

1E

Mathématiques

Semestre 2

Sarah Delmonico
Marc-André Jaquemet
Cédric Delmonico

Gymnases du Bugnon, de Beaulieu et d'Yverdon

2023-2024

Table des matières

1 Équations de degré supérieur ou égal à deux.	2
1.1 Résolution d'équations par factorisation	2
1.2 Équations du deuxième degré : résolution par la formule du discriminant	4
1.3 Applications	7
1.4 Retour sur la factorisation	8
2 Fonctions affines.	9
2.1 Le concept de fonction	9
2.2 Définition et propriétés d'une fonction affine	15
2.3 Points sur une droite	19
2.4 Droite de pente donnée passant par un point donné	20
2.5 Droite passant par deux points donnés	20
3 Systèmes d'équations	21
3.1 Définition d'un système d'équations linéaires 2 x 2	21
3.2 Méthodes de résolution	22
3.3 Systèmes particuliers	25
3.4 Applications	26
4 Exercices	28
4.1 Équations de degré supérieurs ou égal à deux.	28
4.2 Fonctions affines.	34
4.3 Systèmes d'équations	50
5 Solutions	54
5.1 Equations	54
5.2 Fonctions affines	56
5.3 Systèmes d'équations	66

1 Équations de degré supérieur ou égal à deux.

1.1 Résolution d'équations par factorisation

Remplir ce tableau de valeurs.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x - 1$							
$x + 3$							
$(x - 1)(x + 3)$							

Observer le tableau. Quelles sont les solutions de l'équation $(x - 1)(x + 3) = 0$?

Lorsqu'une équation a un membre factorisé et l'autre nul, ses solutions se déterminent facilement. Il suffit de trouver les zéros de chacun des facteurs.

$$A(x)B(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad A(x) = 0 \text{ ou } B(x) = 0$$

Pour qu'un produit soit nul, il faut et il suffit que l'un des facteurs le soit.

Exemple : Résoudre l'équation $3x(x + 7)(x - 5)(3x + 8) = 0$.

Donc pour résoudre une équation de degré 2 ou plus, nous procéderons de la manière suivante :

- Trouver la forme canonique de l'équation.
- Factoriser le polynôme obtenu.
- Trouver les zéros des facteurs.

Comme pour toute autre résolution d'équation, on conclut en écrivant l'ensemble des solutions. Il est bien sûr conseillé d'effectuer la vérification des solutions en remplaçant dans l'équation de départ.

Exemple :

a) $x^2 + 7x = 0$

f) $9x^2 - 4 = 0$

b) $u^2 - 3u - 10 = 0$

g) $10z(3z - 7) = 0$

c) $\frac{1}{8}x^2 - x + 2 = 0$

h) $17x^3 - 68x = 0$

d) $x^2 + 25 = 0$

i) $x(x + 3) = 4$

e) $9x^2 - 4x = 0$

j) $5x^2 = 20(2x - 3)$

1.2 Équations du deuxième degré : résolution par la formule du discriminant

Peut-on résoudre l'équation $2x^2 - 3x - 2 = 0$ par factorisation ?

Certaines équations du deuxième degré ne sont pas faciles à résoudre par factorisation. Dans ce paragraphe, nous allons voir une formule générale qui permet de résoudre toutes les équations du deuxième degré sans aucune exception.

Pour utiliser la formule, il faut d'abord mettre l'équation du deuxième degré sous la forme canonique :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$a \neq 0$, car l'équation doit être du deuxième degré.

On note $\Delta = b^2 - 4ac$ le **discriminant** de cette équation.

Trois cas peuvent se présenter :

- si $\Delta > 0$, l'équation possède exactement deux solutions :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

- si $\Delta = 0$, l'équation possède exactement une solution : $x = -\frac{b}{2a}$
- si $\Delta < 0$, l'équation ne possède aucune solution dans $\mathbb{R}$. On note alors $\mathcal{S} = \emptyset$.

Exemple :

a) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

b) $9x^2 - 6x + 1 = 0$

c) $x^2 + x + 1 = 0$

Exemple : Lorsque c'est possible, résoudre par factorisation puis par la formule. Si l'une des deux méthodes n'est pas applicable, expliquer pourquoi.

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$

e) $2x^2 - 26 = 0$

b) $4x^2 = 28x - 49$

f) $2x^2 - 26x = 0$

c) $5z^2 + 7z - 6 = 0$

g) $x^2 + x - 1 = 0$

d) $7x^2 + 4 = 0$

h) $(x+3)^2 - (2x-5)^2 = 0$

En résumé :

Lorsque l'on veut résoudre une équation polynomiale par factorisation, on commence par essayer de factoriser le polynôme par **mise en évidence** :

$$-88x^5 - 33x^3 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad -11x^3(8x^2 + 3) = 0$$

La parenthèse obtenue doit, lorsque c'est possible, être encore factorisée.

Pour le deuxième degré, les différentes méthodes sont :

- Repérer un **identité remarquable** :

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

- Décomposer un **trinôme unitaire de degré 2** :

$$x^2 + (a + b)x + a \cdot b = (x + a)(x + b)$$

- Utiliser la **formule du discriminant** :

Si $\Delta = b^2 - 4ac \geq 0$ alors $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$

$$\text{où } x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Si $\Delta < 0$, le polynôme n'est pas factorisable.

Exemples : Résoudre par la méthode la plus efficace.

a) $x^3 - 7x^2 + 10x = 0$

b) $100x^2 - 130x - 30 = 0$

c) $6x^4 - 6 = 0$

1.3 Applications

Les équations sont souvent utilisées pour résoudre des problèmes. Voici une marche à suivre :

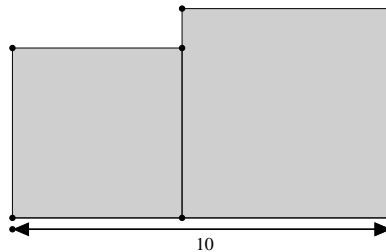
- lire soigneusement tout le problème et effectuer éventuellement un croquis de la situation,
- déterminer l'objet ou la quantité à trouver, choisir l'inconnue avec son unité,
- poser l'équation exprimant la situation décrite,
- résoudre l'équation,
- contrôler les solutions obtenues pour que le problème reste cohérent,
- donner la réponse au problème à l'aide d'une phrase, sans oublier les unités.

Exemple :

- a) Quelles sont les dimensions d'un terrain rectangulaire dont la longueur mesure 30 m de plus que sa largeur et 50 m de moins que sa diagonale ?

- b) On veut créer deux pièces carrées différentes le long d'un mur de 10 m de long. L'aire de la plus grande doit être 1,5 fois celle de la petite.

Quelles seront les dimensions de ces deux pièces ?



1.4 Retour sur la factorisation

Pour factoriser un polynôme du deuxième degré ax^2+bx+c à l'aide de la formule de résolution des équations du deuxième degré, nous procéderons de la manière suivante :

- Trouver, si elles existent, les solutions x_1 et x_2 de l'équation $ax^2+bx+c=0$.
S'il n'y a qu'une solution, on prend $x_2=x_1$.
- La forme factorisée de ax^2+bx+c est $a(x-x_1)(x-x_2)$.

Si $ax^2+bx+c=0$ ne possède aucune solution, le polynôme ax^2+bx+c n'est pas factorisable ; on dit qu'il est **irréductible**.

Exemple : Factoriser :

a) $2x^2-7x-4$

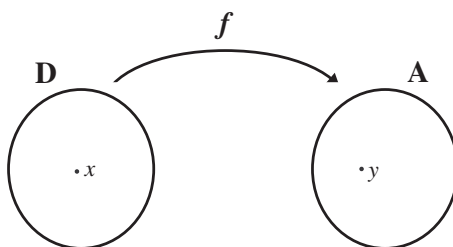
b) $6x^2+5x+1$

c) $25x^2-10x+1$

2 Fonctions affines.

2.1 Le concept de fonction

Une **application** f d'un ensemble D vers un ensemble A est une correspondance qui associe à tout élément x de D *exactement un élément* y de A .



Exemple : Chaque jour durant une semaine, on mesure à heure fixe la température devant le gymnase. On obtient les mesures suivantes :

lu : -2°C ma : 0°C me : -1°C je : 2°C ve : $0,5^{\circ}\text{C}$ sa : -3°C di : -1°C

On peut définir une application $f : D = \{\text{lu} ; \text{ma} ; \text{me} ; \text{je} ; \text{ve} ; \text{sa} ; \text{di}\} \rightarrow A = \mathbb{R}$ qui envoie chaque jour de la semaine sur la température correspondante.

On appelle **fonction** toute application $f : D \rightarrow A$ avec D et A des parties de $\mathbb{R}$.

Exemple : On peut définir une fonction $f : D = [0; 20] \rightarrow A = \mathbb{R}_+^*$ qui envoie chaque total de points obtenu au test sur la note correspondante.

L'ensemble D est appelé **ensemble de départ** de la fonction f et l'ensemble A est appelé **ensemble d'arrivée** de la fonction f .

Si l'élément x de l'ensemble de départ D correspond à l'élément y de l'ensemble d'arrivée A , on dit que y est l'**image de x par f** et on note $y = f(x)$. Chaque élément de D a *exactement une seule* image.

$$\begin{aligned} f : D &\rightarrow A \\ x &\mapsto y \end{aligned}$$

Exemple : Si avec 20 points on obtient la note 6, alors 6 est l'image de 20 par f .

$$f(20) = 6 \qquad 20 \mapsto 6$$

Si l'élément y de l'ensemble d'arrivée A est l'image de l'élément x de l'ensemble de départ D par f , alors on dit que x est une **préimage** de y par f .

Un élément de A n'a pas forcément de préimage et il peut aussi en avoir plusieurs.

Exemple : Si avec 20 points on obtient la note 6, alors 20 est une préimage de 6 par f . Peut-être que 19,5 est aussi préimage de 6 par f . Vu que les notes ne peuvent pas être inférieures à 1, il n'y a pas de préimage de 0,5 par f .

Les représentations d'une fonction

Comme vous le savez déjà, une fonction peut être représentée de plusieurs manières :

- par une description « en français »,
- par un tableau de valeurs,
- par une expression algébrique,
- par une représentation graphique.

On appelle **expression algébrique** de f une description algébrique du lien existant entre les grandeurs x et $f(x)$.

Exemple : L'expression algébrique de la fonction qui envoie chaque nombre sur son triple est :

$$\begin{aligned} f : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R} \\ x &\mapsto 3x \end{aligned}$$

Une fonction peut être représentée à l'aide d'un **tableau de valeurs**.

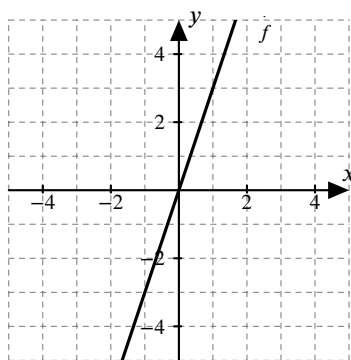
Il associe une sélection de valeurs de x avec leur image.

Exemple :

x	-1,5	-1		0	0,5	1	1,5
$f(x) = 3x$	-4,5	-3	-1,5	0	1,5	3	

Une fonction peut aussi être représentée graphiquement. On place dans un système d'axes les points de coordonnées $(x; f(x))$. L'ensemble de ces points forme le **graphe** de la fonction f .

Exemple :



Pour un point P de coordonnées $(x; y)$, x est appelé son **abscisse** et y son **ordonnée**.

$y = f(x)$ est une **équation du graphe**. Par exemple, l'équation du graphe représenté ci-dessus est $y = 3x$.

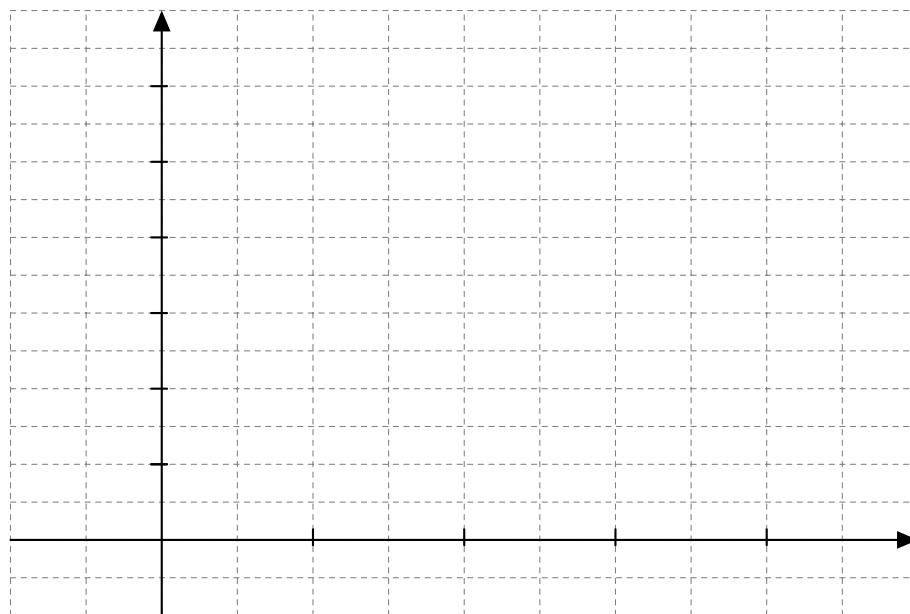
Exemple : Je remplis un récipient gradué avec du lait. Vide, il pèse 200 g. Un dl de lait pèse 103 g.

a) Remplir le tableau de valeurs ci-dessous :

dl de lait versés	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
g total							

b) Quelle l'expression algébrique de la fonction f qui calcule le nombre total de grammes à partir du nombre de dl versés ? Expliquer ce que sont concrètement x et $f(x)$ dans cette expression.

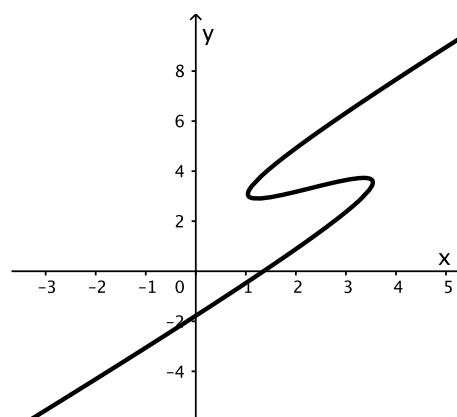
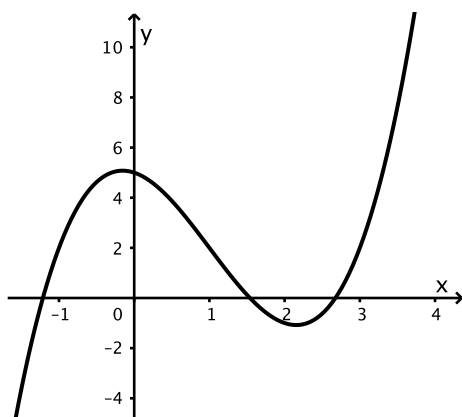
c) Représenter le nombre total de grammes en fonction du nombre de dl versés sur le graphique ci-dessous.



Exemples :

- a) Considérons la fonction f qui à tout nombre réel, associe son carré. Déterminer une expression algébrique de f , son ensemble de départ, son ensemble d'arrivée et l'image de 4 par f .

- b) Les graphes ci-dessous représentent-ils des fonctions ?

**Points particuliers du graphe**

Certains points du graphe sont particulièrement utiles, notamment les **intersections avec les axes**.

L'**ordonnée à l'origine** d'une fonction f est l'ordonnée du point d'intersection de son graphe avec l'axe Oy .

Il s'agit donc de l'image de 0 par f . Pour la déterminer, on calcule $f(0)$.

On appelle **zéro** d'une fonction f l'abscisse du ou des point(s) d'intersection de son graphe avec l'axe Ox .

Il s'agit donc des préimages de 0 par f .

Pour le(s) déterminer, on résout l'équation $f(x) = 0$. (Les résolutions d'équations seront revues plus tard.)

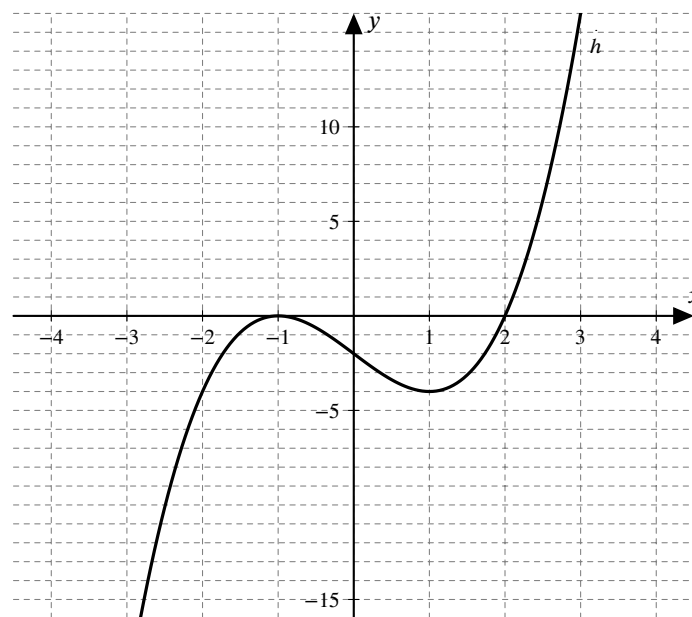
Exemples : Déterminer l'ordonnée à l'origine et les zéros des fonctions f , g et h d'après les informations ci-dessous :

a)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	2	0	0	2	6	12	20

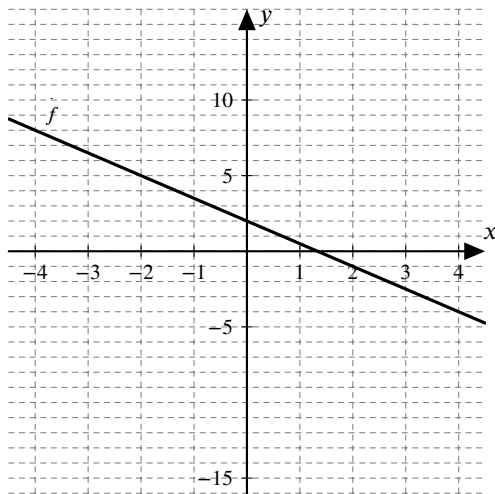
b) $g(x) = 3x - 12$

c)

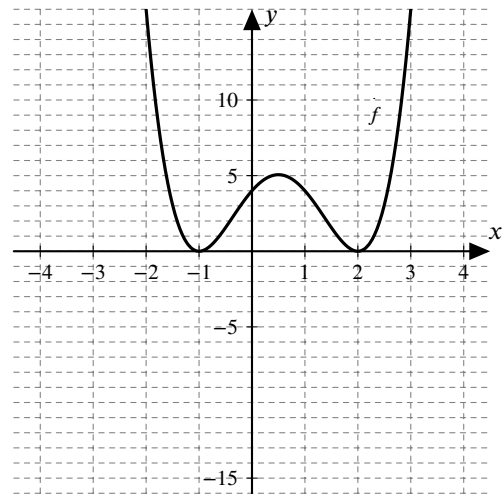


Différents types de graphes

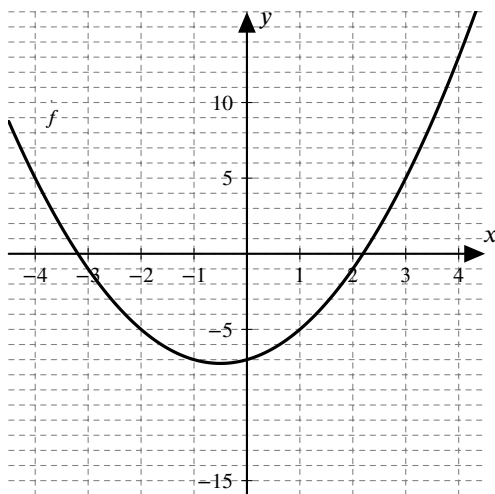
a) $f(x) = -\frac{3}{2}x + 2$



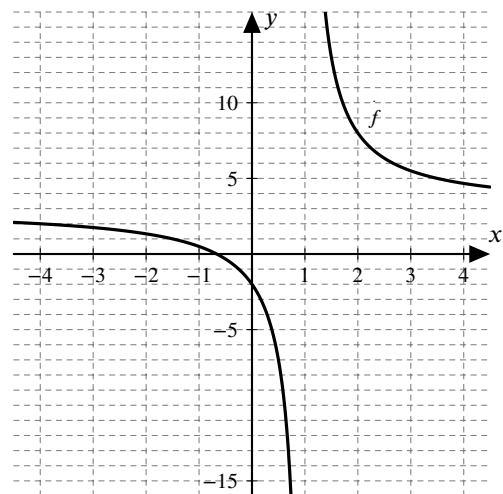
d) $f(x) = (x-2)^2(x+1)^2$



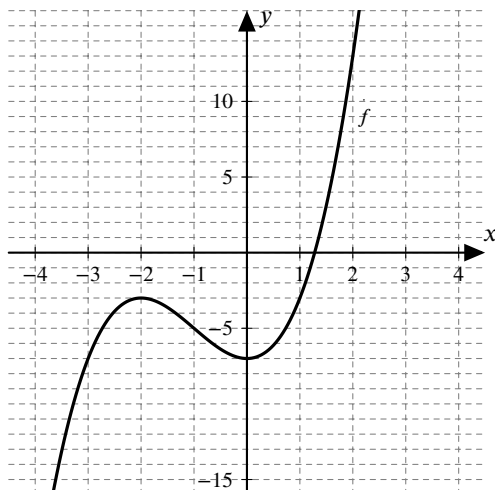
b) $f(x) = x^2 + x - 7$



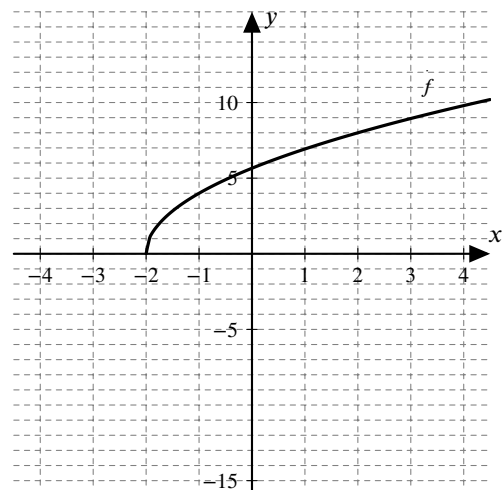
e) $f(x) = \frac{3x+2}{x-1}$



c) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 7$



f) $f(x) = \sqrt{16x+32}$



2.2 Définition et propriétés d'une fonction affine

Exemple : Le tarif d'une compagnie de taxis comprend une prise en charge d'un montant forfaitaire de CHF 5.– et une taxe kilométrique de CHF 2.–. On se pose les questions suivantes :

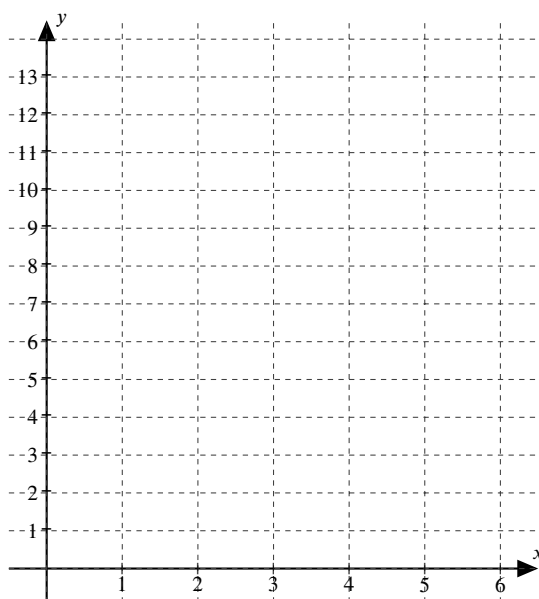
- En utilisant cette compagnie de taxis, combien une personne va-t-elle payer pour effectuer le trajet Lausanne-Pully d'une longueur de 2,9 km ? Et Lausanne-Vevey d'une longueur de 24 km ?
- Combien de kilomètres peut-on parcourir avec cette compagnie de taxis avec un montant de CHF 12.– ? Et de CHF 380.– ?

Commençons par modéliser ce problème à l'aide du concept de fonction :

- à l'aide d'un tableau de valeurs,

Nombre de km parcourus	0	1	2	3	4	5	...			x
Prix en CHF							...			

- à l'aide d'un graphique,



- à l'aide d'une expression algébrique,

la correspondance entre le nombre de kilomètres x parcourus par le taxi et le prix $P(x)$ de la course peut être formulée mathématiquement par :

Nous pouvons désormais répondre aux deux questions posées précédemment :

a)

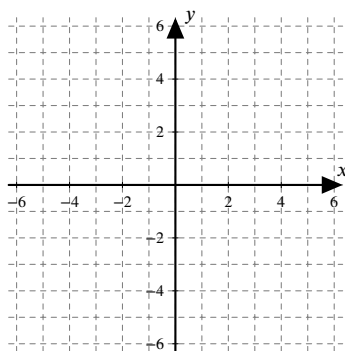
b)

Une fonction **affine** est une fonction dont l'expression algébrique peut se ramener à $f(x) = mx + h$, où m et h sont des nombres réels.

Exemples :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$							
$g(x) = 2x$							
$h(x) = 2$							

a) $f(x) = -\frac{2}{3}x + 2$

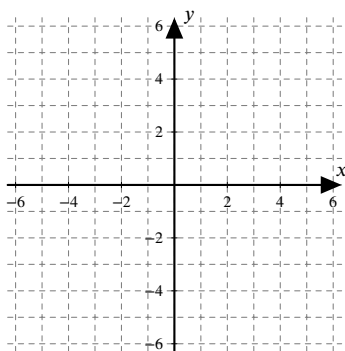


$m =$ $h =$

ordonnée à l'origine :

zéro :

b) $g(x) = 2x$

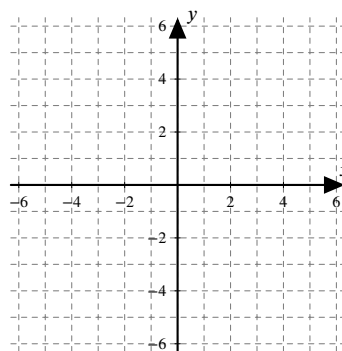


$m =$ $h =$

ordonnée à l'origine :

zéro :

c) $h(x) = 2$



$m =$ $h =$

ordonnée à l'origine :

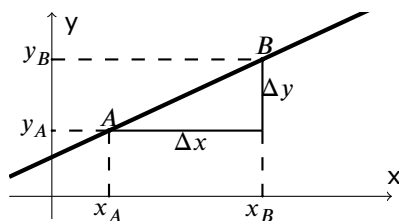
zéro :

Les fonctions affines pour lesquelles $m = 0$ ont pour expression $f(x) = h$. Elles sont appelées **fonctions constantes**, car toutes les images ont la valeur h . Elles sont de **degré 0** car leur expression ne contient plus de x .

Si $m \neq 0$, une fonction affine est de degré 1.

Les fonctions **linéaires** sont les fonctions affines pour lesquelles $h = 0$.

Rappel : la **pente** d'une droite est le rapport $\frac{\text{« distance verticale »}}{\text{« distance horizontale »}}$. Ici, ces distances sont algébriques ; elles peuvent être négatives.



$$\text{pente} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Le graphe d'une fonction affine dont l'expression algébrique est $f(x) = mx + h$ est une **droite**,

- de **pente** m ,
- d'**ordonnée à l'origine** h ,
- d'**équation** $y = mx + h$.

Exemples :

a) Représenter ces fonctions en n'utilisant que les images de -5 , 0 et 5 .

$$f(x) = 2x - 1$$

$$f(x) = -2x - 1$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x + 2$$

$$g(x) = x - 1$$

$$g(x) = -x - 1$$

$$g(x) = \frac{2}{3}x$$

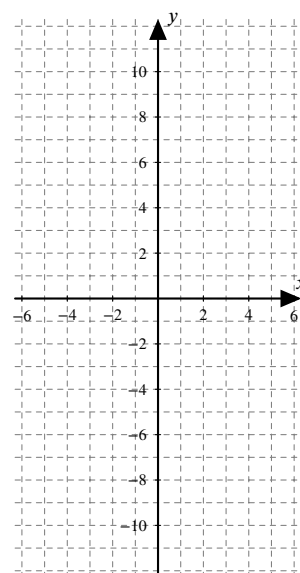
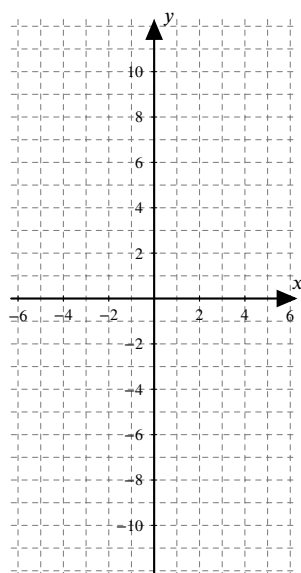
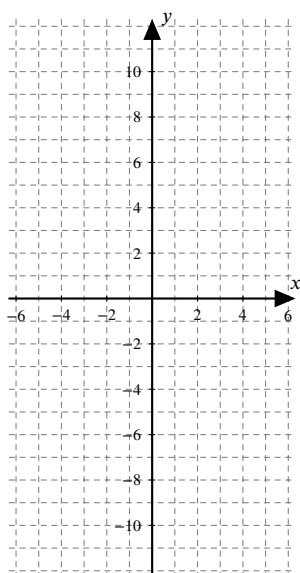
$$h(x) = \frac{1}{2}x - 1$$

$$h(x) = -\frac{1}{2}x - 1$$

$$h(x) = \frac{2}{3}x - 4$$

$$i(x) = -1$$

$$i(x) = \frac{2}{3}$$



b) Mettre en évidence les pentes et les ordonnées à l'origine dans les expressions et sur les graphes.

- Que peut-on dire sur des droites ayant la même pente ?
- Que peut-on dire sur des droites ayant la même ordonnée à l'origine ?

Compléter le tableau en dessinant des esquisses du graphe de $f(x) = mx + h$:

pente positive $m > 0$	pente nulle $m = 0$	pente négative $m < 0$

Exemples : Représenter graphiquement :

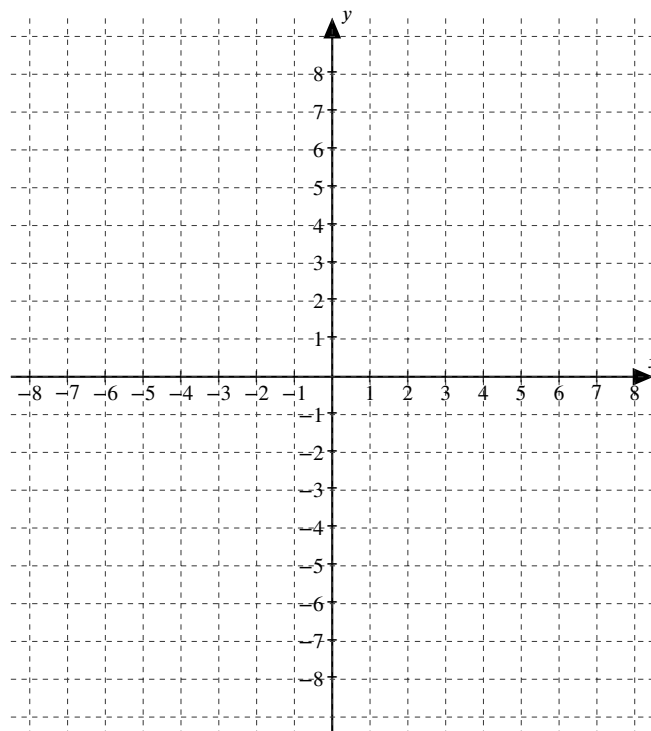
a) $f(x) = \frac{3}{4}x - 6$

b) $y = -2x + 5$

c) $y = \frac{1}{3}x$

d) $g(x) = -7$

e) $x - 3y + 12 = 0$



2.3 Points sur une droite

Un point de coordonnées $A(x_A; y_A)$ se trouve sur la droite d'équation $d : y = mx + h$ si et seulement si l'équation de la droite est vérifiée lorsqu'on remplace x par x_A et y par y_A .

$$A(x_A; y_A) \in d \quad \Leftrightarrow \quad y_A = mx_A + h$$

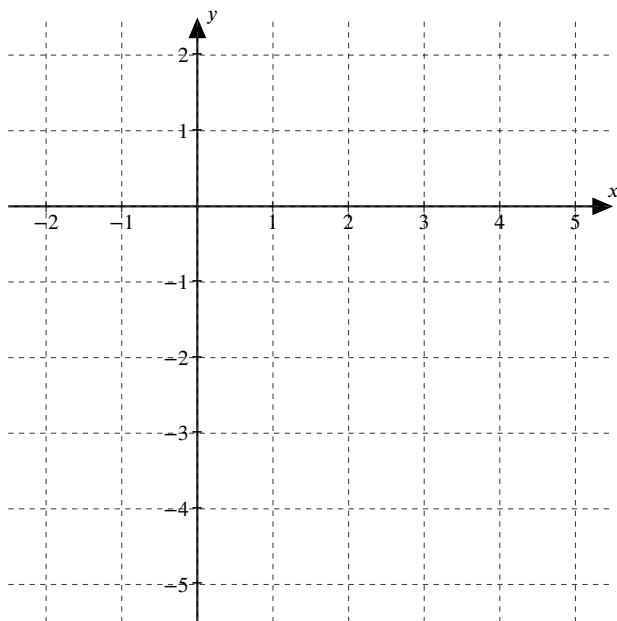
De même, un point $A(x_A; y_A)$ se trouve sur le graphe de la fonction affine donnée par l'expression algébrique $f(x) = mx + h$ si et seulement si l'on obtient y_A lorsqu'on remplace x par x_A dans l'expression algébrique de f .

$$A(x_A; y_A) \in \text{graphe de } f \quad \Leftrightarrow \quad y_A = f(x_A) \quad \Leftrightarrow \quad y_A = mx_A + h$$

Exemples :

a) Le point $A(4; \frac{3}{5})$ se trouve-t-il sur la droite d'équation $d : y = \frac{2}{3}x - 2$?

b) Le point $B(-\frac{3}{4}; -\frac{5}{2})$ se trouve-t-il sur le graphe de la fonction $f(x) = \frac{2}{3}x - 2$?

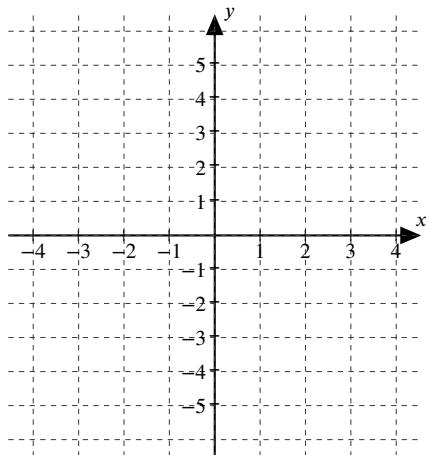


2.4 Droite de pente donnée passant par un point donné

Pour déterminer l'équation $y = mx + h$ de la droite de pente m qui passe par un point $A(x_A; y_A)$, il faut trouver la valeur de h .

On commence par remplacer m par sa valeur, ainsi que x et y par les coordonnées du point A , puis on résout une équation du premier degré dont l'inconnue est h .

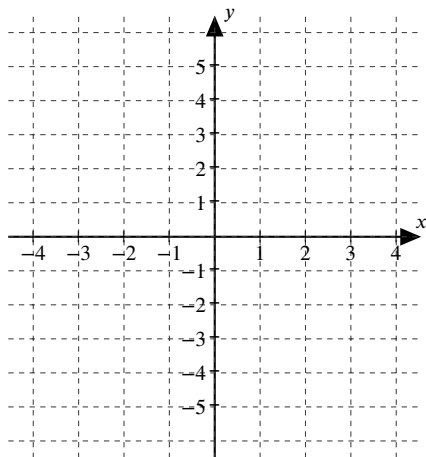
Exemple : Déterminer l'équation de la droite de pente -2 passant par le point $A(-1;4)$. Vérifier votre résultat à l'aide d'un graphique.



2.5 Droite passant par deux points donnés

Pour déterminer l'équation $y = mx + h$ de la droite passant par deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$, on commence par déterminer sa pente $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$, puis on utilise la méthode décrite précédemment sachant que la droite passe par le point A ou le point B .

Exemple : Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-2; -1)$ et $B(1; 5)$. Vérifier le résultat à l'aide d'un graphique.



3 Systèmes d'équations

3.1 Définition d'un système d'équations linéaires 2 x 2

Une équation à deux inconnues x et y est linéaire lorsqu'elle est équivalente à une équation de la forme :

$$ax + by = c \quad \text{avec } a, b, c \in \mathbb{R}$$

La forme $ax + by = c$ est dite forme normale de l'équation.

Un **système d'équations linéaires 2 x 2** est l'ensemble de deux équations linéaires qui ont au total deux inconnues et que l'on considère simultanément. Une accolade indique que les équations forment un système.

Exemples :

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 7 \\ -2x = 7 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 6x - 5y = -21 \\ -2x = 7 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} x = -3y - 5 \\ 2x + 11 = 5y \end{cases}$$

Résoudre un système d'équations, c'est trouver l'ensemble des couples de nombres de la forme $(x; y)$ qui vérifient toutes les équations simultanément. On note $\mathcal{S}$ cet ensemble de solutions.

Exemples : Parmi les couples $(1; 0)$, $(3; 2)$ et $(-7; 7)$, déterminer ceux qui sont solutions des systèmes d'équations ci-dessous.

$$\text{a) } \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} x + 2y = 7 \\ 2x = 14 - 4y \end{cases}$$

3.2 Méthodes de résolution

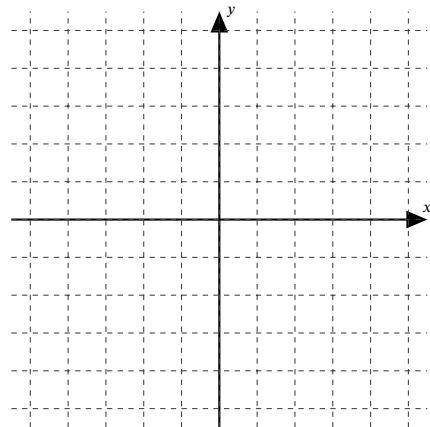
Méthode graphique

Les équations linéaires à deux inconnues définissent des droites. La méthode de résolution graphique consiste à tracer les deux droites données par les équations du système dans un même graphique. La solution est le point d'intersection des deux droites.

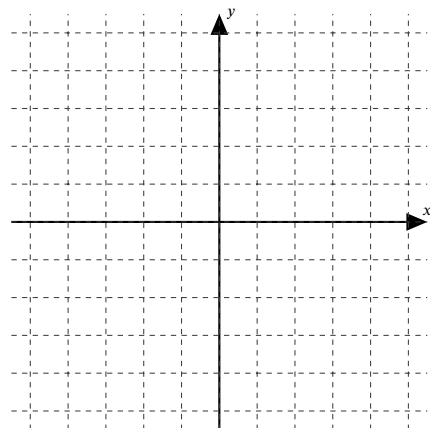
Afin de pouvoir tracer les droites, il faut préalablement isoler la variable y pour que l'équation soit de la forme $y = mx + h$. Si ce n'est pas possible, l'équation est de la forme $x = k$ (où $k \in \mathbb{R}$) et la droite est verticale.

Exemples : Résoudre graphiquement les systèmes d'équations.

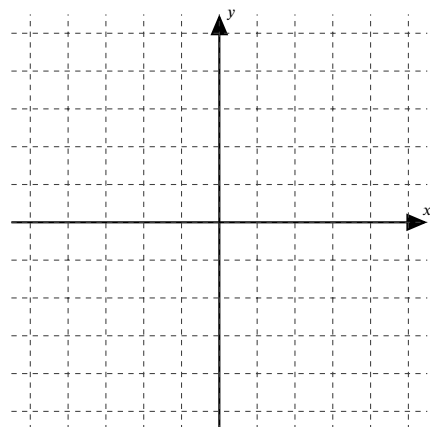
$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 4y = -8 \\ 3x - y = -3 \end{cases}$$



$$\text{b) } \begin{cases} 3y - 3 = 6x \\ 3x - 2y - 9 = 0 \end{cases}$$



$$\text{c) } \begin{cases} x - 3y = 0 \\ -2x = 6 \end{cases}$$



Méthode de substitution

La méthode de substitution consiste à isoler une des inconnues dans une équation et à l'introduire dans l'autre équation du système, afin d'éliminer une inconnue.

Remarque : À la suite d'une résolution d'équation, on vérifiera toujours les solutions trouvées en les remplaçant dans le système d'équations de départ.

Exemples : Résoudre les systèmes d'équations à l'aide de la méthode de substitution.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = -7 \\ 3x - y = 15 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3y - 6 = 2x \\ 4x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 6x - 5y = -21 \\ -2x = 7 \end{cases}$$

Méthode des combinaisons linéaires

Pour utiliser cette méthode, il faut mettre les équations sous forme normale. Ensuite, on multiplie les deux membres de chaque équation par des nombres réels non tous nuls de telle sorte que les coefficients d'une même inconnue soient opposés dans chacune des équations, puis à additionner membre à membre les deux équations ainsi obtenues. On obtient ainsi une équation à une inconnue, que l'on peut résoudre.

Exemples : Résoudre les systèmes d'équations à l'aide de la méthode des combinaisons linéaires.

$$\text{a) } \begin{cases} 2x + 5y = -7 \\ 3x - y = 15 \end{cases}$$

$$\text{b) } \begin{cases} 3y - 6 = 2x \\ 4x - 5y + 9 = 0 \end{cases}$$

$$\text{c) } \begin{cases} 6x - 5y = -6 \\ -2x = 7 \end{cases}$$

3.3 Systèmes particuliers

En général, un système linéaire 2×2 a une unique solution. Cependant, on peut rencontrer les cas particuliers suivants :

- Un système est impossible s'il n'admet pas de solution.
- Un système est indéterminé s'il admet une infinité de solutions.

Exemples :

$$\text{a) } \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 4x - 6y = 9 \end{cases}$$

En examinant ce système, on observe que les membres de gauche des équations sont le double l'un de l'autre, mais ce n'est pas le cas pour les membres de droite.

$$\text{b) } \begin{cases} 2x - 3y = 6 \\ 4x - 6y = 12 \end{cases}$$

En examinant ce système, on observe que les membres de gauche des équations sont le double l'un de l'autre, idem pour ceux de droite. Les deux équations sont donc équivalentes.

Le système admet une infinité de solutions :

(i) Vérifier que $(6; 2)$ et $(0; -2)$ sont des solutions de ce système :

(ii) Trouver 2 autres solutions :

(iii) Décrire l'ensemble des solutions de ce système. On choisit une valeur pour x ou y , et on calcule la valeur de l'autre inconnue à l'aide de l'équation.

3.4 Applications

Résolution de problèmes

Comme pour le cas des équations, les systèmes d'équations sont souvent utilisés dans la résolution de problèmes. La marche à suivre est semblable à celle vue pour les problèmes à une inconnue :

- lire soigneusement tout le problème et faire éventuellement un croquis de la situation,
- déterminer les grandeurs à trouver, y compris leurs unités, et leur attribuer les inconnues,
- poser les équations exprimant la situation décrite,
- résoudre le système,
- contrôler que l'on a trouvé tout ce qui était demandé,
- donner la réponse au problème à l'aide d'une phrase, sans oublier les unités.

Exemple : Un producteur a une exploitation de 100 hectares sur laquelle poussent des laitues et des choux. Chaque hectare de choux nécessite 600 heures de travail, et chaque hectare de laitues nécessite 400 heures de travail. Si l'on dispose de 45'000 heures et que tout le terrain et toute la main-d'oeuvre doivent être utilisés, trouver le nombre d'hectares de chaque légume qu'il faudrait planter.

Droite passant par deux points donnés

Rappel : Un point $A(x_A; y_A)$ se trouve sur la droite $d : y = mx + h$ si et seulement si l'équation de la droite est vérifiée lors qu'on remplace x par x_A et y par y_A .

$$A \in d \quad \Leftrightarrow \quad y_A = m \cdot x_A + h$$

Les systèmes d'équations fournissent une autre méthode pour déterminer l'équation d'une droite représentée par $y = mx + h$ passant par deux points $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$ donnés. Plus précisément, pour trouver la pente m et l'ordonnée à l'origine h de la droite, il suffit de résoudre le système d'équations :

$$\begin{cases} m \cdot x_A + h = y_A \\ m \cdot x_B + h = y_B \end{cases}$$

Exemple : Déterminer l'équation de la droite passant par les points $A(-1; -2)$ et $B(2; -1)$.

4 Exercices

4.1 Équations de degré supérieurs ou égal à deux.

Exercice 1.1 -2 est-il une solution des équations ci-dessous :

a) $7(x-3)(x+2)=0$

c) $x^2-5x-14=0$

e) $5x^2-3x=26$

b) $x^2+3x+1=0$

d) $(x+2)(x+4)=7$

f) $(x+3)(x+4)=(x+1)x$

Exercice 1.2 Résoudre les équations suivantes.

a) $10(x+5)(x-4)=0$

c) $0,9(x+4)(5-x)=0$

e) $(13x+6)^2=0$

b) $3(x-\frac{2}{7})x=0$

d) $(7x-4)(3x+11)=0$

f) $0,4x(0,2-0,3x)=0$

Exercice 1.3 Trouver 3 équations canoniques différentes du deuxième degré, qui ont pour solutions -5 et 10 .

Exercice 1.4 Trouver une équation canonique du deuxième degré qui a 7 pour unique solution.

Exercice 1.5 Trouver une équation canonique du deuxième degré qui a $-\frac{1}{7}$ pour unique solution et dont les coefficients sont entiers.

Exercice 1.6 Trouver une équation canonique du deuxième degré qui a pour solutions $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{5}$ et dont les coefficients sont entiers.

Exercice 1.7 Résoudre les équations suivantes par factorisation.

a) $x^2+7x+10=0$

e) $x^2+5=0$

i) $\frac{1}{6}x^2-\frac{5}{6}x+1=0$

b) $-x^2+3x-2=0$

f) $-6x+x^2+9=0$

j) $6x^2-60x+14=14$

c) $5x^2-x=0$

g) $10x^2-90x-100=0$

k) $(7x-9)(x^2-9)=0$

d) $x^2-5=0$

h) $0,25x^2-1=0$

l) $x^3+22x^2+121x=0$

Exercice 1.8 Résoudre les équations suivantes par factorisation.

a) $(x - 0,3)(x + 0,7) = 0$

e) $x^2 - 4x - 5 = 0$

i) $2x^2 - 14x + 50 = x^2 + 1$

b) $d^2 - 7d = 0$

f) $u^2 = 25$

j) $32w^2 = 32w$

c) $6x^2 - 18x - 60 = 0$

g) $x^2 - 3x + 4 = 2$

k) $x^2 + (x - 4)^2 = 16$

d) $a^2 + 6a + 9 = 0$

h) $4h^2 + 12h + 8 = 0$

l) $29t^2 - 58t = 0$

Exercice 1.9 Résoudre les équations suivantes à l'aide de la formule.

a) $2x^2 - x - 6 = 0$

e) $x^2 + 8x + 16 = 0$

i) $u^2 + 0,4u + 0,04 = 0$

b) $y^2 - 5y + 4 = 0$

f) $-\frac{1}{2}a^2 + a + 6 = 0$

j) $0,5x^2 + 1,3x = 0,6$

c) $2x^2 - 5x = 0$

g) $x^2 - 7x + 3 = 0$

k) $x^2 + x + 1 = 0$

d) $z^2 - 15 = 0$

h) $6t^2 - t = 0$

l) $\frac{3}{2}w^2 - 4w - 1 = 0$

Exercice 1.10 Résoudre les équations suivantes.

a) $x^2 + 10x + 21 = 0$

e) $2x + 0,1x^2 + 10 = 0$

i) $x^2 - 6x + 5 = 0$

b) $-7x + 5x^2 + 2 = 0$

f) $\frac{1}{3}x^2 - \frac{10}{3}x + 8 = 0$

j) $0,3x^2 + 0,7x + 0,3 = 0$

c) $7x^2 - 5x + 3 = 0$

g) $x^2 - 5x + 6 = 0$

k) $49x^2 - 28x + 4 = 0$

d) $-11x^2 + 44x - 44 = 0$

h) $x^2 - 5x - 6 = 0$

Exercice 1.11 Résoudre les équations suivantes.

a) $(4x^2 - 9)(1 - 25x^2) = 0$

c) $x^3 - 8x = 0$

e) $\left(\frac{9}{25}x^2 - 4\right)(9 - x) = 0$

b) $x^3 - 8x^2 = 0$

d) $(5x^2 - 2x + 1)(x - 3) = 0$

Exercice 1.12 Résoudre les équations suivantes.

a) $-x^2 - 2 = 3(x - 4)$

e) $0,5x(x + 3) = 0,4x - 0,2$

b) $4 - (3x - 1)x = 0$

f) $\frac{1}{10}x^2 + 2x + 10 = 0$

c) $3(x^2 + 1) = -10x$

g) $(x + 1)(x + 3) - (4x - 5)(x + 1) = 0$

d) $(x - 7)^2 + (5x + 1)(x + 11) = 0$

Exercice 1.13 Résoudre les équations suivantes.

a) $(x - \frac{3}{5})^2 = 1$

c) $(x^2 + \frac{5}{6}x - 1)(3x^2 + 4) = 0$

e) $(x + 5)^2 - (2x - 3)^2 = 0$

b) $-x^2 + x = 0,3(x + 0,4)$

d) $x^3 - x(-x - 1) = 0$

f) $(x + 1)^3 = x^3 + 1$

Exercice 1.14 Résoudre les équations suivantes.

a) $9x = 24x^2$

e) $2x^3 = 50x$

i) $(x - 4)^2 = (2x - 5)^2$

b) $25 - 9v^2 - (3v + 5)^2 = 0$

f) $9(16c^2 - 1) = 0$

j) $x^4 - 9x^2 = 0$

c) $\frac{1}{7}x^2 + 1 = \frac{4}{7}x$

g) $\frac{1}{2}x^2 - 3(x - 1) = -1$

k) $(x + 3)(x - 4) = 170$

d) $x^2 = 16$

h) $(y - 4)^2 = 9$

l) $(2x)^2 = 25x^2$

Exercice 1.15 Résoudre les équations suivantes.

a) $(x + 5)(x - 5) = -25$

c) $9x^2 + 9 = 0$

e) $x^2 - 5x = 36$

b) $(x - 9)x = (x - 3)^2$

d) $x^3 - 81x = 0$

f) $x^2 + 124x - 125 = 0$

Exercice 1.16 Résoudre les équations suivantes.

a) $(7x + 3)(11x - 4) = 0$

e) $x^3 + 4x^2 = -3x$

i) $12x^3 - 12x = 0$

b) $84(t - 2)t = 0$

f) $5w^2 - 4w - 1 = 0$

j) $\frac{y^2}{4} = \frac{1}{25}$

c) $12x(x - 2) + 4(x - 2) = 0$

g) $2x^2 - 13x + 18 = 0$

k) $4x^2 - 4x = -1$

d) $9a^3 = 16a$

h) $169z^2 = 1$

l) $(x - 3)x = (x - 3)^2$

Exercice 1.17 Une fabrique de boîtes de conserve veut faire une boîte de forme cylindrique de 20 cm de haut, contenant 3'000 cm³ d'aliments. Calculer le rayon de la boîte.

Exercice 1.18 Trouver cinq nombres naturels consécutifs tels que la somme des carrés des trois plus petits soit égale à la somme des carrés des deux autres.

Exercice 1.19 Est-il possible de construire un triangle rectangle dont l'hypoténuse mesure 5 cm de plus que le côté le plus petit et seulement 1 mm de plus que le dernier côté ?

Exercice 1.20 Une fusée est lancée verticalement depuis le sol. Si la vitesse de propulsion est de 120 m/s et si la seule force agissante est la force d'attraction, la hauteur h en mètres de la fusée au-dessus du sol après t secondes est donnée par :

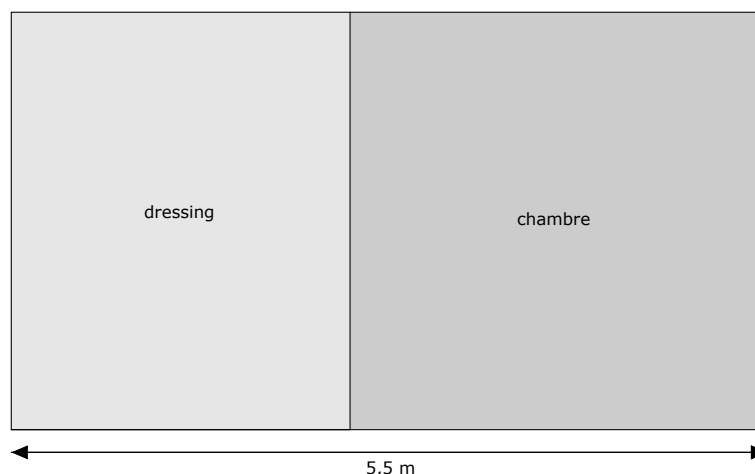
$$h = -4,9t^2 + 36t$$

- A quel temps t se trouve-t-elle à 60 m de hauteur ?
- Au bout de combien de temps retombera-t-elle au sol ?

Exercice 1.21 Les pizzas vendues aujourd'hui sont rectangulaires, alors que celles d'hier étaient carrées. La longueur a doublé, tandis que la largeur a diminué de 8 cm. Le vendeur prétend que cela ne change rien, car la surface est restée la même.

Quelles sont les dimensions des pizza d'hier et d'aujourd'hui ?

Exercice 1.22 Un architecte doit préparer des plans pour un client exigeant. Il a une longueur de 5,5 m à disposition pour faire un dressing de 6 m², attenant à une chambre carrée.



Quelles seront les dimensions du dressing et de la chambre ?

Exercice 1.23 On veut peindre 3 couches sur les murs et le plafond d'une chambre carrée (vue de dessus), de 3 mètres de hauteur. Pour cela, on achète 3 bidons de 10 litres d'une peinture qui permet de faire 7 m²/litre.

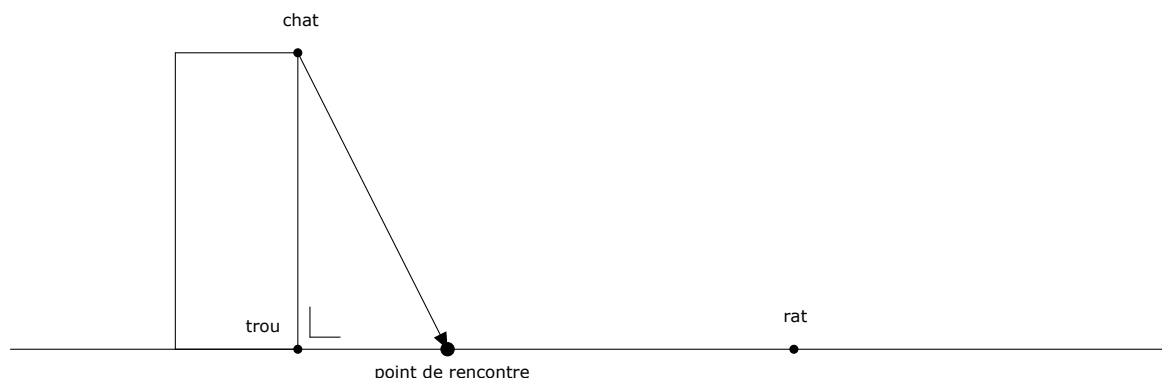
- Combien de m² peut-on peindre en tout avec cette quantité de peinture ?
- Combien mesure au maximum le côté de la pièce carrée que l'on peut peindre avec cette quantité de peinture ?

Exercice 1.24 L'espace occupé actuellement par une ville est un disque de 10 km de diamètre. Durant les dix dernières années, la surface occupée par cette ville s'est agrandie de 50 km². En supposant que la ville était déjà circulaire, de combien s'est modifiée la distance du centre à sa périphérie ?

Exercice 1.25 Une ville possède un grand champ dont une partie rectangulaire de 160 m sur 240 m est préparée pour l'organisation d'une fête.

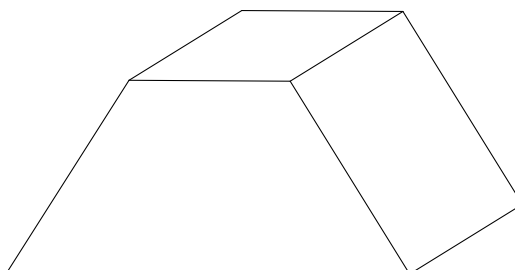
Finalement, la municipalité décide de doubler la surface prévue pour la fête, en augmentant la largeur et la longueur d'un même nombre de mètres. Calculer de combien de mètres la largeur sera élargie.

Exercice 1.26 Un chat perché sur un mur vertical, haut de 4 m, voit un rat à 10 m du pied du mur. Le rat aperçoit lui aussi le chat et s'élance vers son trou ; mais le chat saute au même moment et réussit à l'attraper.



- Calculer la distance parcourue par le rat si elle est égale à celle parcourue par le chat.
- Comparer les vitesses des deux animaux.
- Où le chat doit-il viser si le rat est deux fois plus rapide que le chat ?

Exercice 1.27 Emma Thématik a acheté une tente de camping en forme de prisme droit dont la base est un trapèze isocèle.



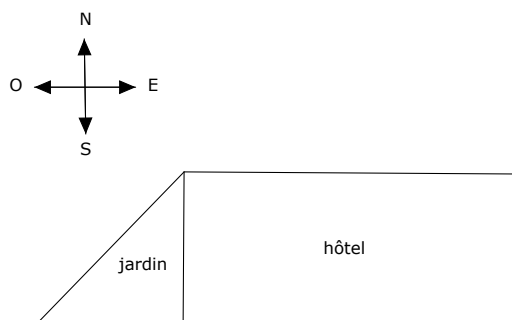
- Son volume est de 9 m^3 .
- La grande base du trapèze mesure 1 m de plus que la petite.
- La hauteur du trapèze mesure 0,7 m de moins que la grande base.
- La hauteur du prisme est de 2,5 m.

Quelles sont les mesures des deux bases et de la hauteur du trapèze ?

Exercice 1.28 Une page rectangulaire de 80 mm sur 120 mm a une marge de largeur constante qui forme un cadre autour de la zone utilisée pour écrire.

Sachant que l'espace réservé au texte occupe les $\frac{5}{8}$ de la page, calculer la largeur de la marge.

Exercice 1.29 Un hôtel rectangulaire a été construit sur un terrain en forme de trapèze rectangle de 512 m^2 .



La façade nord de l'hôtel mesure 24 m. Le mur ouest donne sur un jardin en forme de triangle isocèle rectangle.

Combien mesure la façade est ?

Exercice 1.30 Le prix d'un paquet de 20 cigarettes est de CHF 8.–.

- En une année, combien dépense quelqu'un qui fume 4 cigarettes par jour ?
- Si le conseil fédéral décide d'augmenter le prix du paquet d'un même pourcentage annuel pendant deux ans, de manière à faire passer le prix du paquet à CHF 9.–, quel sera ce pourcentage ?

Exercice 1.31 Chaque année, les primes mensuelles d'assurance maladie augmentent de 6%. Aujourd'hui, je paie CHF 500.– par mois.

- Quel sera le montant de ma prime mensuelle dans deux ans ?
- Quel était le montant de ma prime mensuelle il y a deux ans ?
- A quel pourcentage d'augmentation annuel correspond le passage d'une prime de CHF 300.– à CHF 400.– en deux ans ?

Exercice 1.32 Factoriser les polynômes ci-dessous.

- | | | |
|----------------------|-----------------------|---------------------|
| a) $6x^2 - x - 1$ | c) $20x^2 - 76x + 21$ | e) $9x^2 + 12x + 4$ |
| b) $5x^2 + 17x - 12$ | d) $4x^2 + 33x - 27$ | f) $7x^2 - 9x + 2$ |

4.2 Fonctions affines.

Le concept de fonction

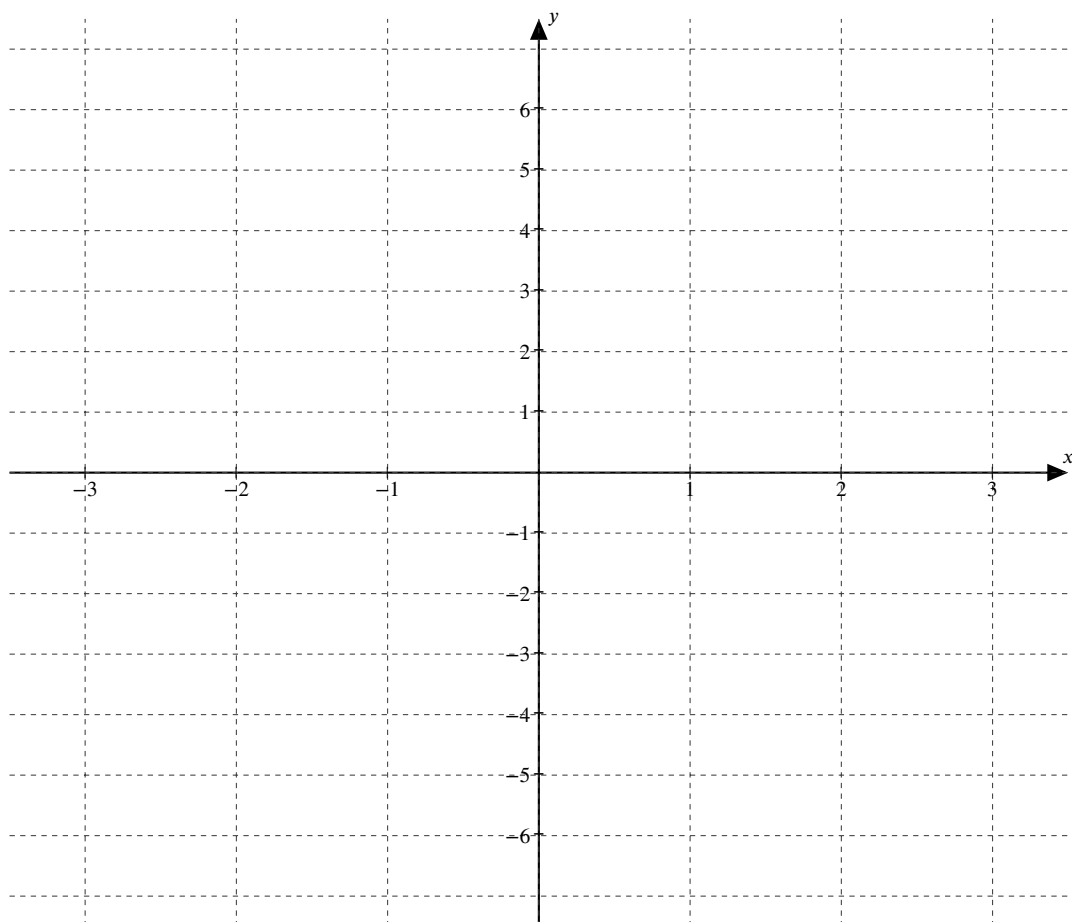
Exercice 2.1



a) Remplir le tableau de valeurs pour les fonctions.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 3x - 5$							
$g(x) = -x$							
$h(x) = x^2 - 2x - 2$							
$p(x) = \frac{1}{2}x^3$							
$q(x) = 6$							

b) A partir du tableau de valeurs, tracer le graphe des fonctions.



Exercice 2.2 On considère la fonction f définie par



$$f : [-3; 4] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto (3 - x)(x + 2)(2x - 2)$$

- Représenter par un tableau de valeurs et graphiquement la fonction f .
- Trouver son ordonnée à l'origine.
- Trouver ses zéros s'il y en a.

Exercice 2.3 On considère la fonction f définie par

$$f : [-5;5] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto -2x^2 + 18$$

- Représenter par un tableau de valeurs et graphiquement la fonction f .
- Trouver son ordonnée à l'origine.
- Trouver ses zéros s'il y en a.

Exercice 2.4 Trouver l'ordonnée à l'origine des fonctions ci-dessous.

a) $x \mapsto -9x - 72$

c) $x \mapsto x^2 + 8$

e) $x \mapsto 8$

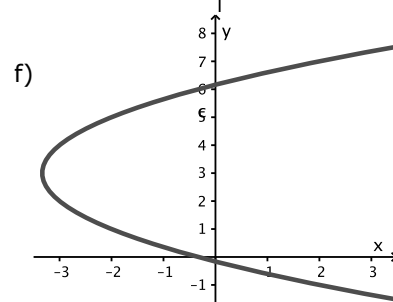
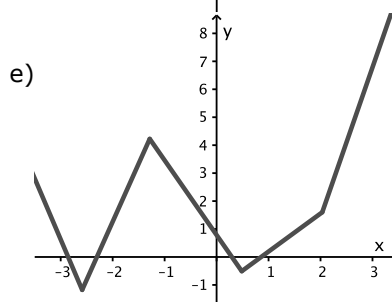
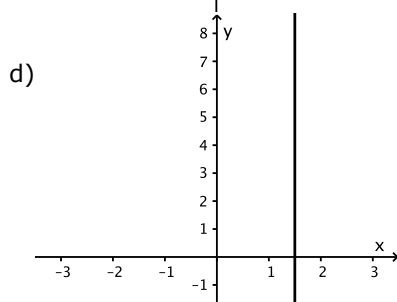
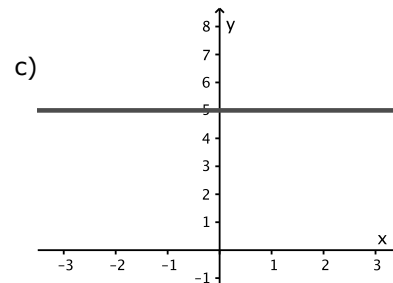
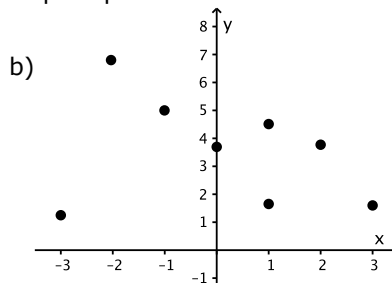
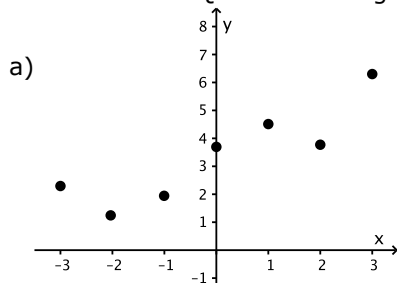
b) $x \mapsto 8x$

d) $x \mapsto \frac{3}{8}x + 3$

f) $x \mapsto 2x^2 - 128$

Parmi ces fonctions, lesquelles ont -8 comme zéro ?

Exercice 2.5 Quels sont les graphes qui représentent une fonction ?



Exercice 2.6 Déterminer l'ordonnée à l'origine et les éventuels zéros des fonctions suivantes :

a) $f_1(x) = 16$

d) $f_4(x) = \frac{3}{8}x + 3$

b) $f_2(x) = 8x$

e) $f_5(x) = x^2 + 8x$

c) $f_3(x) = -5,4x - 35,1$

f) $f_6(x) = 2x^2 - 128$

Exercice 2.7 Représenter chaque fonction ci-dessous sur l'intervalle $[-5; 5]$ à l'aide d'un tableau de valeurs et de son graphe.

$f(x) = 4$

$g(x) = 2,7 \cdot x$

$h(x) = 1 - \frac{1}{2} \cdot x$

Exercice 2.8 Le prix des colis Priority d'une compagnie postale pour des dimensions maximales de 100 x 60 x 60 cm est donné par le tableau suivant.

Masse	Prix en CHF
Jusqu'à 2 kg	9,00
Jusqu'à 5 kg	11,00
Jusqu'à 10 kg	12,00
Jusqu'à 20 kg	18,00
Jusqu'à 30 kg	31,00

- La relation **prix** $\mapsto$ **masse** est-elle une fonction ?
- La relation **masse** $\mapsto$ **prix** est-elle une fonction ?
- Tracer le graphe de la fonction.

Exercice 2.9 La fonction « arrondir » $r : x \mapsto y$ associe à chaque nombre réel x son nombre entier le plus proche. Par exemple $r(2,49) = 2$ et $r(5,7) = 6$. On convient que le « ,5 » est arrondi à l'entier supérieur. Tracer le graphe de cette fonction r pour $0 \leq x \leq 4$.

Exercice 2.10 Le prix de vente d'une voiture neuve est de CHF 28'000.—.

La première année d'utilisation, elle perd 25% de sa valeur. Ensuite, elle perd 15% de sa valeur résiduelle chaque année.

En supposant que cette perte a lieu dès le début de l'année et que la valeur reste ensuite constante jusqu'à l'année suivante, tracer le graphe de la valeur de la voiture en fonction du temps écoulé, depuis l'achat jusqu'à 5 ans plus tard.

Exercice 2.11 La relation est-elle une fonction ou non ?

- a) Périmètre P d'un carré $\mapsto$ côté C du carré.
- b) Taille $T \mapsto$ nom des élèves de l'établissement mesurant cette taille-là.
- c) $x \mapsto y$ tel que $y^2 = x$, avec $x \in \mathbb{R}$ et $x > 0$.
- d) $x \mapsto |x|$ avec $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2.12 Ecrire la relation de y en fonction de x à l'aide d'une expression algébrique.

- a) L'aire d'un carré de x cm de côté est y cm².
- b) L'aire d'un terrain rectangulaire de longueur x m et de largeur 39 m vaut y m².
- c) L'aire d'un terrain rectangulaire de longueur x m et de largeur y m vaut 400 m².
- d) Le périmètre d'un rectangle mesure 240 m. La longueur est de x m et la largeur de y m.
- e) L'intérêt y d'un capital de CHF 10'000.– placé à 0,5% pendant x jours.
- f) Un capital de CHF y , placé pendant x jours à 0,3%, rapporte CHF 500.– d'intérêts.
- g) 0,5 kg de tomates coûte CHF 3,90. x kg de tomates coûtent CHF y .

Définition et propriétés d'une fonctions affines

Exercice 2.13 Soit f la fonction affine donnée par $f(x) = 3x - 7$. Calculer les images demandées.

- | | | |
|-----------|------------|---------------------------------|
| a) $f(2)$ | c) $f(-1)$ | e) $f\left(\frac{2}{3}\right)$ |
| b) $f(4)$ | d) $f(0)$ | f) $f\left(-\frac{5}{4}\right)$ |

Exercice 2.14 Soit f la fonction affine donnée par $f(x) = 8x + 11$.

Calculer.

- | | | |
|-----------|--------------------------------|---------------------------------|
| a) $f(2)$ | c) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ | e) $f(-3)$ |
| b) $f(0)$ | d) $f(-1)$ | f) $f\left(-\frac{7}{3}\right)$ |

Résoudre les équations.

- | | | |
|----------------|----------------|--------------------------|
| g) $f(x) = 19$ | i) $f(x) = 0$ | k) $f(x) = -11$ |
| h) $f(x) = 5$ | j) $f(x) = -5$ | l) $f(x) = \frac{59}{3}$ |

Exercice 2.15 Compléter le tableau de valeurs de la fonction f .

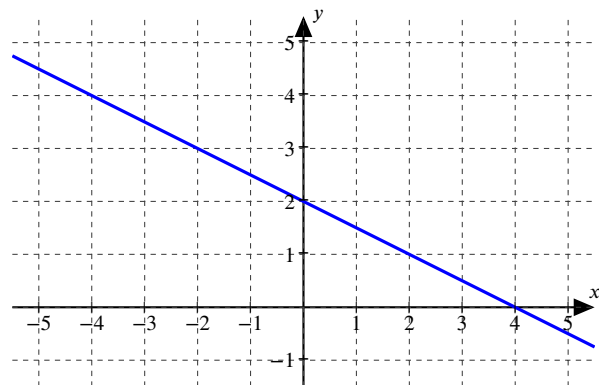
x	0	-3	8	u	$3u$	$u-2$			
$f(x) = -2x + 7$							28	-31	0

Exercice 2.16 D'après le graphique ci-contre :

a) Estimer $f(0)$, $f(3)$, $f(-2)$.

b) Estimer x pour que $f(x) = 4$.

c) Estimer x pour que $f(x) = 0$



Exercice 2.17 Soit f la fonction donnée par $f(x) = 8x + 11$.



Effectuer l'exercice sans tracer le graphe de f .

a) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

$(2; 13)$

$(2; 27)$

$(-1; 3)$

$(1; -3)$

b) Trouver les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent au graphe de f .

$(2; \dots)$

$(-\frac{7}{2}; \dots)$

$(\dots; 11)$

$(-\frac{3}{4}; \dots)$

$(\dots; 19)$

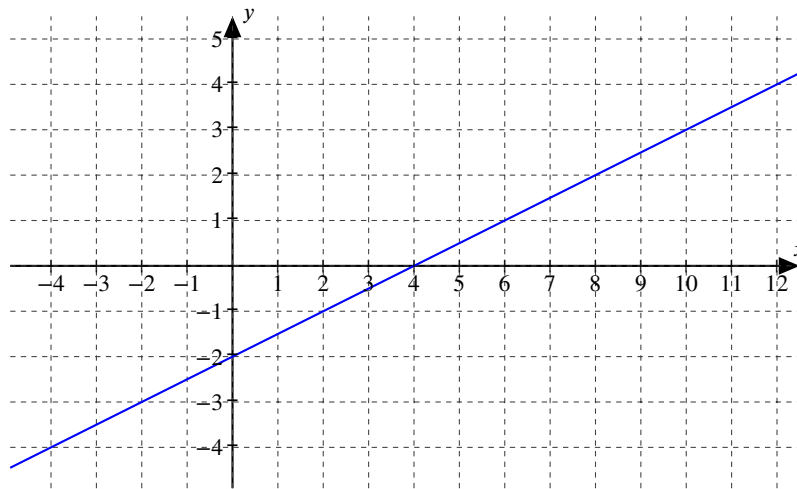
$(\frac{3}{5}; \dots)$

$(-\frac{11}{8}; \dots)$

$(\dots; -5)$



Exercice 2.18 Soit f la fonction représentée par le graphe ci-dessous.



Effectuer l'exercice sans calculer l'expression algébrique de f .

A) Les points suivants appartiennent-ils au graphe de f ?

(6;1)

(1;6)

(2;8)

(8;2)

B) Trouver les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent au graphe de f .

(10; ...)

(0; ...)

(...;4)

(-1; ...)

(...;0)

(...; $\frac{5}{2}$)

C) Trouver les images demandées.

(i) $f(10)$

(ii) $f(0)$

(iii) $f(3)$

(iv) $f\left(\frac{3}{2}\right)$

(v) $f(-1)$

(vi) $f(-3)$

D) Résoudre les équations.

(i) $f(x) = -3$

(ii) $f(x) = 0$

(iii) $f(x) = -2$

(iv) $f(x) = 4$

(v) $f(x) = -\frac{3}{2}$

(vi) $f(x) = 5$

Exercice 2.19 Pour chaque fonction, déterminer sa pente et son ordonnée à l'origine. Puis, sans faire de calcul, tracer le graphe des fonctions affines sur le graphique ci-dessous.



a) $f(x) = 3x + 2$

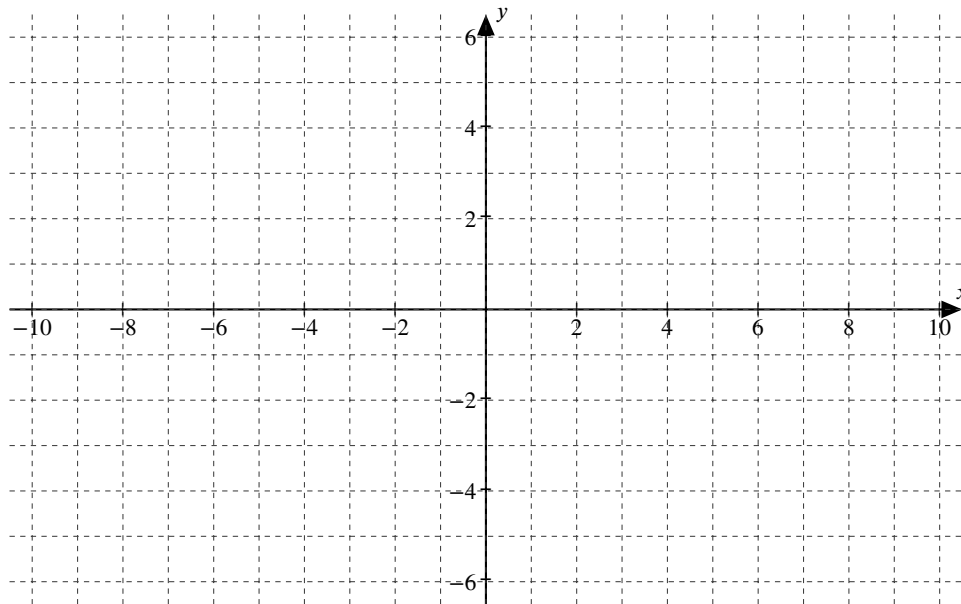
c) $f(x) = -x + 2$

e) $f(x) = x$

b) $f(x) = -3x + 2$

d) $f(x) = -x + 5$

f) $f(x) = 3 - 2x$



Exercice 2.20 Pour chaque fonction, déterminer sa pente et son ordonnée à l'origine. Puis, sans faire de calcul, tracer le graphe des fonctions affines sur le graphique ci-dessous.



a) $f(x) = \frac{2}{3}x - 4$

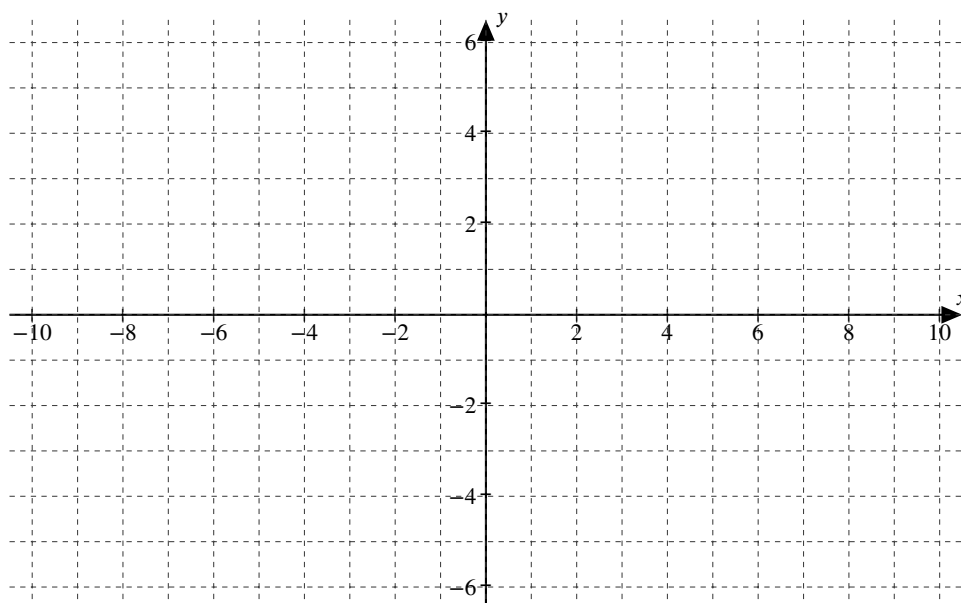
c) $f(x) = -\frac{5}{2}x + \frac{1}{2}$

e) $f(x) = -\frac{5}{9}x + 4$

b) $f(x) = -\frac{3}{4}x$

d) $f(x) = \frac{3}{5}x - \frac{3}{2}$

f) $f(x) = 4$



Exercice 2.21 Pour chaque fonction, déterminer sa pente et son ordonnée à l'origine. Puis, sans faire de calcul, tracer le graphe des fonctions affines sur le graphique ci-dessous.



a) $f(x) = 1,7x$

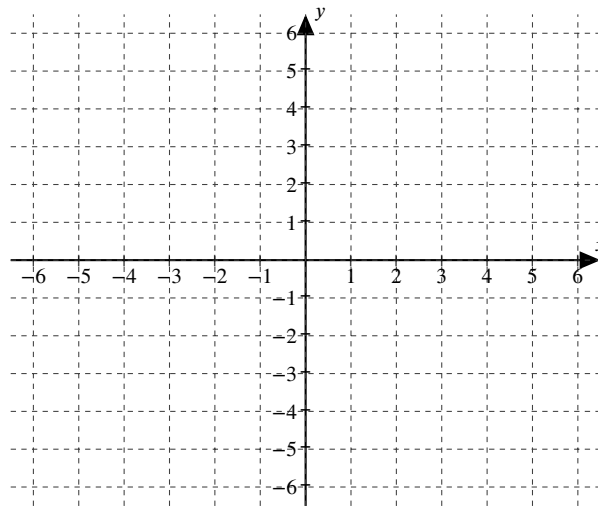
c) $f(x) = \frac{2}{5}x$

e) $f(x) = x + 1$

b) $f(x) = -3x$

d) $f(x) = x + 3$

f) $f(x) = -x + 1$



Exercice 2.22 Pour chaque droite, déterminer sa pente et son ordonnée à l'origine. Puis, sans faire de calcul, tracer le graphe des fonctions affines sur le graphique ci-dessous.



a) $y = -3,3x - 6,1$

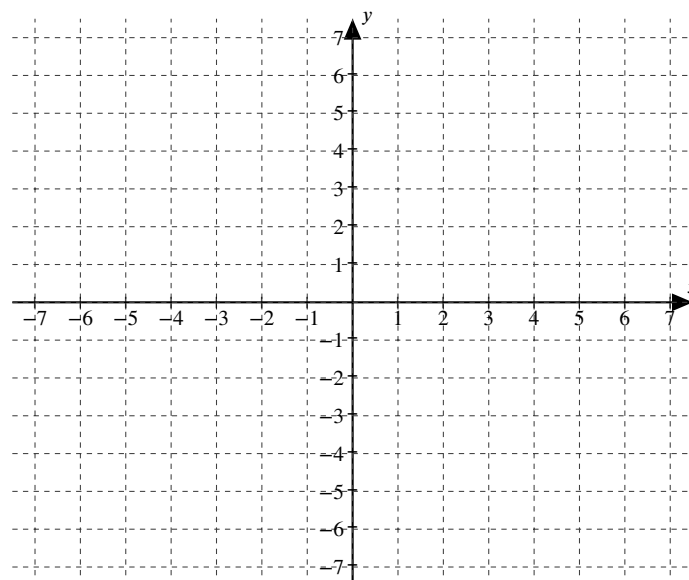
c) $y = -2$

e) $x = 3$

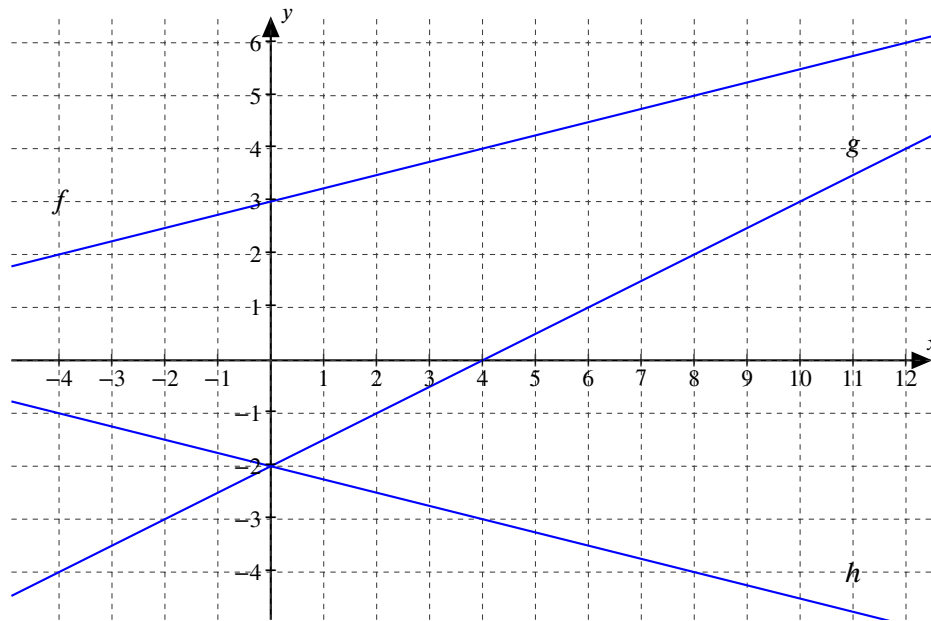
b) $3x + 4y = 0$

d) $y = x$

f) $x - 2y + 14 = 0$

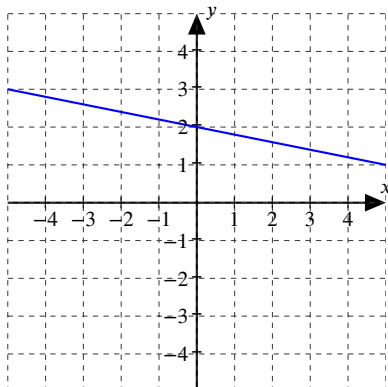


Exercice 2.23 Déterminer l'expression algébrique des fonctions représentées ci-dessous.

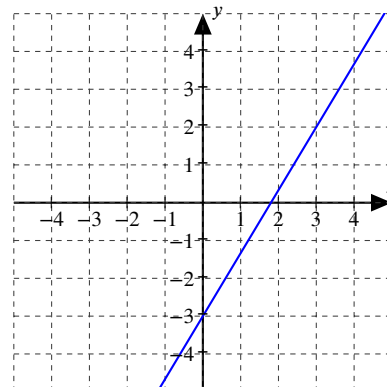


Exercice 2.24 Déterminer les expressions algébriques des fonctions affines représentées ci-dessous.

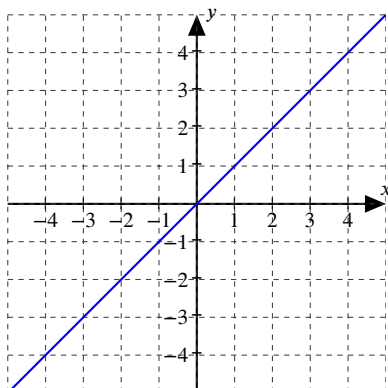
a)



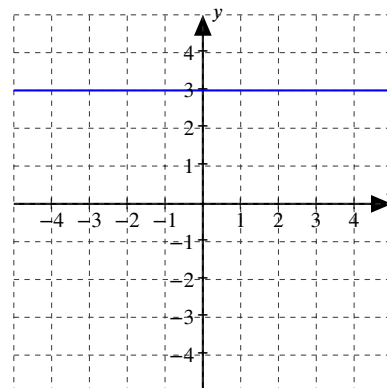
c)



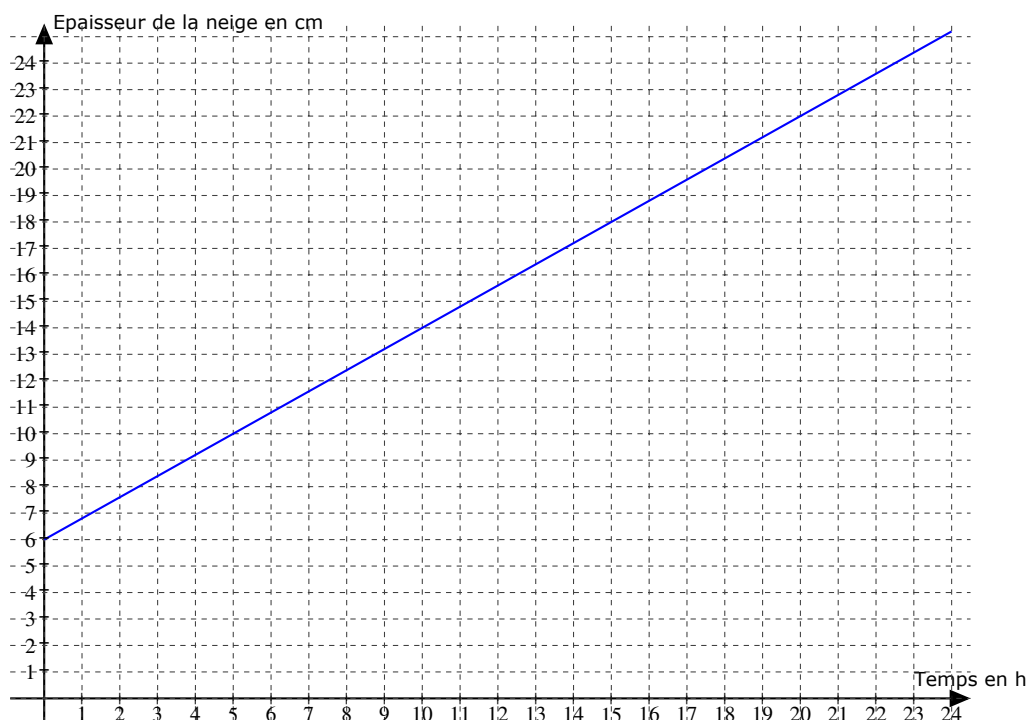
b)



d)



Exercice 2.25 Le mercredi 5 décembre 2012 il a beaucoup neigé à Lausanne. Un météorologue a relevé le niveau de neige en fonction de l'heure. Voici le résultat de son travail.



- a) Quelle était l'épaisseur de neige le mercredi à 0h00 ? A 10h00 ? Et à 20h00 ?
- b) A quelle heure l'épaisseur de neige a-t-elle atteint 15 cm ? Et 10 cm ?

Exercice 2.26 Dans la région 1, les coûts en CHF pour surfer sur son smartphone à l'étranger sont les suivants :

Internet mobile	1.- / Mo.	
option travel data	100 Mo pour 9.-	Si le volume de données inclus est épuisé avant la fin de la durée d'utilisation, les données sont facturées au tarif standard de roaming jusqu'à la fin de la durée d'utilisation.
option travel data renouvelée	100 Mo pour 9.-	Si le volume de données inclus est épuisé avant la fin de la durée d'utilisation, on choisit de renouveler l'option de 100 Mo en 100 Mo.
option travel days	500 Mo pour 39.-	Si le volume de données inclus est épuisé avant la fin de la durée d'utilisation, les données sont facturées au tarif standard de roaming jusqu'à la fin de la durée d'utilisation.

Sur le même graphique, tracer les trois graphes du coût en fonction du volume de données utilisé correspondant aux trois tarifs à option ci-dessus. Le volume de données varie entre 0 et 600 Mo et l'on ne fait apparaître sur le graphique que les coûts jusqu'à CHF 100.-.

Exercice 2.27 La fonction est-elle affine ? Si oui, l'écrire sous la forme $f(x) = mx + h$.

a) $f_1(x) = \frac{2}{3}x - 4$

d) $f_4(n) = 3^n - 2$

g) $f_7(x) = -3 + 4x$

b) $f_2(x) = \frac{2}{3x} + 7$

e) $f_5(x) = -2x^2 + 3$

h) $f_8(x) = 5$

c) $f_3(t) = \frac{5-2t}{3}$

f) $f_6(x) = \sqrt{2} \cdot x - \frac{1}{2}$

i) $f_9(t) = \frac{1}{2t-3}$

Exercice 2.28 La fonction est-elle affine ? Si oui, l'écrire sous la forme $f(x) = mx + h$.

a) La surface d'un cercle : $S = f(r) = \pi r^2$ avec r le rayon.

b) Les intérêts simples : $I = f(n) = C_0 t \frac{n}{360}$ avec n le nombre de jours.

c) La distance parcourue en mètres par un objet qui tombe en chute libre :

$$d = f(t) = \frac{1}{2} g t^2 \text{ où } t \text{ est le temps en secondes et } g \cong 9,81 \text{ m/s}^2.$$

Points sur une droite

Exercice 2.29 Les points se situent-ils sur la droite d ?

a) $d : y = -2x + 3$

$A(-6,5;10)$

$B(\frac{1}{2};0)$

$C(3,2;-3,4)$

$D(4;-5)$

b) $d : y = 0,4x - 0,8$

$A(2;0)$

$B(2;7)$

$C(0,5;0,6)$

$D(-3,3;-2,12)$

Les droites passent-elles par le point P ?

c) $d_1 : y = -2x - 5$

$d_2 : y = 0,2x + 6,7$

$d_3 : y = x + 14,5$

$P(-6,5;8)$

d) $d_1 : y = x - 2,75$

$d_2 : y = 0$

$d_3 : y = 1,25x - 2,75$

$P(0;-2,75)$

Calculer les coordonnées manquantes pour que les points appartiennent à la droite d ?

e) $d : y = -8x + 11$ $(2; \dots)$

$(\frac{3}{5}; \dots)$

$(\dots; 5)$

$(\dots; 0)$

f) $d : 3x + 4y - 12 = 0$

$(8; \dots)$

$(\dots; 6)$

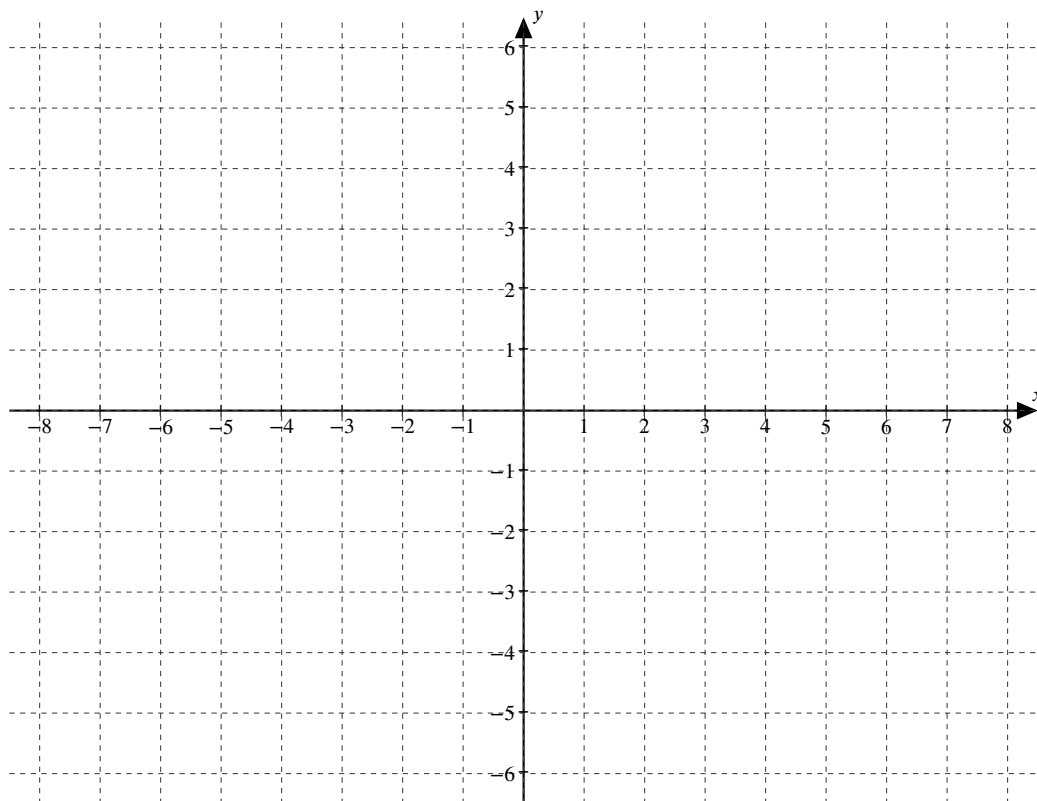
$(6,4; \dots)$

$(\dots; 3)$

Droite de pente donnée passant par un point donné

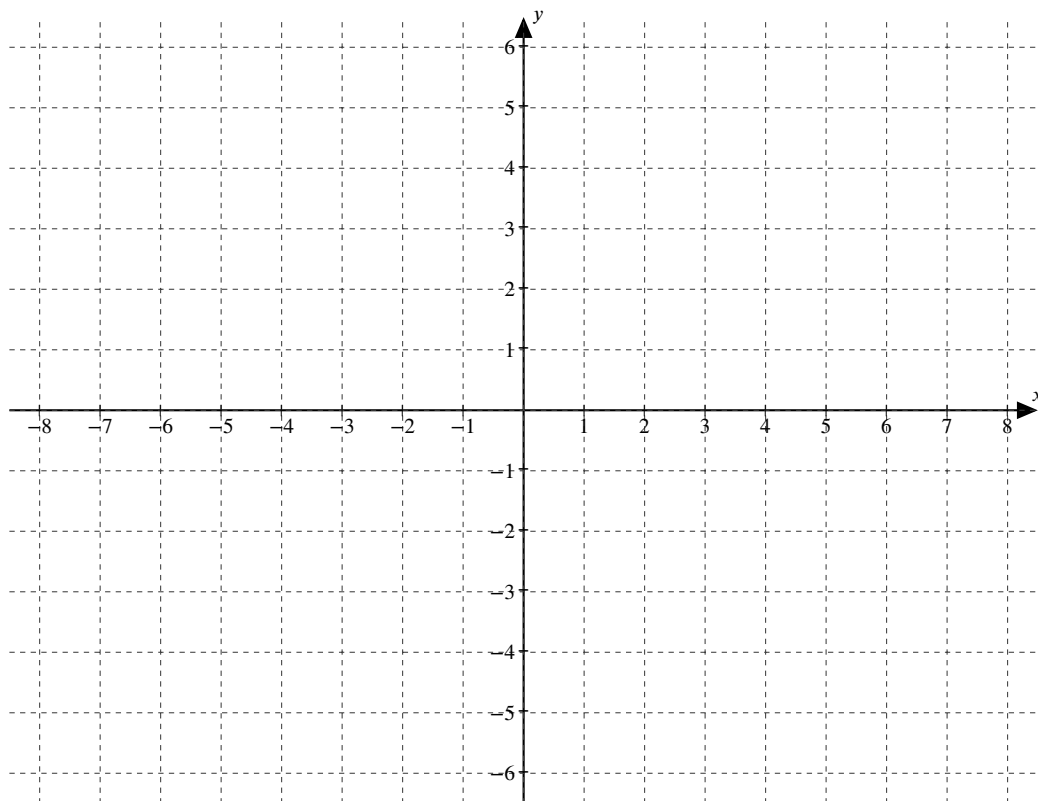
Exercice 2.30 Sur le graphique ci-dessous, tracer les graphes des fonctions affines :

- a) qui passe par le point $P(3; -1)$ et de pente -2 ;
- b) tel que $f(2) = 4$ et de pente $\frac{1}{2}$;
- c) qui passe par l'origine et de pente $-\frac{1}{3}$;
- d) qui a une pente de $\frac{2}{3}$ et une ordonnée à l'origine de 1 ;
- e) qui passe par les points $(2; -6)$ et $(8; 0)$;
- f) passant par le point $(-8; -4)$ et parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 6$;
- g) horizontale passant par le point $H(5; 6)$;
- h) tel que $f(-7) = 5$ et $f(8) = 0$.



Exercice 2.31 Tracer la droite dans un graphique et déterminer son équation.

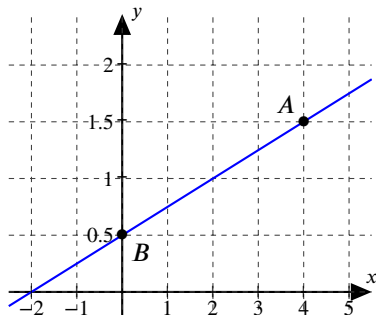
- a) passant par $P(3;-5)$ et de pente 2 ;
- b) passant par l'origine et de pente -3 ;
- c) passant par $P(-10;6,5)$ et de pente -0.5 ;
- d) ayant une pente de $\frac{2}{3}$ et une ordonnée à l'origine de 1 ;
- e) passant par le point $M(8;-3)$ et de pente $\frac{3}{4}$;
- f) passant par le point $N(4;5)$ et parallèle à la droite d'équation $y = -2x + 3$;
- g) horizontale passant par le point $H(1;8)$;
- h) passant par le point $A(3,5;8,4)$ et parallèle à la droite d'équation $y = 2x + 1$.



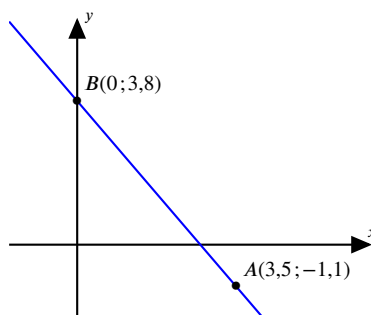
Droite passant par deux points donnés

Exercice 2.32 Donner les expressions algébriques des fonctions dont les graphes sont les droites ci-dessous.

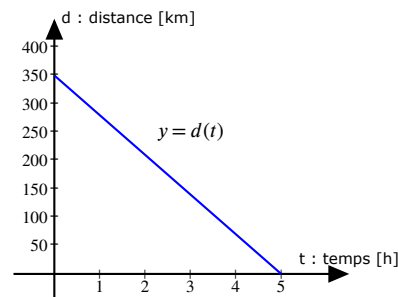
a)



b)



c)



Exercice 2.33 Esquisser la droite dans un graphique et déterminer son équation.

a) passant par $A(-3;6)$ et $B(5;-2)$;

b) passant par $I(-2;-4)$ et $J(2;4)$;

c) passant par $A(-10;-13)$ et $B(0;6)$;

Esquisser le graphe et déterminer l'expression algébrique de la fonction.

d) telle que $f(0,5) = 0$ et $f(1,5) = -5$.

Exercice 2.34 Voici les tableaux de quelques valeurs de trois fonctions affines. Déterminer leurs expressions algébriques :

a)

x	-2	-1	0	1	...
$f(x)$	12	11	10	9	...

b)

x	10	11	12	13	...
$g(x)$	50	53	56	59	...

c)

x	-5	0	...
$h(x)$	27	7	...

Applications

Exercice 2.35 Un enfant reçoit une jolie tirelire de sa marraine. Celle-ci y a glissé un billet de CHF 20.– et s'engage à compléter la somme en ajoutant CHF 5.– par mois aussi longtemps qu'elle le pourra.

a) Exprimer la somme accumulée S en fonction du nombre de mois écoulés x .

b) Combien y aura-t-il dans la tirelire après 15 ans et 3 mois ?

c) Au bout de combien de temps l'enfant aura-t-il reçu CHF 1'000.– ?

d) Représenter graphiquement la fonction S

Exercice 2.36 Une baignoire contient 150 litres d'eau. On enlève le bouchon. Et alors ? ...Alors il s'écoule 30 litres par minute. Décrire la quantité d'eau qu'il reste dans la baignoire en fonction du temps. Représenter graphiquement la situation.

Exercice 2.37 En 1870, la température moyenne du sol à Paris était de $11,8^{\circ}\text{C}$. Depuis lors, elle a constamment augmenté pour atteindre $13,5^{\circ}\text{C}$ en 1969.

- a) Exprimer la température T (en °C) en fonction du temps x (en années), où $x = 0$ correspond au début de l'expérience, à savoir l'année 1870.
- b) Pendant quelle année la température moyenne du sol a-t-elle été de 12,5°C ?
- c) Selon ce modèle, quelle a été la température moyenne du sol en l'an 2'000 ?
- d) Représenter graphiquement la fonction T .

Exercice 2.38 Un test compte 22 points. Le barème "5 + 1" est une fonction affine.

Il donne la correspondance suivante : 0 point $\mapsto$ note 1,0 22 points $\mapsto$ note 6,0.

- a) Exprimer la note non arrondie f en fonction du nombre de points n .
- b) Quelle note arrondie correspond à 18,5 points ?
- c) Combien de points au minimum faut-il pour obtenir la note arrondie de 4 ?
- d) Représenter sur le même graphique la fonction f ainsi que la note arrondie à la demi F en fonction du nombre de points n .

Exercice 2.39 Un test compte 22 points. Il y a un point bonus, ainsi la note maximale est atteinte avec 21 points. Le barème est proportionnel au nombre de points.

Il donne la correspondance suivante : 0 point $\mapsto$ note 0 21 points $\mapsto$ note 6,0.

- a) Exprimer la note non arrondie g en fonction du nombre de points n .
- b) Quelle note correspond à 18,5 points ?
- c) Combien de points au minimum faut-il pour obtenir 4 ?
- d) Représenter sur le même graphique la fonction g ainsi que G , la note arrondie à la demi mais pas inférieure à 1, en fonction du nombre de points n .

Exercice 2.40 Le réservoir d'essence d'une voiture est rempli au maximum. La voiture s'engage sur une longue route à une vitesse constante. La quantité d'essence qui reste dans le réservoir dépend du nombre de kilomètres parcourus. Après 200 km de route, il reste 38 litres d'essence, et après 450 km, il en reste 18.

- a) Trouver la fonction affine f qui exprime le nombre de litres d'essence **restant** dans le réservoir en fonction du nombre de kilomètres parcourus.
- b) Représenter graphiquement la fonction.
- c) Déterminer la capacité du réservoir.
- d) Déterminer la consommation aux 100 km.
- e) Déterminer la distance maximale qui peut être parcourue avec le plein

Exercice 2.41 Un représentant reçoit des offres de salaires de deux entreprises différentes :

(A) un montant fixe de CHF 3'900.– par mois et 6% sur les ventes

(B) un montant fixe de CHF 4'500.– par mois et 4,5% sur les ventes

- a) Déterminer les deux fonctions f_A et f_B du salaire en fonction des ventes x .

- b) Tracer les graphes pour $0 \leq x \leq 50'000$.
- c) A l'aide du graphique et par calcul, déterminer le montant des ventes pour lequel le salaire serait identique avec les deux employeurs.
- d) Si le représentant estime qu'il vendra en moyenne pour CHF 35'000.—, quelle proposition choisit-il ?

Exercice 2.42 Il y a deux options au choix de location de voiture pour un voyage de quatre jours :

- (A) 29,95 \$ par jour, les 200 premiers kilomètres étant compris, et 0,25 \$ par kilomètres supplémentaires.
 - (B) 39,95 \$ par jour plus 0,15 \$ par kilomètres.
- a) Déterminer le coût d'un voyage de 500 km pour chacune des deux options.
 - b) Établir l'équation des coûts de chacune des deux options.
 - c) A l'aide d'un graphique, déterminer en fonction du kilométrage, laquelle des deux options est préférable.

Exercice 2.43 Voici quatre offres d'un opérateur téléphonique :

- (A) Le forfait « Tout inclus » pour CHF 55.— par mois.
 - (B) L'abonnement « Pas cher » qui comprend 10 minutes de conversation gratuites, puis coûte CHF 2.— la minute.
 - (C) Une carte « Prepaid » avec laquelle chaque minute coûte CHF 1,—.
 - (D) L'abonnement « De base » qui coûte CHF 20.— par mois. Les minutes de conversations sont ensuite à CHF 0,50.
- a) Faire un tableau de valeurs qui représente les coûts totaux de chaque offre, pour des temps de conversation entre 0 et 100 minutes.
 - b) Représenter graphiquement, sur un même graphique, les coûts totaux de chaque offre, pour des temps de conversation entre 0 et 100 minutes.
 - c) Trouver les expressions algébriques et le type de ces quatre fonctions.
 - d) Analyser quelle offre est la plus avantageuse en fonction du nombre de minutes de conversation.

4.3 Systèmes d'équations

Exercice 3.1 L'équation est-elle linéaire ? Le cas échéant, l'écrire sous forme normale.

a) $5x + 3y = 2xy$

d) $2 - y = 5x$

g) $3\sqrt{x} + 2\sqrt{y} = 9$

b) $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = -3$

e) $\frac{x-3}{2} = 4y$

h) $(2x - y)^2 = 25$

c) $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 8$

f) $3x + 1 = \frac{x}{y}$

i) $\sqrt{7}x = \sqrt{5}y$

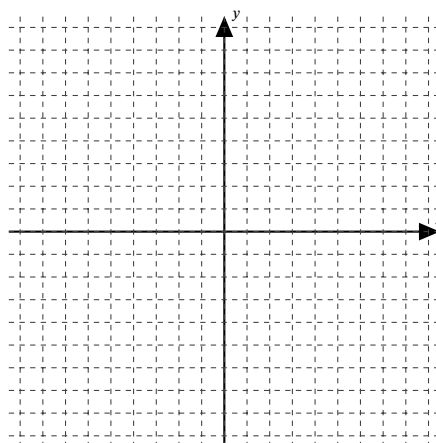
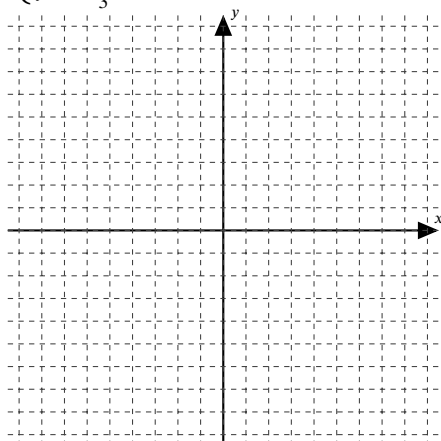
Exercice 3.2 Déterminer si le couple de nombres est une solution du système.

a) $(3; -4)$, pour $\begin{cases} 5x - 2y = 23 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

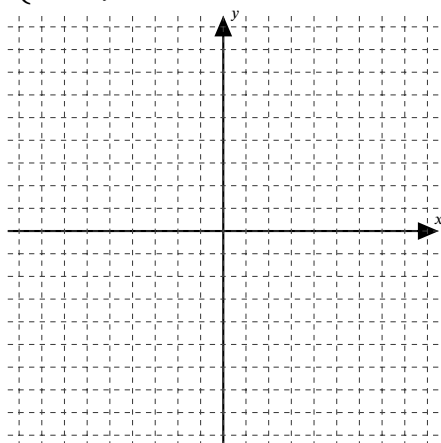
b) $(4; 2)$, pour $\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Exercice 3.3 Résoudre graphiquement les systèmes d'équations.

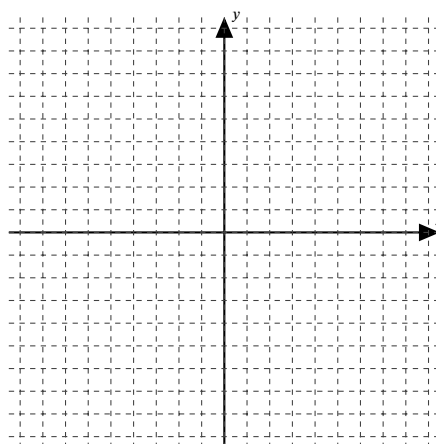
a) $\begin{cases} y = \frac{2}{3}x - 2 \\ y = -\frac{1}{3}x - 5 \end{cases}$



b) $\begin{cases} y = 2x + 1 \\ 3x + 2y = 9 \end{cases}$

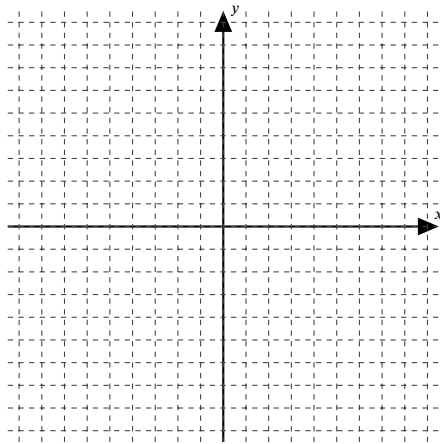


d) $\begin{cases} x - y + 1 = 0 \\ x + 2y - 8 = 0 \end{cases}$

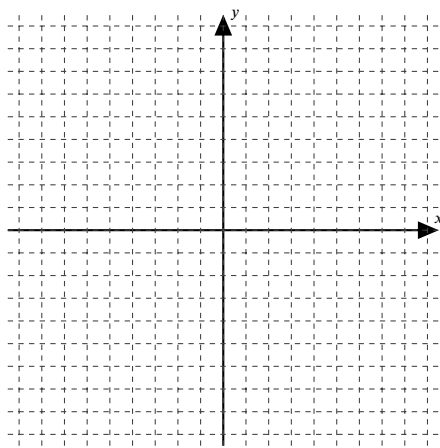


c) $\begin{cases} x - 2y = 0 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$

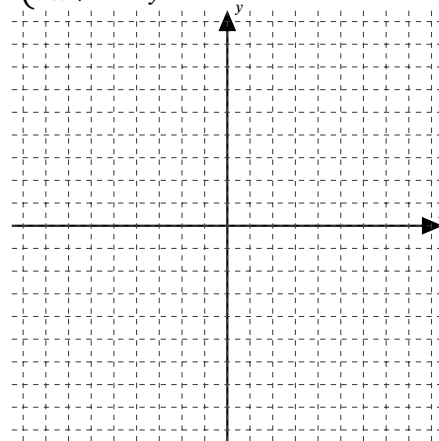
e) $\begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y = 6 \end{cases}$



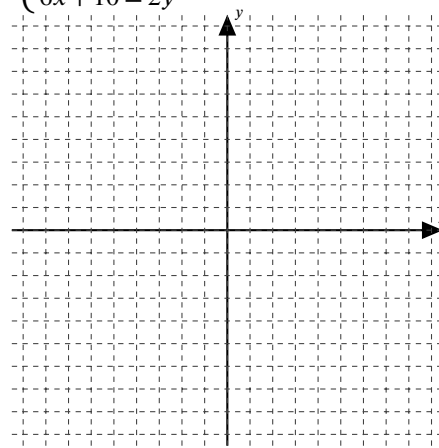
$$f) \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 2x - 5y = 7 \end{cases}$$



$$g) \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + 4 = 2y \end{cases}$$



$$h) \begin{cases} 3x - y = -5 \\ 6x + 10 = 2y \end{cases}$$



Exercice 3.4 Résoudre les systèmes d'équations suivants par la méthode de substitution.

$$a) \begin{cases} 5x + 3y = 19 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - y = 4 \\ 13x - 3y = 14 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + 5y = 69 \\ y - 4(x - 7) = 67 - 3x \end{cases}$$

Exercice 3.5 Résoudre les systèmes d'équations suivants par la méthode des combinaisons linéaires.

$$a) \begin{cases} x + y = 19 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - 6y = 4 \\ 3x + 7y = 8 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x = 3 - 3y \\ x + 2y = 0 \end{cases}$$

Exercice 3.6 Résoudre les systèmes d'équations suivants.

$$a) \begin{cases} x + 3y = -1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x - 7y = 3 \\ 4y + 5x = 5 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 7x - 5 = 6y + 3 \\ y + 7x = 7y + 12 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 14x + 9y = -20 \\ 7x - 2y = 55 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - 6y = 9 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{x-3}{3} - \frac{y+2}{2} = -2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x + 5y = 69 \\ 5y - 3(x-1) = 68 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 0,16x - 0,04y = 1 \\ 0,38x - 0,22y = 2 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} \frac{3(x-1)}{5} + \frac{4y}{7} = 7 \\ \frac{5x}{6} + \frac{3y-5}{8} = 7 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} 2(x+y) = 5 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 1,5x - 2y = 5 - 0,6y \\ 0,5x + 2,8y = 30 - 1,5x \end{cases}$$

$$n) \begin{cases} 9(x-y) + 24x = 100 \\ 3(x-y) = 32 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 2x = 3 - 4y \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = \frac{5}{12} \\ x - \frac{3y}{4} = \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} 2(x+y+1) - 7(x-2y) + 23 = 0 \\ 2(x+y+1) - 7(x-2y) + 20 = 0 \end{cases}$$

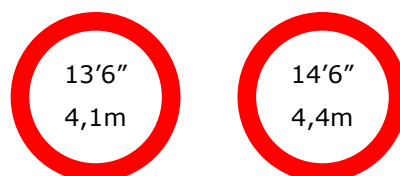
Exercice 3.7 Trouver deux nombres dont la somme est 654 et la différence est 456.

Exercice 3.8 Comment peut-on payer la somme de CHF 137.– avec 40 pièces, les unes de CHF 2.– et les autres de CHF 5.– ?

Exercice 3.9 Un fermier possède des poules et des lapins. Ces animaux ont ensemble cinquante têtes et cent trente pattes. Combien de poules et combien de lapins possède le fermier ?

Exercice 3.10 En Écosse on voit parfois des panneaux de la circulation réglementant les hauteurs maximales autorisées des véhicules en unités anglo-saxonnes ainsi qu'en système métrique.

Un couple en vacances croise les panneaux suivants :



Déduire la valeur en mètre [m] du pied [''] ainsi que celle du pouce [\"].

Exercice 3.11 Le nez de Pinocchio mesure 5 cm de long au début d'une journée.

Chaque fois que Pinocchio dit un mensonge, la Fée aux cheveux bleus allonge son nez de 3 cm, mais chaque fois qu'il dit la vérité, la Fée le raccourcit de 2 cm.

À la fin de la journée, Pinocchio a parlé dix fois pour dire soit des vérités, soit des mensonges, et son nez mesure 20 cm de long.

Combien de fois Pinocchio a-t-il menti au cours de cette journée ?

Exercice 3.12 Déterminer les coefficients a et b de telle manière que le système d'équations ci-dessous

possède $(2; -5)$ comme solution.
$$\begin{cases} ax + by = -19 \\ \frac{1}{2}ax - 2by = 28 \end{cases}$$

Exercice 3.13 Deux camionnettes avec des chargements respectifs de 2 tonnes et 3 tonnes doivent transporter ensemble 25 tonnes de matériel.

Comment doit-on composer les trajets pour que les camionnettes soient toujours pleines ? Trouver toutes les possibilités.

Exercice 3.14 Le prix d'une course en taxi comprend une somme fixe (la prise en charge) et une somme variable proportionnelle à la distance parcourue.

Un premier client a payé CHF 16,20 pour une course de 3 kilomètres ; un second client a payé CHF 36,60 pour une course de 9 kilomètres.

Quel est le prix du kilomètre parcouru et celui de la prise en charge ?

Exercice 3.15 La ville de Nouvo a installé des usines pour alimenter ses citoyens en eau potable. Elle finance les coûts d'exploitation en facturant une redevance fixe et l'eau consommée.

Un des voisins de Jean a reçu son décompte et, pour une consommation de 60'000 litres, paie CHF 88.— ; un autre voisin paie CHF 100.— pour une consommation de 75'000 litres.

Jean n'a pas reçu son décompte, mais il sait qu'il a consommé 82'000 litres d'eau. Quel montant doit-il prévoir ? Déterminer également le montant de la taxe fixe et le prix pour 1'000 litres d'eau.

Exercice 3.16 Un travailleur gagnait, il y a 30 ans, CHF 20.— de l'heure. Pour les heures supplémentaires, il recevait un supplément horaire.

Une semaine, il a travaillé 48 heures et reçu un salaire de CHF 980.—.

Une autre semaine, il a travaillé 50 heures et reçu un salaire de CHF 1030.—.

Calculer le supplément de salaire horaire pour les heures supplémentaires et le temps de travail d'une semaine normale.

Exercice 3.17 On mélange 9 litres et 6 litres de deux solutions salées à des taux différents, de cette manière le mélange contient 13% de sel.

Si l'on prend 7 litres de plus de la première solution et 4 fois plus de la deuxième que précédemment, on obtient un mélange de 12%.

Quel pourcentage de sel contient chaque solution ?

Exercice 3.18 Pour peindre une chambre, on mélange deux couleurs, une couleur A et une couleur B valant respectivement CHF 12.—/kg et 10.—/kg. Un kg de ce mélange vaut CHF 10,90.

Si l'on met dans ce mélange 3kg de moins de couleur A en gardant la même quantité totale, le kg vaudra CHF 10,40.

Du mélange de base, combien y a-t-il de couleur A, respectivement de couleur B ?

5 Solutions

5.1 Equations

1.1 a) oui b) non c) oui d) non e) oui f) oui

1.2 a) $\mathcal{S} = \{-5; 4\}$ c) $\mathcal{S} = \{-4; 5\}$ e) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{6}{13}\right\}$
 b) $\mathcal{S} = \left\{\frac{2}{7}; 0\right\}$ d) $\mathcal{S} = \left\{\frac{4}{7}; -\frac{11}{3}\right\}$ f) $\mathcal{S} = \left\{0; \frac{2}{3}\right\}$

1.3 Par exemple : $x^2 - 5x - 50$ $-x^2 + 5x + 50$ $10x^2 - 50x - 500$

1.4 Par exemple : $x^2 - 14x + 49$

1.5 Par exemple : $49x^2 + 14x + 1$

1.6 Par exemple : $15x^2 - 8x + 1$

1.7 a) $\mathcal{S} = \{-2; -5\}$ d) $\mathcal{S} = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$ g) $\mathcal{S} = \{10; -1\}$ j) $\mathcal{S} = \{0; 10\}$
 b) $\mathcal{S} = \{1; 2\}$ e) $\mathcal{S} = \emptyset$ h) $\mathcal{S} = \{-2; 2\}$ k) $\mathcal{S} = \left\{\frac{9}{7}; -3; 3\right\}$
 c) $\mathcal{S} = \left\{0; \frac{1}{5}\right\}$ f) $\mathcal{S} = \{3\}$ i) $\mathcal{S} = \{3; 2\}$ l) $\mathcal{S} = \{0; -11\}$

1.8 a) $\mathcal{S} = \{0,3; -0,7\}$ d) $\mathcal{S} = \{-3\}$ g) $\mathcal{S} = \{1; 2\}$ j) $\mathcal{S} = \{0; 1\}$
 b) $\mathcal{S} = \{0; 7\}$ e) $\mathcal{S} = \{5; -1\}$ h) $\mathcal{S} = \{-1; -2\}$ k) $\mathcal{S} = \{0; 4\}$
 c) $\mathcal{S} = \{5; -2\}$ f) $\mathcal{S} = \{5; -5\}$ i) $\mathcal{S} = \{7\}$ l) $\mathcal{S} = \{0; 2\}$

1.9 a) $\mathcal{S} = \left\{2; -\frac{3}{2}\right\}$ e) $\mathcal{S} = \{-4\}$ i) $\mathcal{S} = \{-0,2\}$
 b) $\mathcal{S} = \{4; 1\}$ f) $\mathcal{S} = \{1 + \sqrt{13}; 1 - \sqrt{13}\}$ j) $\mathcal{S} = \{0,4; -3\}$
 c) $\mathcal{S} = \left\{0; \frac{5}{2}\right\}$ g) $\mathcal{S} = \left\{\frac{7 + \sqrt{37}}{2}; \frac{7 - \sqrt{37}}{2}\right\}$ k) $\mathcal{S} = \emptyset$
 d) $\mathcal{S} = \{-\sqrt{15}; \sqrt{15}\}$ h) $\mathcal{S} = \left\{\frac{1}{6}; 0\right\}$ l) $\mathcal{S} = \left\{\frac{8 + \sqrt{88}}{6}; \frac{8 - \sqrt{88}}{6}\right\}$

1.10 a) $\mathcal{S} = \{-3; -7\}$ e) $\mathcal{S} = \{-10\}$ i) $\mathcal{S} = \{1; 5\}$
 b) $\mathcal{S} = \left\{1; \frac{2}{5}\right\}$ f) $\mathcal{S} = \{4; 6\}$ j) $\mathcal{S} = \left\{\frac{-7 + \sqrt{13}}{6}; \frac{-7 - \sqrt{13}}{6}\right\}$
 c) $\mathcal{S} = \emptyset$ g) $\mathcal{S} = \{2; 3\}$ k) $\mathcal{S} = \left\{\frac{2}{7}\right\}$
 d) $\mathcal{S} = \{2\}$ h) $\mathcal{S} = \{-1; 6\}$

1.11 a) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right\}$ c) $\mathcal{S} = \{0; -\sqrt{8}; \sqrt{8}\}$ e) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{10}{3}; \frac{10}{3}; 9\right\}$
 b) $\mathcal{S} = \{0; 8\}$ d) $\mathcal{S} = \{3\}$

1.12	a) $\mathcal{S} = \left\{ -5; 2 \right\}$	d) $\mathcal{S} = \left\{ -5; -2 \right\}$	g) $\mathcal{S} = \left\{ -1; \frac{8}{3} \right\}$
	b) $\mathcal{S} = \left\{ -1; \frac{4}{3} \right\}$	e) $\mathcal{S} = \left\{ -2; -\frac{1}{5} \right\}$	
	c) $\mathcal{S} = \left\{ -3; -\frac{1}{3} \right\}$	f) $\mathcal{S} = \left\{ -10 \right\}$	

1.13	a) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{2}{5}; \frac{8}{5} \right\}$	c) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{3}{2}; \frac{2}{3} \right\}$	e) $\mathcal{S} = \left\{ 8; -\frac{2}{3} \right\}$
	b) $\mathcal{S} = \left\{ \frac{3}{10}; \frac{2}{5} \right\}$	d) $\mathcal{S} = \left\{ 0 \right\}$	f) $\mathcal{S} = \left\{ -1; 0 \right\}$

1.14	a) $\mathcal{S} = \left\{ 0; \frac{3}{8} \right\}$	e) $\mathcal{S} = \left\{ -5; 0; 5 \right\}$	i) $\mathcal{S} = \left\{ 1; 3 \right\}$
	b) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{5}{3}; 0 \right\}$	f) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{4}; \frac{1}{4} \right\}$	j) $\mathcal{S} = \left\{ -3; 0; 3 \right\}$
	c) $\mathcal{S} = \emptyset$	g) $\mathcal{S} = \left\{ 2; 4 \right\}$	k) $\mathcal{S} = \left\{ -13; 14 \right\}$
	d) $\mathcal{S} = \left\{ -4; 4 \right\}$	h) $\mathcal{S} = \left\{ 7; 1 \right\}$	l) $\mathcal{S} = \left\{ 0 \right\}$

1.15	a) $\mathcal{S} = \left\{ 0 \right\}$	c) $\mathcal{S} = \emptyset$	e) $\mathcal{S} = \left\{ -4; 9 \right\}$
	b) $\mathcal{S} = \left\{ -3 \right\}$	d) $\mathcal{S} = \left\{ 0; 9; -9 \right\}$	f) $\mathcal{S} = \left\{ -125; 1 \right\}$

1.16	a) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{3}{7}; \frac{4}{11} \right\}$	e) $\mathcal{S} = \left\{ -3; -1; 0 \right\}$	i) $\mathcal{S} = \left\{ -1; 0; 1 \right\}$
	b) $\mathcal{S} = \left\{ 0; 2 \right\}$	f) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{5}; 1 \right\}$	j) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{2}{5}; \frac{2}{5} \right\}$
	c) $\mathcal{S} = \left\{ 2; -\frac{1}{3} \right\}$	g) $\mathcal{S} = \left\{ \frac{9}{2}; 2 \right\}$	k) $\mathcal{S} = \left\{ \frac{1}{2} \right\}$
	d) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{4}{3}; \frac{4}{3}; 0 \right\}$	h) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{1}{13}; \frac{1}{13} \right\}$	l) $\mathcal{S} = \left\{ 3 \right\}$

1.17 Le rayon du cylindre est $\sim 6,91$ cm.

1.18 Les nombres sont 10, 11, 12, 13 et 14.

1.19 Les côtés du triangle rectangle mesurent 1,1 cm, 6 cm et 6,1 cm.

1.20

a) La fusée se trouve à 60 m du sol après $\sim 2,6$ s, puis après $\sim 4,8$ s.

b) la fusée retombe sur le sol après $\sim 7,3$ s.

1.21 Les pizzas d'hier étaient des carrés de 16 cm de côté et celles d'aujourd'hui des rectangles de 32 cm sur 8 cm.

1.22 Le dressing est de 1,5 m sur 4 m et la chambre de 4 m sur 4 m. L'autre solution n'est pas réaliste : dressing de 1,5 m sur 4 m et chambre de 1,5 m sur 1,5 m.

1.23

a) On peut peindre 210 m^2 .

b) La pièce peut mesurer au maximum 4,3 m sur 4,3 m environ.

1.24 Le rayon s'est agrandi de $\sim 1,99$ km.

1.25 La largeur sera augmentée de 80 m.

a) La distance parcourue par le rat est de 5,8 m.

1.26 b) Ils ont la même vitesse, car ils ont parcouru la même distance en un même temps.

c) Le chat doit viser à $\sim 1,5$ m du mur.

1.27 Les bases du trapèze mesurent 1,5 m et 2,5 m. Sa hauteur est de 1,8 m.

1.28 La largeur du cadre est de 10 mm.

1.29 La façade est mesurée 16 m.

1.30 a) Il aura dépensé CHF 584.– en un an.

b) Le taux sera de 6,1%.

1.31 a) La prime sera de CHF 561,80

c) Le taux est de 15,5% environ.

b) Elle était de CHF 445.– environ.

1.32 a) $(3x+1)(2x-1)$

c) $(10x-3)(2x-7)$

e) $(3x+2)^2$

b) $(5x-3)(x+4)$

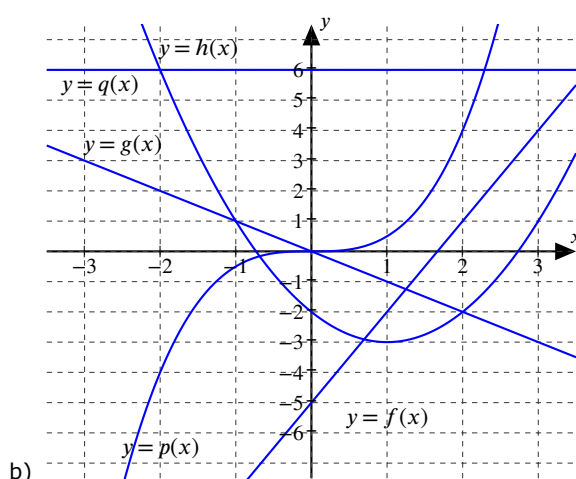
d) $(x+9)(4x-3)$

f) $(7x-2)(x-1)$

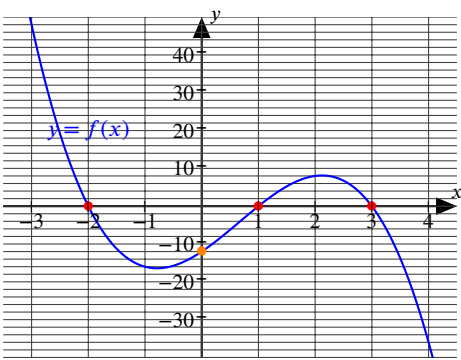
5.2 Fonctions affines

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x) = 3x - 5$	-14	-11	-8	-5	-2	1	4
$g(x) = -x$	3	2	1	0	-1	-2	-3
a) $h(x) = x^2 - 2x - 2$	13	6	1	-2	-3	-2	1
$p(x) = \frac{1}{2}x^3$	$-\frac{27}{2}$	-4	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	4	$\frac{27}{2}$
$q(x) = 6$	6	6	6	6	6	6	6

2.1



x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	48	0	-16	-12	0	8	0	-36

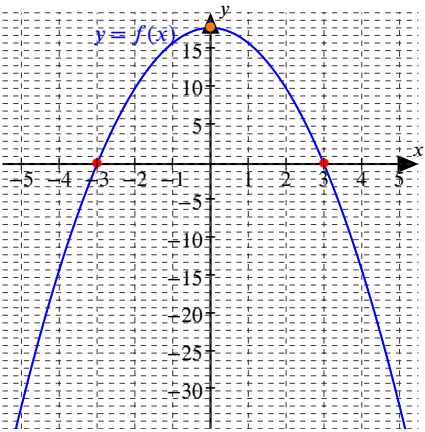


2.2

Ordonnée à l'origine : $f(0) = -12$
Zéros : $\{-2; 1; 3\}$

Ordonnée à l'origine : $f(0) = 18$
Zéros : $\{-3; 3\}$

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-32	-14	0	10	16	18	16	10	0	-14	-32



2.3

- a) -72 b) 0 c) 8 d) 3 e) 8 f) -128

2.4

Les fonctions des points a), d) et f) s'annulent pour $x = -8$.

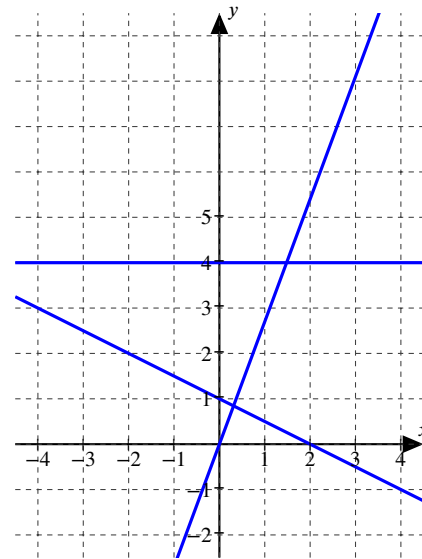
2.5 Ce sont les graphes a), c) et e).

2.6

Fonction	a)	b)	c)	d)	e)	f)
Ordonnée à l'origine	16	0	-35,1	3	0	-128
Zéros	-	0	-6,5	-8	0 et -8	-8 et 8

2.7

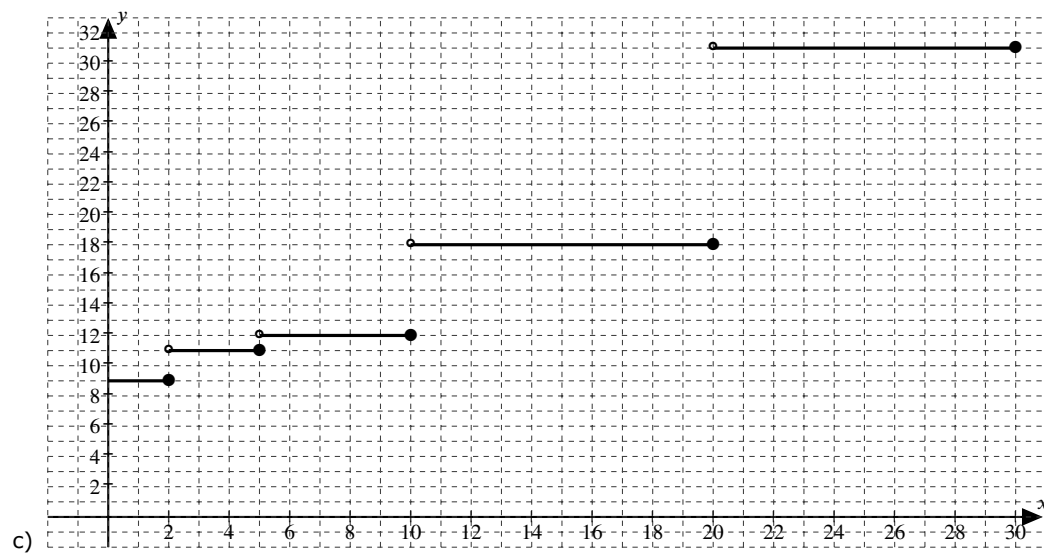
x	$f(x)$	$g(x)$	$h(x)$
-5	4	-13,5	$\frac{7}{2}$
-4	4	-10,8	3
-3	4	-8,1	$\frac{5}{2}$
-2	4	-5,4	2
-1	4	-2,7	$\frac{3}{2}$
0	4	0	1
1	4	2,7	$\frac{1}{2}$
2	4	5,4	0
3	4	8,1	$-\frac{1}{2}$
4	4	10,8	-1
5	4	13,5	$-\frac{3}{2}$



a) Non

b) Oui

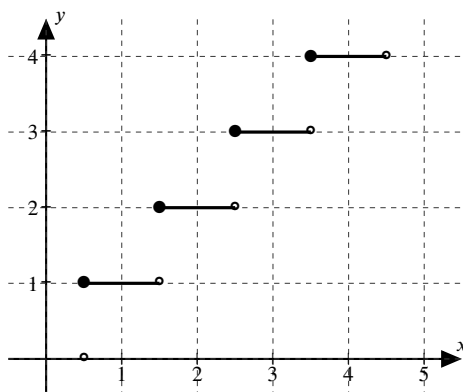
2.8



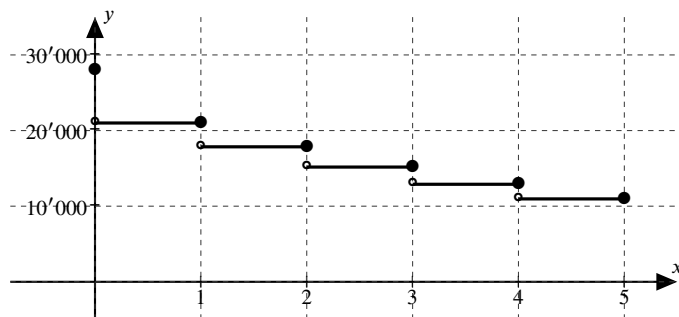
x : masse du colis en kg

y : prix en CHF

2.9



2.10



x : nombre d'années

y : valeur de la voiture en CHF

$$f(0) = 28'000$$

$$f(1) = 21'000$$

$$f(2) = 17'850$$

$$f(3) = 15'172,5$$

$$f(4) = 12'896,625$$

$$f(5) = 10'962,13125$$

2.11

a) Oui, $p \mapsto C(p) = \frac{p}{4}$.

c) Non, par exemple on ne sait pas si $9 \mapsto 3$ ou -3 .

b) Non, il peut y avoir plusieurs élèves qui ont la même taille.

d) Oui.

2.12

a) Aire : $y = x^2$

f) Capital : $y = \frac{500 \cdot 360}{0,003 \cdot x} = \frac{60'000'000}{x}$

b) Aire : $y = 39x$

c) Largeur : $y = \frac{400}{x}$

g) Prix du kg de tomates : CHF $\frac{3,90}{0,5} = 7,80$

d) Largeur : $y = 120 - x$

Coût : $y = 7,80 \cdot x$

e) Intérêt : $y = 10'000 \cdot 0,005 \cdot \frac{x}{360} = 0,138 \cdot x = \frac{5}{36} \cdot x$

2.13

a) -1

b) 5

c) -10

d) -7

e) -5

f) $-\frac{43}{4}$

2.14

a) 27

e) -13

h) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{3}{4} \right\}$

k) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{11}{4} \right\}$

b) 11

f) $-\frac{23}{3}$

i) $\mathcal{S} = \left\{ -\frac{11}{8} \right\}$

l) $\mathcal{S} = \left\{ \frac{13}{12} \right\}$

c) 15

g) $\mathcal{S} = \{1\}$

j) $\mathcal{S} = \{-2\}$

d) 3

2.15

x	0	-3	8	u	$3u$	$u-2$	$-\frac{21}{2}$	19	$\frac{7}{2}$
$f(x) = -2x+7$	7	13	-9	$-2u+7$	$-6u+7$	$-2u+11$	28	-31	0

2.16

a) $f(0) = 2, f(3) = \frac{1}{2}, f(-2) = 3$

b) $x = -4$

c) $x = 4$

2.17

a) $(2; 13)$ non

$(2; 27)$ oui

$(-1; 3)$ oui

$(1; -3)$ non

b) $(2; 27)$

$(-\frac{7}{2}; -17)$

$(0; 11)$

$(-\frac{3}{4}; 5)$

$(1; 19)$

$(\frac{3}{5}; \frac{79}{5})$

$(-\frac{11}{8}; 0)$

$(-2; -5)$

A) $(6; 1)$ oui

$(1; 6)$ non

$(2; 8)$ non

$(8; 2)$ oui

B) $(10; 3)$

$(-1; -\frac{5}{2})$

$(0; -2)$

$(4; 0)$

$(12; 4)$

$(9; \frac{5}{2})$

2.18

C) (i) 3

(ii) -2

(iii) $-0,5$

(iv) $-\frac{3}{2}$

(v) $-\frac{5}{2}$

(vi) $-\frac{7}{2}$

(i) $\mathcal{S} = \{-2\}$

(ii) $\mathcal{S} = \{4\}$

(iii) $\mathcal{S} = \{0\}$

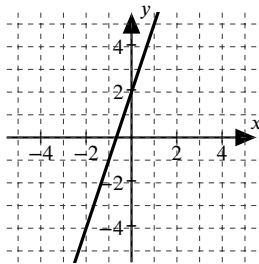
(iv) $\mathcal{S} = \{12\}$

(v) $\mathcal{S} = \{1\}$

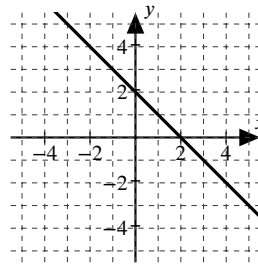
(vi) $\mathcal{S} = \{14\}$

2.19

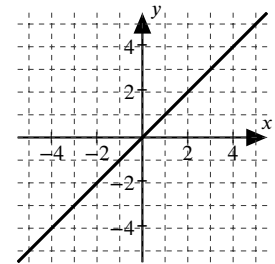
a) $m = 3, h = 2$



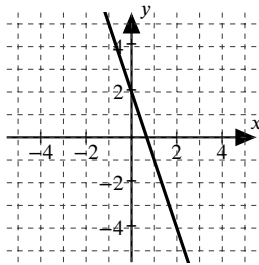
c) $m = -1, h = 2$



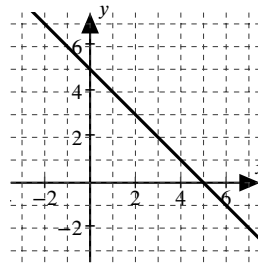
e) $m = 1, h = 0$



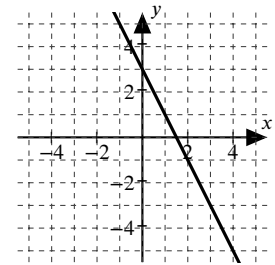
b) $m = -3, h = 2$



d) $m = -1, h = 5$

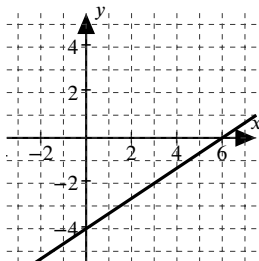


f) $m = -2, h = 3$

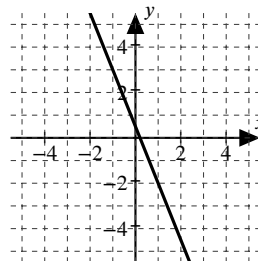


2.20

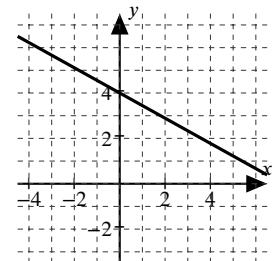
a) $m = \frac{2}{3}, h = -4$



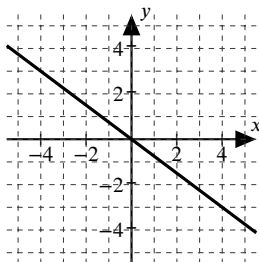
c) $m = -\frac{5}{2}, h = \frac{1}{2}$



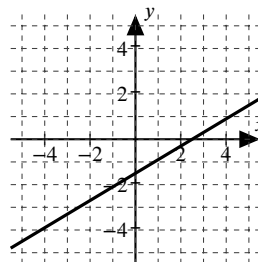
e) $m = -\frac{5}{9}, h = 4$



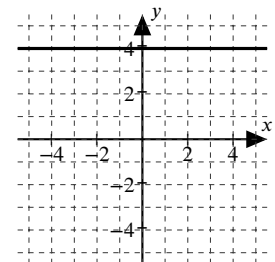
b) $m = -\frac{3}{4}, h = 0$



d) $m = \frac{3}{5}, h = -\frac{3}{2}$



f) $m = 0, h = 4$



2.21

a) $m = 1,7, h = 0$

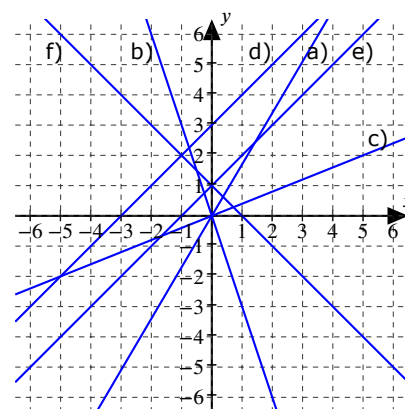
b) $m = -3, h = 0$

c) $m = \frac{2}{5}, h = 0$

d) $m = 1, h = 3$

e) $m = 1, h = 1$

f) $m = -1, h = 1$



a) $m = -3,3$, $h = -6,1$

b) $m = -\frac{3}{4}$, $h = 0$

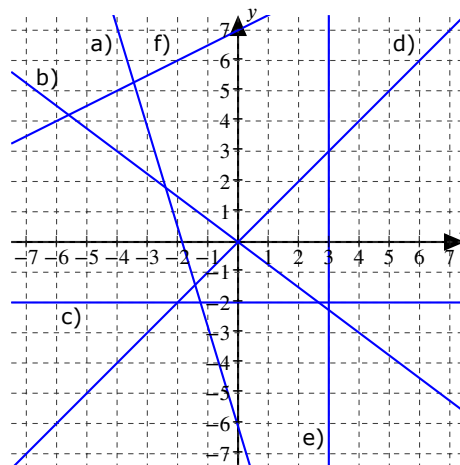
c) $m = 0$, $h = -2$

2.22

d) $m = 1$, $h = 0$

e) n'est pas un graphe

f) $m = \frac{1}{2}$, $h = 7$



2.23

$f(x) = \frac{1}{4}x + 3$

$g(x) = \frac{1}{2}x - 2$

$h(x) = -\frac{1}{4}x - 2$

2.24

$f(x) = -\frac{1}{5}x + 2$

$g(x) = x$

$h(x) = \frac{5}{3}x - 3$

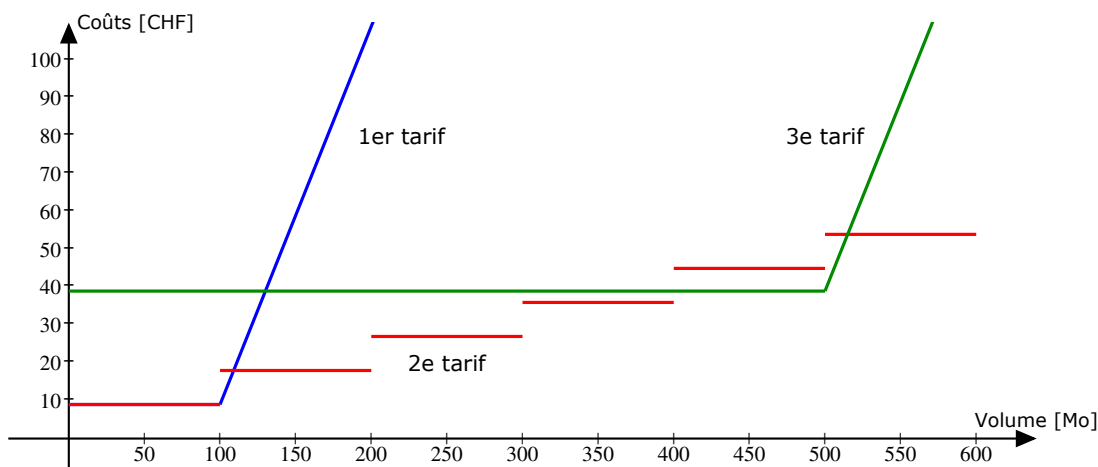
$i(x) = 3$

2.25

a) 6 cm ; 14 cm ; 22 cm

b) Entre 11h et 11h15 ; à 5h.

2.26



2.27

a) oui, $f_1(x) = \frac{2}{3}x - 4$

d) non

g) oui, $f_7(x) = 4x - 3$

b) non

e) non

h) oui, $f_8(x) = 0x + 5$

c) oui, $f_3(t) = -\frac{2}{3}t + \frac{5}{3}$

f) oui, $f_6(x) = \sqrt{2} \cdot x - \frac{1}{2}$

i) non

2.28

a) Non

b) Oui, $f(n) = \frac{C_0 t}{360}n + 0$

c) Non

2.29

a) A non

B non

C oui

D oui

d) d_1 oui

d_2 non

d_3 oui

b) A oui

B non

C non

D oui

e) $(2; -5)$

$(\frac{3}{5}; \frac{31}{5})$

$(\frac{3}{4}; 5)$

$(\frac{11}{8}; 0)$

c) d_1 oui

d_2 non

d_3 oui

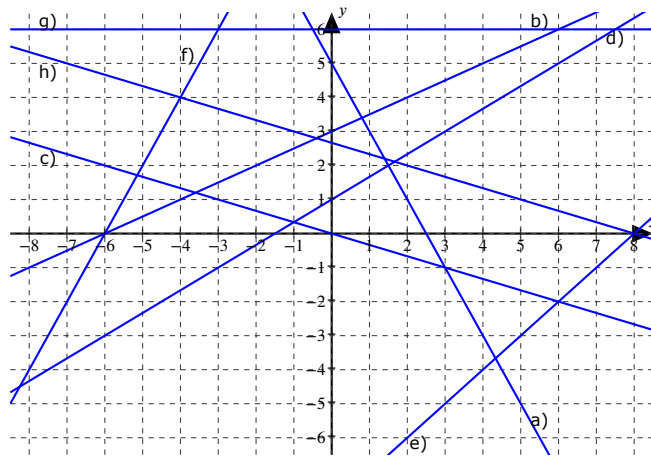
f) $(8; -3)$

$(-4; 6)$

$(6,4; -1,8)$

$(0; 3)$

2.30



2.31

a) $y = 2x - 11$

c) $y = -0,5x + 1,5$

e) $y = \frac{3}{4}x - 9$

g) $y = 8$

b) $y = -3x$

d) $y = \frac{2}{3}x + 1$

f) $y = -2x + 13$

h) $y = 2x + 1,4$

2.32

a) $f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$

c) $d(t) = -70t + 350$

b) $f(x) = -1,4x + 3,8$

2.33

a) $y = -x + 3$

b) $y = 2x$

c) $y = \frac{19}{10}x + 6$

d) $f(x) = -5x + 2,5$

2.34

a) $f(x) = -x + 10$

b) $g(x) = 3x + 20$

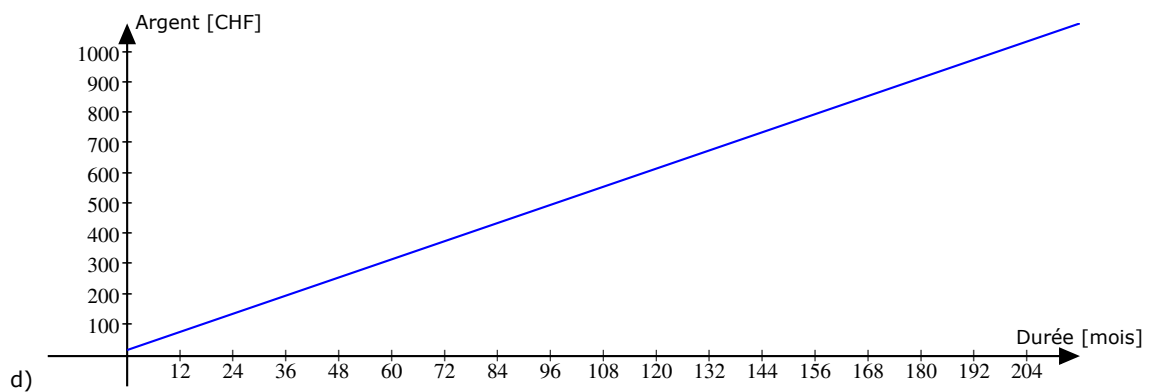
c) $h(x) = -4x + 7$

a) $S(x) = 5x + 20$

b) CHF 935.-

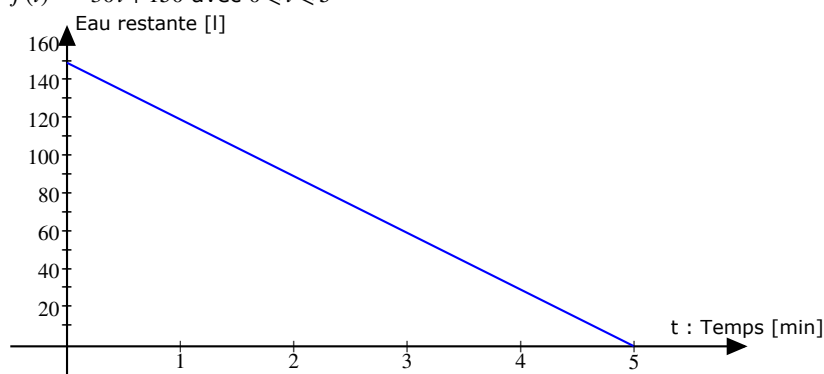
c) 16 ans et 4 mois

2.35



$f(t) = -30t + 150$ avec $0 \leq t \leq 5$

2.36

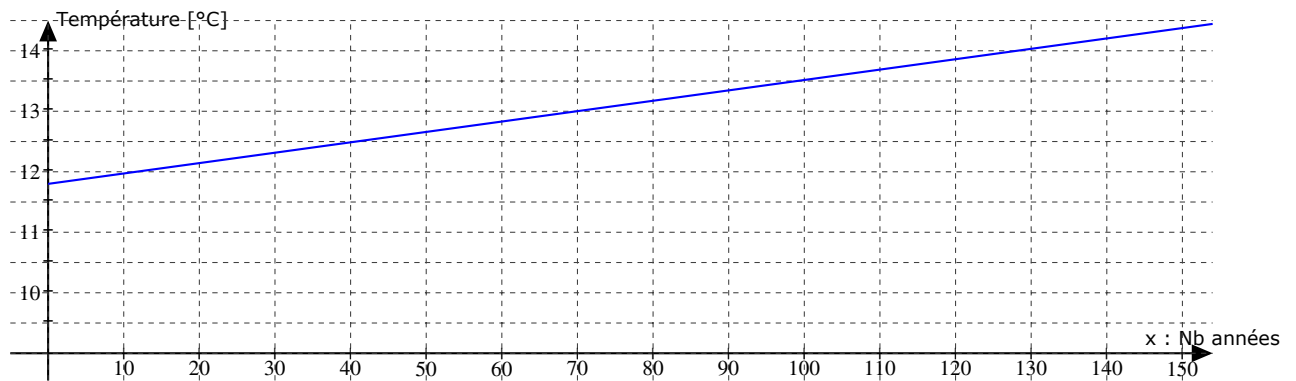


a) $T(x) = \frac{17}{990}x + 11,8$

b) en 1910

c) 14,0 °C

2.37

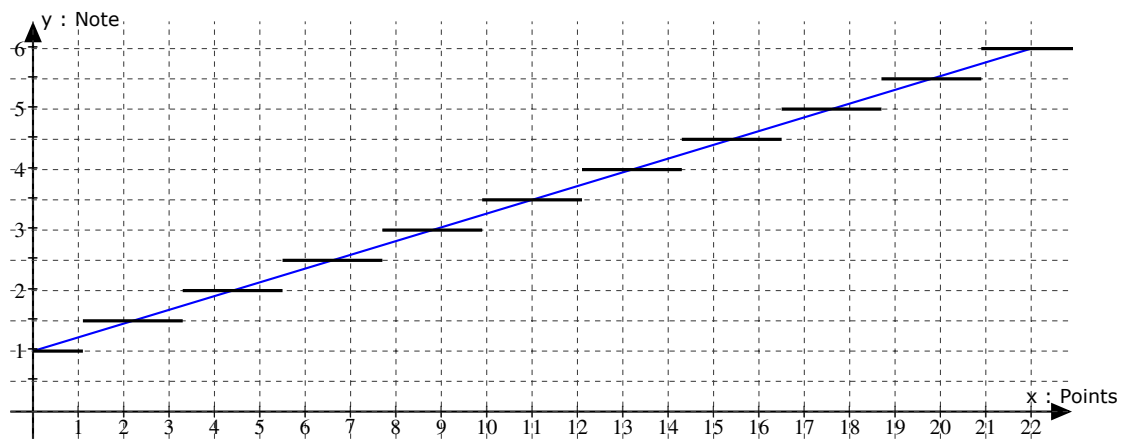


a) $f(n) = \frac{5}{22}n + 1$

b) 5

c) 12,1 points

2.38

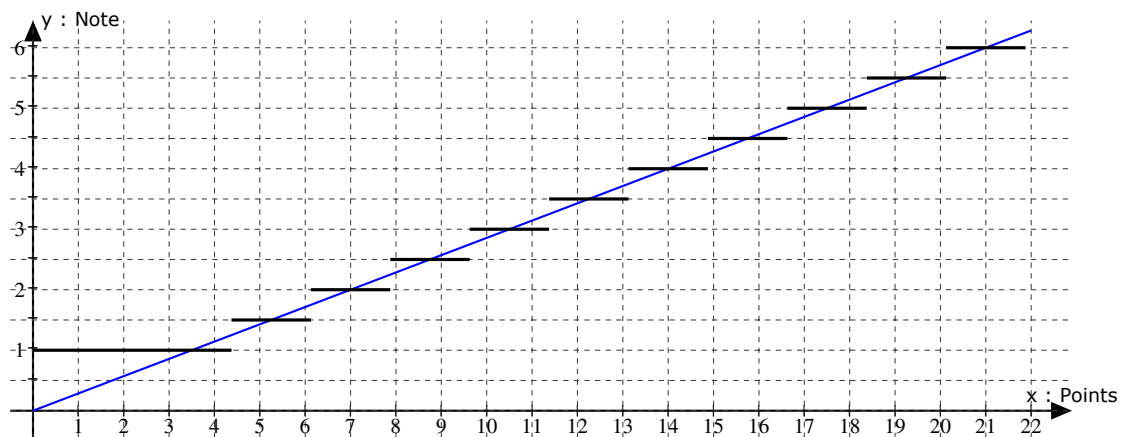


a) $g(n) = \frac{6}{21}n$

b) 5,5

c) 13,125 points

2.39



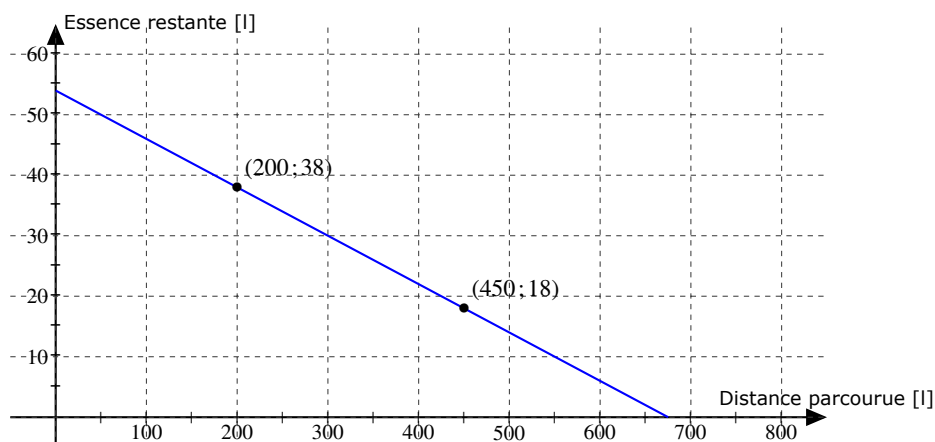
a) $f(x) = -\frac{2}{25}x + 54$

c) 54 l

d) 8 l/100km

e) 675 km

2.40



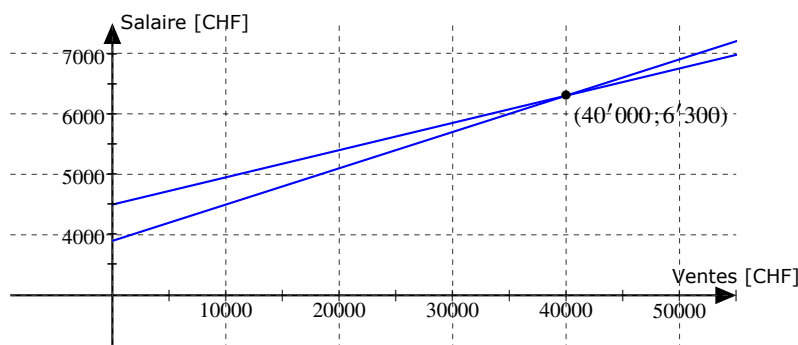
a) $f_A(x) = 0,06x + 3'900$

c) CHF 40'000

d) La proposition B

$f_B(x) = 0,045x + 4'500$

2.41



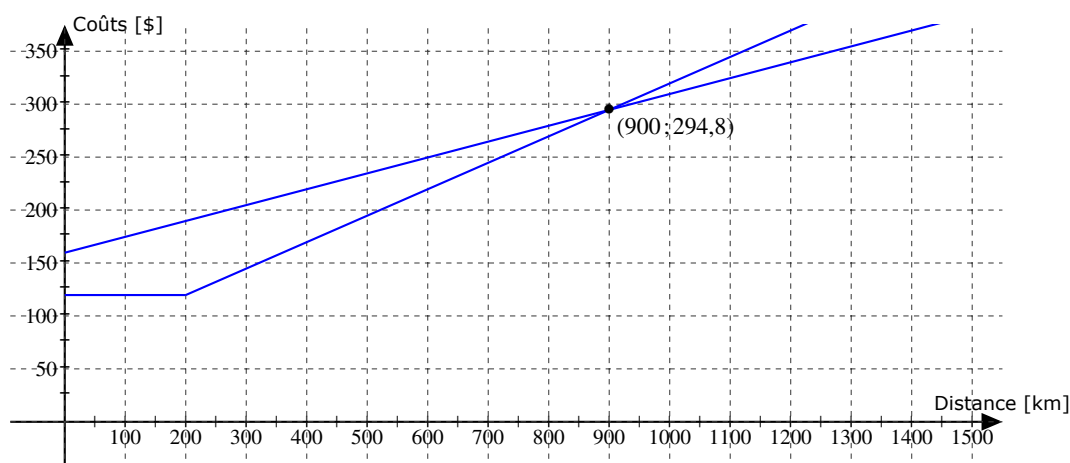
a) Offre A : 194,80 \$ et

offre B : 234,80 \$

b) $C_A(x) = \begin{cases} 119,8, & \text{si } x \leq 200 \\ 0,25x + 69,8, & \text{si } x > 200 \end{cases}$
 $C_B(x) = 0,15x + 159,8$

c) L'offre A jusqu'à 900 km, puis l'offre B à partir de 900 km

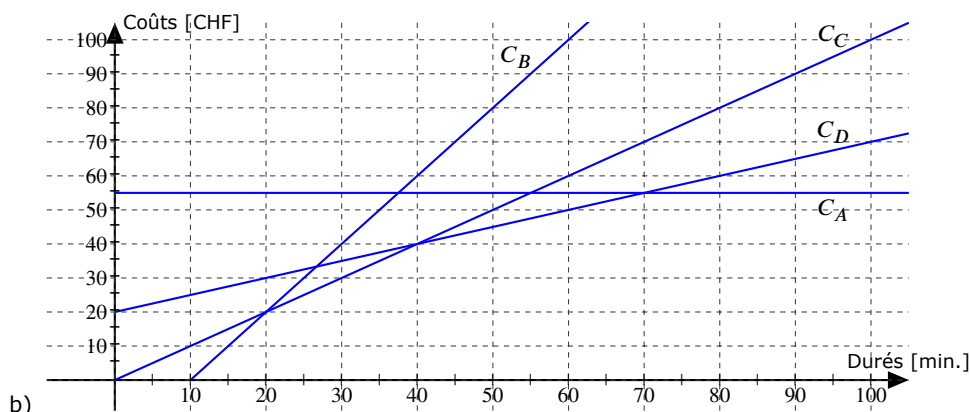
2.42



a)

Minutes	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Tout inclus	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55	55
Pas cher	0	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180
Prepaid	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
De base	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70

2.43



b)

c) $C_A(x) = 55$, constante

$$C_B(x) = \begin{cases} 0 & , \text{ si } 0 \leq x < 10, \text{ constante} \\ 2(x-10) & , \text{ si } x \geq 10, \text{ affine} \end{cases}$$

 $C_C(x) = x$, linéaire $C_D(x) = 0.5x + 20$, affine

d) L'offre "Pas cher" est la plus avantageuse de 0 à 20 minutes.

L'offre "Prepaid" est la plus avantageuse de 20 à 40 minutes.

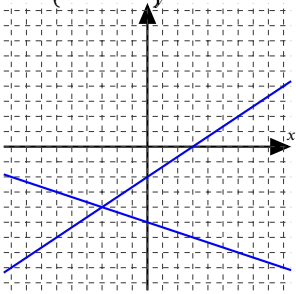
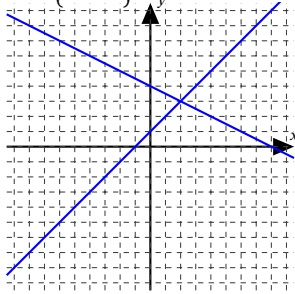
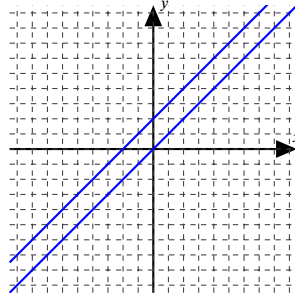
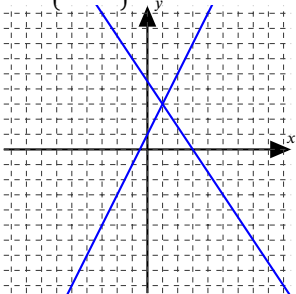
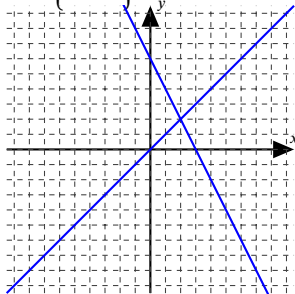
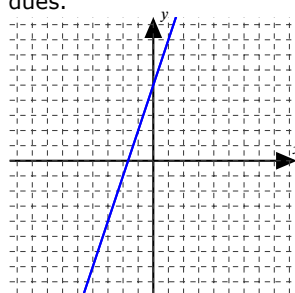
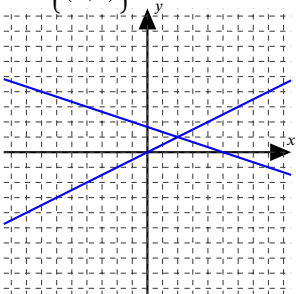
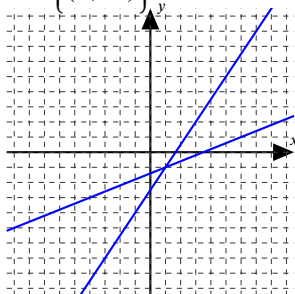
L'offre "De base" est la plus avantageuse de 40 à 70 minutes.

L'offre "Tout inclus" est la plus avantageuse à partir de 70 minutes.

5.3 Systèmes d'équations

3.1	a) non	d) oui, $5x + y = 2$	g) non
	b) non	e) oui, $\frac{1}{2}x - 4y = \frac{3}{2}$	h) non
	c) oui, $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 8$	f) non	i) oui, $\sqrt{7}x - \sqrt{5}y = 0$

3.2	a) oui	b) non
-----	--------	--------

3.3	a) $\mathcal{S} = \{(-3; -4)\}$	d) $\mathcal{S} = \{(2; 3)\}$	g) $\mathcal{S} = \emptyset$ Les deux droites sont parallèles.
			
	b) $\mathcal{S} = \{(1; 3)\}$	e) $\mathcal{S} = \{(2; 2)\}$	h) Système indéterminé Les deux droites sont confondues.
			
	c) $\mathcal{S} = \{(2; 1)\}$	f) $\mathcal{S} = \{(1; -1)\}$	
			

3.4	a) $\mathcal{S} = \{(2; 3)\}$	b) $\mathcal{S} = \{(-1; -9)\}$	c) $\mathcal{S} = \{(-18; 21)\}$
-----	-------------------------------	---------------------------------	----------------------------------

3.5	a) $\mathcal{S} = \{(7; 12)\}$	b) $\mathcal{S} = \{(\frac{76}{53}; \frac{28}{53})\}$	c) $\mathcal{S} = \{(-6; 3)\}$
-----	--------------------------------	---	--------------------------------

3.6	a) $\mathcal{S} = \{(2; -1)\}$	f) $\mathcal{S} = \{(1; 0)\}$	k) $\mathcal{S} = \emptyset$
	b) $\mathcal{S} = \{(5; -10)\}$	g) indéterminé	l) $\mathcal{S} = \{(3; 2)\}$
	c) $\mathcal{S} = \{(\frac{4}{5}; \frac{337}{25})\}$	h) $\mathcal{S} = \{(7; 3)\}$	m) $\mathcal{S} = \{(6; 7)\}$
	d) $\mathcal{S} = \emptyset$	i) $\mathcal{S} = \{(8; 5)\}$	n) $\mathcal{S} = \{(\frac{1}{6}; -\frac{21}{2})\}$
	e) $\mathcal{S} = \{(\frac{1}{6}; \frac{2}{3})\}$	j) $\mathcal{S} = \{(\frac{7}{12}; \frac{4}{9})\}$	o) $\mathcal{S} = \emptyset$

3.7 Les nombres sont 99 et 555.

3.8 Il y a 21 pièces de CHF 2.– et 19 pièces de CHF 5.–.

3.9 Il y a 35 poules et 15 lapins.

3.10 $1' = 0,3 \text{ m}$ et $1'' = 0,0\bar{3} \text{ m}$

3.11 Pinocchio a dit 7 mensonges.

3.12 $a = -2$ et $b = 3$

3.13 Les combinaisons de trajets sont

$\frac{2t}{3t}$	2	5	8	11
	7	5	3	1

3.14 Le prix du kilomètre parcouru est de CHF 3,40 et la prise en charge de CHF 6.–.

3.15 Jean doit prévoir CHF 105,60. La redevance fixe est de CHF 40.– et la taxe variable de CHF 0,80/1'000 litres.

3.16 Le supplément pour les heures supplémentaires est de CHF 5.–/heure ; la semaine normale compte 44 heures.

3.17 Les solutions contiennent respectivement 15% et 10% de sel.

3.18 Il y a 5,4 kg de couleur A et 6,6 kg de B.

Références

- [1] S. Amaudruz : Mathématiques 1C. CADEV - n° 30'005, 2016.
- [2] H. Bovet : Diplôme 1D. CH-1608 Oron-le-Châtel, 2008.
- [3] G. Charrière : L'algèbre mode d'emploi, 1995.
- [4] CRM : Calcul numérique exercices. Num. 12 de Monographies de la CRM. CRM, Genève, éditions du tricorné édn, 1980.
- [5] CRM : Fondamentum de mathématiques - Algèbre. Num. 19 de Monographies de la CRM. CRM, Genève, éditions du tricorné édn, 1986.
- [6] CRM : Fondamentum de mathématiques - Elements de trigonométrie. Num. 22 de Monographies de la CRM. CRM, Genève, éditions du tricorné édn, 1990.
- [7] CRM : Fondamentum de mathématiques - Notions élémentaires. Num. 27 de Monographies de la CRM. CRM, 2400 Le Locle, g d'encre édn, 2015.
- [8] T. Fernandes et C. Mirabille : Cours et exercices de mathématiques 1C. Gymnase d'Yverdon, 2016-2017.
- [9] J.-P. Javet : Cours et exercices. Gymnase de Morges.
- [10] J.-P. Javet : Mathématiques 1C. <http://www.javmath.ch>, 2016.
- [11] J.-P. Marville et M. Nicollerat : Cours et exercices. Gymnase du Bugon.
- [12] D. Müller : Cours et exercices. Lycée de Porrentruy.
- [13] S. Ostermann : Cours et exercices. Gymnase de Burier.
- [14] S. Pahud : Géométrie expérimentale i, ii et iii. Genève, 1989.
- [15] K. Studer et P. Frommenwiler : Mathématiques pour la maturité. Algèbre et analyse de données. Cornelsen Schweiz, 2014.
- [16] E. W. Swokowski et J. A. Cole : Algèbre, 1998.

Malgré le soin apporté lors de sa conception, ce document contient certainement quelques erreurs. Merci de participer à son amélioration en envoyant un mail à :

sarah.delmonico@eduvaud.ch
marcandre.jaquemet@eduvaud.ch
cedric.delmonico@eduvaud.ch

Version du 22 mai 2023