-\frac{7}{6}\right)\right\}$
e) $\mathcal{S} = \left\{\left(\frac{28}{19};-\frac{17}{57}\right)\right\}$
f) $\mathcal{S} = \left\{\left(\frac{9}{2};\frac{8}{5}\right)\right\}$

7.9

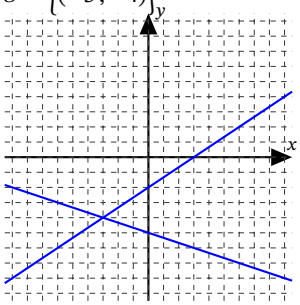
a) $\mathcal{S} = \{(5;3)\}$
b) $\mathcal{S} = \left\{\left(\frac{7}{12};\frac{4}{9}\right)\right\}$
c) $\mathcal{S} = \{(3;2)\}$
d) $\mathcal{S} = \{(6;7)\}$
e) $\mathcal{S} = \{(1;2)\}$
f) $\mathcal{S} = O$

7.10

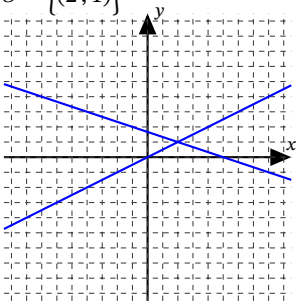
a) $\mathcal{S} = O$
b) $\mathcal{S} = \{(24;30)\}$
c) $\mathcal{S} = \{(20;25)\}$
d) $\mathcal{S} = \{(-1;-2)\}$
e) $\mathcal{S} = \{(7;5)\}$
f) $\mathcal{S} = \{(2;3)\}$
g) $\mathcal{S} = \{(18;4)\}$

7.11

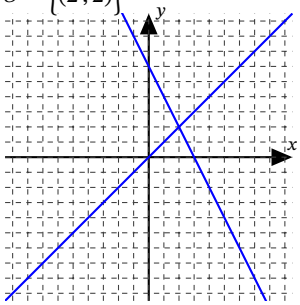
a) $\mathcal{S} = \{(-3;-4)\}$



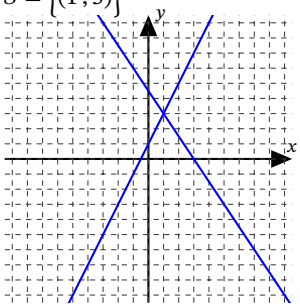
c) $\mathcal{S} = \{(2;1)\}$



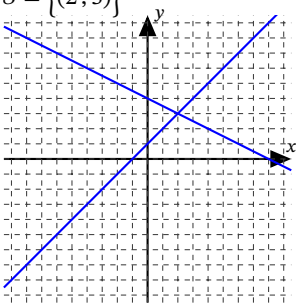
e) $\mathcal{S} = \{(2;2)\}$



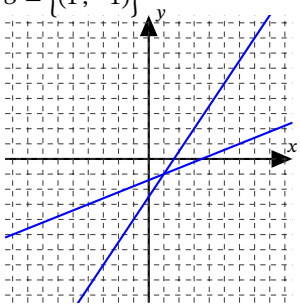
b) $\mathcal{S} = \{(1;3)\}$



d) $\mathcal{S} = \{(2;3)\}$

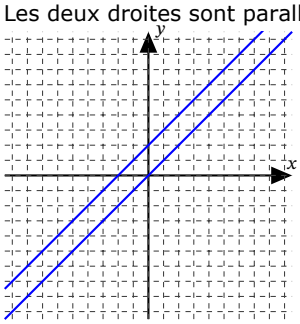


f) $\mathcal{S} = \{(1;-1)\}$

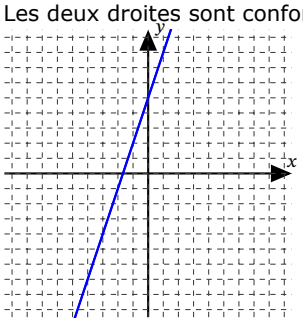


7.11

g) $\mathcal{S} = O$
Les deux droites sont parallèles.



h) Système indéterminé
Les deux droites sont confondues.



7.12 Il y a 313 billets élèves et 137 billets autres.

7.13 Il y a 320 blocs-notes à 1 Frs et 180 blocs-notes à $1{,}40$ Frs.

7.14 Le prix au kilomètre est de $3{,}40$ Frs et la prise en charge de 6 Frs.

7.15 Il faut mélanger 36 livres de cacahuètes avec 24 livres de noix de cajou.

7.16 30 fauteuils et 20 canapés.

7.17 Il y a 105 lapins et 87 poules.

7.18 Jean a 28 ans et Simon 14 ans.

7.19 Le pied vaut $0{,}3$ m et le pouce $0{,}0\overline{3}$ m.

7.20 Pinocchio a dit 7 mensonges.

7.21 Le père à 30 ans et le fils 5 ans.

7.22 Les chevaux ont coûté $3'200$ Frs et $5'600$ Frs.

7.23 Le nombre est 75.

7.24 $11x2$ tonnes et $1x3$ tonnes **ou** $8x2$ tonnes et $3x3$ tonnes **ou** $5x2$ tonnes et $5x3$ tonnes **ou** $2x2$ tonnes et $7x3$ tonnes

7.25 Le taux de sel des deux solutions sont 15% et 10%.

7.26 Les capitaux sont de $100'000.-$ Frs et $10'000.-$ Frs.

7.27 Il y a 45 hommes et 80 femmes.

7.28 Il faudrait placé le patrimoine à $5{,}85\%$.

7.29 $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{10}{3}$

11.8 Réponses - Trigonométrie

8.1 a) $\sim 201{,}06$ cm b) $\sim 100{,}53$ cm c) $\sim 67{,}02$ cm d) $\sim 402{,}12$ cm

8.2 $L \approx 8{,}38$ cm et $\mathcal{A} \approx 100{,}53$ cm^2

8.3 La deuxième tranche.

8.4 a) $r \approx 8{,}59$ m b) $r \approx 143{,}24°$

8.5 a) $\sim 97{,}7$ cm b) $\sim 1832{,}60$ cm^2

8.6 a) $\sim 91{,}6$ cm b) $\sim 57{,}3°$

8.7 $\sim 15{,}3°$

8.8 ~ 546 t/min

8.9 ~ 26 t/min

8.10
a) $\sim 37{,}6833°$
b) $\sim 83{,}2833°$
c) $\sim 115{,}4408°$
d) $\sim 258{,}6644°$
e) $\sim 63°10'8''$
f) $\sim 12°51'50''$
g) $\sim 310°37'17''$
h) $\sim 81°42'50''$

8.11 $\sim 6366{,}2$ km

8.12 $\sim 166{,}8$ km

8.13 $47°20'$

8.14 $\sim 4805{,}06$ km

8.15 $\sim 0{,}450° = \sim 0°26'59''$

8.16 $\sim 1852{,}96$ m

8.17 Vérifier grâce aux touches sin, cos et tan de la calculatrice.

8.18 Vérifier grâce aux touches sin, cos et tan de la calculatrice.

8.19 Vérifier grâce à la touche $\tan^{-1}$ de la calculatrice.

8.20 Vérifier grâce à la touche $\cos^{-1}$ de la calculatrice.

8.21 C'est impossible. Pourquoi ?

8.22
a) $\alpha = 35{,}66°$
b) $\alpha = 35{,}61°$
c) $\alpha = 36{,}28°$
d) il n'existe pas de tel angle
e) il n'existe pas de tel angle
f) $\alpha = 72{,}29°$

8.23
a) $a = 1{,}65$, $b = 3{,}92$, $\alpha = 22{,}80°$, $\mathcal{A} = 3{,}23$
b) $a = 22{,}26$, $\alpha = 61{,}07°$, $\beta = 28{,}93°$, $\mathcal{A} = 136{,}88$
c) $a = 60{,}39$, $c = 35{,}96$, $\gamma = 36{,}54°$, $\mathcal{A} = 872{,}38$
d) $b = 51{,}8$, $\alpha = 64{,}52°$, $\gamma = 25{,}48°$, $\mathcal{A} = 521{,}82$

8.24
a) $b = 6{,}12$, $c = 3{,}74$, $\gamma = 37{,}63°$, $\mathcal{A} = 9{,}07$
b) $b = 18{,}49$, $\alpha = 35{,}71°$, $\beta = 54{,}29°$, $\mathcal{A} = 122{,}86$
c) $b = 7{,}89$, $c = 9{,}32$, $\gamma = 49{,}77°$, $\mathcal{A} = 36{,}76$
d) $c = 50{,}60$, $\alpha = 25{,}15°$, $\beta = 64{,}85°$, $\mathcal{A} = 492{,}35$

8.25 $a = 63{,}71$, $c = 49{,}98$, $\beta = 38{,}32°$, $\gamma = 51{,}68°$

8.26
a) $b = c = 32{,}56$, $\beta = \gamma = 68{,}75°$, $\mathcal{A} = 358{,}06$
b) $b = c = 9{,}28$, $\alpha = 67{,}40°$, $\mathcal{A} = 39{,}40$

8.27 $\sim 29{,}96$ m

8.28 $\sim 57{,}53$ m

8.29
a) 20%
b) $\sim 11{,}31°$
c) ~ 102 m

8.30
a) $CD \simeq 878{,}55$ m et $AD \simeq 2'667{,}84$ m
b) $\sim 81{,}74°$

8.31 $\sim 21{,}1$ m

8.32 $r \simeq 6{,}39$ m, $h \simeq 8{,}57$ m

8.33 a) Même latitude 30° N. b) $\sim 34'662$ km c) $\sim 12'517$ km

8.34 $\sim 6'360'937{,}23$ m

8.35 a) $d \simeq 21{,}63$ m b) $h \simeq 18{,}93$ m

8.36 $\sim 40{,}83$ m

11.9 Réponses - Géométrie synthétique

9.1 Le point P' est le symétrique de P par rapport à d. (Figure : voir en classe)

9.2 Idée : Choisir trois points A, B et C sur le cercle. Construire les médiatrices des segments $[AB]$ et $[BC]$.

9.3 Idée : Construire la médiatrice du segment AB.

9.4 Rayon : $\sim 2{,}25$cm Idée : Construire la perpendiculaire à d passant par P.

9.5 L'angle d'une tranche mesure $\sim 79°$. Idée : Construire des bissectrices.

9.6 Idée : Construire une bissectrice.

9.8 Il y a 4 points. Idée : Construire des parallèles.

9.9 Le triangle n'est pas rectangle. Idée : Construire le cercle de Thalès du segment $[AB]$.

9.10 Le troisième côté mesure $\sim 3{,}6$ cm. Idée : Construire un cercle de Thalès.

9.11 a) $\alpha = 66°$ b) $\alpha = 75°$ c) $\alpha = 42°$ d) $\alpha = 51°$

9.12 a) $\alpha = 115{,}5°$ b) $\alpha = 67{,}5°$

9.13 a) $\alpha = 45°$, $\beta = 67{,}5°$, $\gamma = 78{,}75°$
b) $\alpha = 25°$, $\beta = 75°$, $\gamma = 50°$
c) $\gamma = 61{,}5°$
d) $\gamma = 113°$

9.14 a) $x =\sim 3{,}93$ cm et $y = 2.25$ cm b) $x = 3$ cm et $y = 1$ cm

9.15 Hauteur de la tour Eiffel : ~ 324 m

9.16 Albert 100 m et Béatrice 101 m.

Références

[1] S. Amaudruz : Mathématiques 1C. CADEV - n° 30'005, 2016.

[2] H. Bovet : Diplôme 1D. CH-1608 Oron-le-Châtel, 2008.

[3] C.-A. Chevalley : Calculs pour l'économie. DFJC Vaud, 2009.

[4] S. Delmonico et M.-A. Jaquemet : Mathématiques 1E : semestre 2. Gymnase du Bugnon et de Beaulieu, mars 2018.

[5] P. Eigenmann : Geometrische Denkaufgaben. Klett, 1981.

[6] T. Fernandes et C. Mirabille : Cours et exercices de mathématiques 1C. Gymnase d'Yverdon, 2016-2017.

[7] J.-P. Javet : Mathématiques 1C. http://www.javmath.ch, 2021.

[8] K. Studer et P. Frommenwiler : Mathématiques pour la maturité. Algèbre et analyse de données. Cornelsen Schweiz, 2014.

Malgré le soin apporté lors de sa conception, ce document contient certainement quelques erreurs. Merci de participer à son amélioration en envoyant un mail à :

cedric.delmonico@eduvaud.ch

sarah.delmonico@eduvaud.ch

Cette brochure contient beaucoup d'exercices, dans l'idée de pouvoir répondre aux différents besoins des élèves, quelque soit leur niveau avant leur entrée en ECG.

Version du 29 juin 2026