

1E

Mathématiques

Semestre 1

Sarah Delmonico
Marc-André Jaquemet
Cédric Delmonico

Gymnases du Bugnon, de Beaulieu et d'Yverdon

2023-2024

Table des matières

1	Calcul numérique	2
1.1	Ensembles de nombres	2
1.2	Relations d'ordre et intervalles	4
1.3	Arrondis	5
1.4	Rappels sur les quatre opérations dans $\mathbb{R}$	6
1.5	Valeur absolue	8
1.6	Divisibilité des nombres entiers	9
1.7	Les fractions	13
1.8	Les pourcentages	17
1.9	Les puissances	18
1.10	La notation scientifique	23
2	Calcul littéral	25
2.1	Monômes	25
2.2	Calculs sur les monômes	26
2.3	Polynômes	27
2.4	Calculs sur les polynômes	27
2.5	Factorisation	29
2.5.1	Mise en évidence	29
2.5.2	Identités remarquables	30
2.5.3	Décomposition du trinôme unitaire de degré 2	31
2.5.4	Combinaison des trois méthodes	31
3	Equations : Généralités et premier degré	32
3.1	Définition d'une équation	32
3.2	Equations du premier degré	34
3.3	Équations de degré zéro	35
3.4	Applications	36
4	Exercices	37
4.1	Calcul numérique	37
4.2	Calcul littéral	55
4.3	Equations : Généralités et premier degré	61
5	Solutions	66

1 Calcul numérique

1.1 Ensembles de nombres

On classe les nombres dans différents ensembles :

- Les nombres entiers positifs sont appelés **nombres entiers naturels**.

Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{N}$.

Ils servent à dénombrer, c'est-à-dire à compter combien il y a d'objets, de personnes ...

$$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; 5; \dots\}$$

- Les nombres entiers qui sont positifs ou négatifs sont appelés **nombres entiers relatifs**.

Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{Z}$.

Ils servent à indiquer la différence par rapport à une référence, qui peut être par exemple le rez-de-chaussée, la température 0°C , l'altitude de la mer ...

$$\mathbb{Z} = \{\dots; -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3; \dots\}$$

- Les nombres pouvant s'écrire sous la forme d'une fraction sont appelés **nombres rationnels**.

Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{Q}$.

Un nombre rationnel peut aussi être écrit sous forme de nombre à virgule.

$\mathbb{Q}$ est composé des nombres entiers, des nombres avec un développement décimal fini (**nombres décimaux**) et des nombres périodiques.

Exemple : Justifier pourquoi les nombres 7, 0,7 et $0,\bar{7}$ sont rationnels.

On s'en sert dans toutes sortes de situations : $\frac{3}{4}$ d'heure, 1,74 m, un solde de CHF -37,50 ...

$$\mathbb{Q} = \{\dots; -98,45; \dots; -\frac{7}{5}; \dots; -1; \dots; \frac{1}{4}; \dots; 1,\bar{3}; \dots; 80'000; \dots\}$$

- Les nombres utilisés dans la vie de tous les jours sont appelés **nombres réels**.

Leur ensemble est désigné par le symbole $\mathbb{R}$.

En plus des nombres rationnels, il contient les **nombres irrationnels**, comme $\sqrt{7}$, π , ..., qui sont les nombres à virgule avec un développement décimal infini non périodique.

$$\mathbb{R} = \{\dots; -98,45; \dots; -\pi; \dots; -\frac{7}{5}; \dots; -1; \dots; 1,\bar{3}; \dots; \sqrt{2}; \dots; 57,10100100010\dots; \dots; 800; \dots\}$$

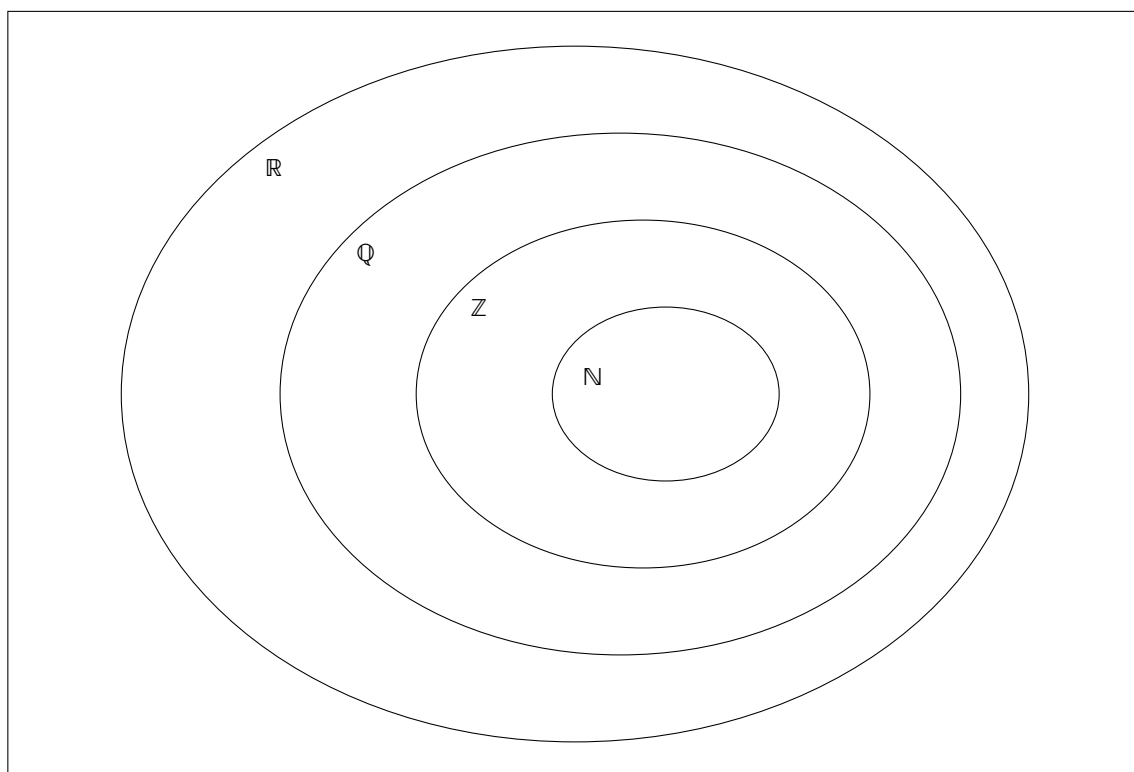
On peut remarquer que les nombres naturels font partie des nombres entiers relatifs, qui font partie des nombres rationnels, qui font partie des nombres réels. On dit que ces ensembles sont strictement inclus les uns dans les autres, ce qui peut se noter mathématiquement :

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$$

On peut représenter ces ensembles à l'aide d'un diagramme de Venn.

Exemple : Placer ces nombres dans le diagramme de Venn.

5	0,15	-8	$\sqrt{-1}$	$2,4\overline{23}$	π	$\frac{3}{4}$
+9	$\sqrt{5}$	-3'000	$\frac{1}{0}$	72,888...	-602,51	$\sqrt{16}$



Notations :

- $4 \in \mathbb{R}$ se lit "quatre appartient aux nombres réels".
- Pour exclure le nombre 0 d'un ensemble, on note * en haut, à côté de l'ensemble.
Exemple : $\mathbb{R}^*$ est l'ensemble des nombres réels non nuls.
- Pour ne garder que les nombres positifs d'un ensemble, on note un + en bas, à côté de l'ensemble.
Exemple : $\mathbb{R}_+$ est l'ensemble des nombres réels positifs.
- Pour ne garder que les nombres négatifs d'un ensemble, on note un - en bas, à côté de l'ensemble.
Exemple : $\mathbb{R}_-$ est l'ensemble des nombres réels négatifs.
- On peut cumuler les deux indications :
Exemple : $\mathbb{R}_-^*$ est l'ensemble des nombres réels négatifs non nuls.
- On peut aussi exclure d'autres nombres :
Exemple : $\mathbb{R} \setminus \{-7,3; -4; 5\}$ est l'ensemble des nombres réels sauf -7,3, -4 et 5.

Remarque : Les accolades $\{ \}$ signifient « ensemble ». On peut écrire tous les nombres d'un ensemble ou en indiquer leur caractéristique : $\{a; b; c\}$ ou $\{x \mid \text{caractéristique}\}$. L'ensemble vide est noté $\emptyset$.

Exemples :

a) $\{1; 2\}$

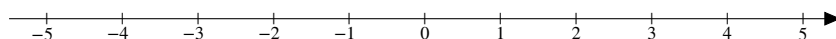
c) $\{0; 2; 4; 6; 8; 10; \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est pair}\}$

b) $\{-2; 3; 8\}$

d) $\{0; 3; 6; 9; 12; 15; \dots\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ est multiple de } 3\}$

1.2 Relations d'ordre et intervalles

L'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ peut se représenter par un axe, appelé **droite numérique**.



Lorsqu'on compare deux nombres a et b , celui qui est situé le plus à gauche sur la droite numérique est le plus petit.

Les **relations d'ordre** entre des nombres réels sont notées :

$a < b$

 a est **strictement plus petit que** b

$2 < 7$

$-7 < -2$

$a > b$

 a est **strictement plus grand que** b

$8 > 5$

$3,2 > 3,15$

$a \leq b$

 a est **plus petit ou égal à** b

$3 \leq 5$

$3 \leq 3$

$a \geq b$

 a est **plus grand ou égal à** b

$-2 \geq -5$

$3 \geq 3$

"Plus petit que" se dit aussi "**inférieur à**" et "plus grand que" se dit aussi "**supérieur à**".

$a < x < b$

 x est **strictement compris entre** a et b

$1 < \sqrt{2} < 2$

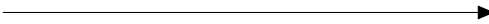
Soit a et $b \in \mathbb{R}$, avec $a < b$.

Un **intervalle** qui a pour **bornes** a et b est l'ensemble de tous les nombres compris entre a et b .

Les bornes peuvent appartenir, ou non, à l'intervalle. On distingue les différents cas de la manière suivante :

intervalle ouvert	$]a ; b[$	$a < x < b$	
intervalle fermé	$[a ; b]$	$a \leq x \leq b$	
intervalle semi-ouvert	$[a ; b[$	$a \leq x < b$	
	$]a ; b]$	$a < x \leq b$	
intervalle généralisé	$[a ; +\infty[$	$a \leq x$	
	$] -\infty ; a]$	$x \leq a$	
	$]a ; +\infty[$	$a < x$	
	$] -\infty ; a[$	$x < a$	

Exemples :

- a) $[-3;7[$ 
- b) $]-\infty;-2[$ 
- c) $]-3,8;\pi]$ 

Exemples : Représenter ces informations sur la droite numérique, puis les noter à l'aide d'une inégalité et finalement d'un intervalle.

a) Le salaire s des employés de l'entreprise se situe entre 4000.– Frs. et 5000.– Frs.

b) Le temps d'attente t est d'au moins 30 minutes.

1.3 Arrondis

Arrondir un nombre permet d'obtenir une valeur approchée avec une certaine précision pour un emploi plus facile. L'arrondi d'un nombre qui n'est pas entier contient bien souvent moins de décimales ; son écriture est donc plus courte.

La définition formelle de l'arrondi dépasse le cadre de ce cours et nous nous contenterons de la méthode ci-dessous.

- Tenir compte du chiffre immédiatement à droite de la précision demandée.
- S'il est égal à 0 ou 1 ou 2 ou 3 ou 4, on garde la valeur de la précision.
(S'il faut arrondir au millier, on garde la valeur du chiffre des milliers).
- S'il est égal à 5 ou 6 ou 7 ou 8 ou 9, on ajoute 1 à la valeur de la précision.
(S'il faut arrondir au millier, on ajoute 1 à la valeur du chiffre des milliers).
- Ramener à zéro la fin du nombre.

Les chiffres plus petit que la précision sont remplacés par des zéros. Donc s'il faut arrondir à partir d'un rang de la partie décimale, cela revient à supprimer ces zéros, à tronquer la fin du nombre.

Les valeurs arrondies sont précédées du signe $\sim$, qui se lit "environ".

Exemples : Arrondir $a = 746,0955$.

- | | |
|--------------------|------------------|
| a) à la centaine : | d) au dixième : |
| b) à la dizaine : | e) au centième : |
| c) à l'unité : | f) au millième : |

Exemple : La population d'une ville est égale à 557'362 habitants. Arrondir le nombre d'habitants à 100'000 près.

1.4 Rappels sur les quatre opérations dans $\mathbb{R}$

Les quatre opérations sont l'addition, la soustraction, la multiplication et la division.

Nous ne parlerons pas ici des calculs en fractions, ni des puissances et des racines. Ces thèmes seront étudiés séparément.

Addition

Les nombres que l'on additionne sont les **termes** et le résultat obtenu est leur **somme**.

Exemples : Calculer.

$$a) (-3) + (+8) =$$

$$d) (-3) + (+5) + (+35) + (-4) =$$

$$b) (-3) + (-8) =$$

$$e) (+1,2) + (-4) =$$

$$c) (+3) + (-8) =$$

$$f) (-3,78) + (-98,59) + (+3,78) =$$

Tout nombre a possède un **opposé** b , tel que $a + b = 0$. L'opposé de a sera noté $-a$.

Exemples : Calculer.

$$a) -(+2) =$$

$$b) -(-3,5) =$$

Soustraction

Soustraire deux nombres c'est additionner au premier l'opposé du deuxième : $a - b = a + (-b)$.

Remarque : Avec cette définition : $a + b = c \implies a = c - b$.

Les nombres que l'on soustrait sont les **termes** et le résultat obtenu est leur **différence**.

Exemples : Calculer.

$$a) (-7) - (+4) =$$

$$c) (+7) - (-4) =$$

$$b) (-7) - (-4) =$$

$$d) (+7,5) - (-7,5) + (-9) - (+6) =$$

Multiplication

Les nombres que l'on multiplie sont les **facteurs** et le résultat obtenu est leur **produit**.

Règle des signes pour la multiplication :

$+$	$\cdot$	$+$	$=$	$+$	$+$	$\cdot$	$-$	$=$	$-$
$-$	$\cdot$	$-$	$=$	$+$	$-$	$\cdot$	$+$	$=$	$-$

Exemples : Calculer. Donner la réponse sous forme décimale.

$$a) 8 \cdot 0,5 =$$

$$c) (-1,2) \cdot 0,4 =$$

$$b) (-4,5) \cdot (-200) =$$

$$d) (-20) \cdot (-20) \cdot (-20) \cdot (-20) =$$

Remarques :

- Si le nombre de facteurs négatifs est pair alors le produit est positif.
- Si le nombre de facteurs négatifs est impair alors le produit est négatif.

Tout nombre a non nul possède un **inverse** b , tel que $a \cdot b = 1$.

Exemples : Calculer.

a) l'inverse de $0,2 =$

b) l'inverse de $-0,25 =$

Division

Diviser a par b c'est multiplier a par l'inverse de b .

On ne peut donc pas diviser par 0, car il n'a pas d'inverse.

Remarque : Avec cette définition, si $a \neq 0$: $a \cdot b = c \implies b = c : a$.

Le nombre que l'on divise est le **dividende**, le nombre par lequel on divise est le **diviseur** et le résultat obtenu est leur **quotient**.

Règle des signes pour la division :

$+:+ = +$	$+: - = -$
$-:- = +$	$-: + = -$

Exemples : Calculer et donner la réponse sous forme décimale.

a) $15 : 3 =$

c) $1,5 : 0,3 =$

e) $(-12) : 0,04 =$

g) $1 : 3 =$

b) $150 : 30 =$

d) $0,15 : 0,03 =$

f) $(-0,12) : (-4) =$

h) $4 : 11 =$

Priorité des opérations

Quand une expression contient plusieurs opérations, on les effectue dans l'ordre suivant :

- les calculs entre parenthèses,
- les puissances et racines,
- les multiplications et divisions,
- les additions et soustractions.

Lorsqu'il y a plusieurs multiplications ou divisions de suite, on doit les effectuer de gauche à droite :

Exemple : $80 : 2 \cdot 5 =$

Idem pour les additions et soustractions :

Exemple : $27 - 3 + 4 =$

Lorsqu'il y a plusieurs parenthèses imbriquées les unes dans les autres, on commence par celle qui se trouve le plus à l'intérieur :

Exemple : $[24 - (3 + 1)] : [2 \cdot (6 - 1)] =$

Exemples : Calculer en écrivant les étapes. Attention aux fausses égalités !

a) $8 + 3 \cdot 4 - (7 + 3) : 2 =$

c) $6 - 3[2(5 + 7) - (8 - 5)] =$

b) $3^2(0,4 + 0,5) =$

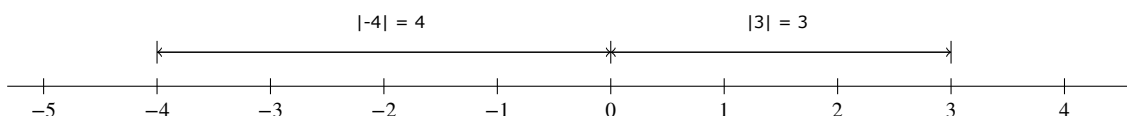
d) $\frac{-23 - 8 : 4 + 25}{-(3 + 2)} =$

1.5 Valeur absolue

La valeur absolue d'un nombre a , notée $|a|$, est le nombre « sans son signe ». Elle est définie mathématiquement par :

$$|a| = \begin{cases} a & \text{si } a \geq 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$$

Sur l'axe des nombres réels $\mathbb{R}$, $|a|$ correspond à la distance ou éloignement entre le nombre a et 0, appelé l'origine.



Exemples :

a) $|13| =$

c) $|4 - 7| =$

e) $|4| - |7| =$

g) $|(-4) \cdot (+7)| =$

b) $|-8,25| =$

d) $|7 - 4| =$

f) $|4| + |-7| =$

h) $|-4| \cdot |+7| =$

Propriété : Pour tout $a, b \in \mathbb{R}$, on a :

i) $|a - b| = |b - a|$

iii) $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$

iv) $|a + b| \neq |a| + |b|$

ii) $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

v) $|a - b| \neq |a| - |b|$

Exemples :

a) $|4 + 5| =$

c) $|-4 + 5| =$

e) $|4 + (-5)| =$

g) $|4 - 5| =$

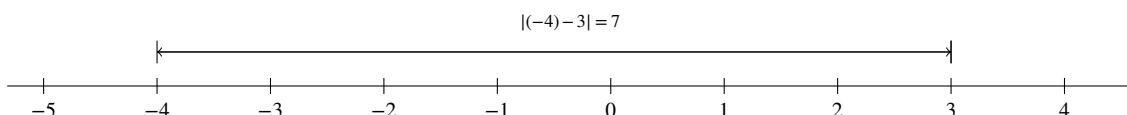
b) $|4| + |5| =$

d) $|-4| + |5| =$

f) $|4| + |-5| =$

h) $|4| - |5| =$

Remarque : La valeur absolue $|a - b|$ correspond à la « distance » entre les nombres a et b .



1.6 Divisibilité des nombres entiers

Soit d et n des nombres entiers strictement positifs. S'il existe un entier k tel que $n = k \cdot d$, alors :

- d est un **diviseur** de n
- n est un **multiple** de d
- n est **divisible par** d

$12 = 3 \cdot 4$ donc 3 et 4 sont des diviseurs de 12, ce qui veut dire que 12 est un multiple de 3 et de 4.

Exemples :

a) Énumérer les diviseurs de 60.

b) Énumérer les multiples de 60.

Critères de divisibilité les plus souvent utilisés :

divisible par ...	si ...
2	le dernier chiffre est 0 ou 2 ou 4 ou 6 ou 8
3	la somme des chiffres du nombre est divisible par 3
4	la moitié du nombre formé des 2 derniers chiffres est paire
5	le dernier chiffre est 0 ou 5
6	le nombre est pair et la somme des chiffres est divisible par 3
9	la somme des chiffres du nombre est divisible par 9
10	le dernier chiffre du nombre est 0

Exemple : À l'aide des critères de divisibilité, dire si le nombre 12'345'678 a des diviseurs parmi les nombres ci-dessus. Justifier.

Un nombre naturel est dit **premier** s'il admet exactement deux diviseurs, à savoir 1 et lui-même.

Exemple : Les nombres premiers inférieurs à 20 sont :

Remarque : Pour reconnaître si un nombre entier positif a est premier, il suffit de tester s'il est divisible par les nombres premiers inférieurs ou égaux à $\sqrt{a}$.

Exemples : Les nombres ci-dessous sont-ils premiers ? Justifier.

a) 95

c) 97

e) 111

b) 96

d) 91

f) 121

Propriété : Tout nombre entier positif se décompose de manière unique en un produit de nombres premiers.

Exemples : Décomposer les nombres ci-dessous en produit de nombres premiers.

a) 60

b) 48

c) 2'520

d) 51'000

Le **plus grand diviseur commun**, noté **pgdc**, de deux nombres entiers positifs non nuls est le plus grand entier qui divise chacun de ces deux nombres.

Le **plus petit multiple commun**, noté **ppmc**, de deux nombres entiers positifs non nuls est le plus petit entier positif non nul, qui soit multiple de chacun de ces deux nombres.

Exemples :

a) Trouver le plus grand diviseur commun de 60 et 48 :

- en énumérant leurs diviseurs

- à l'aide des nombres premiers

b) Trouver le plus petit multiple commun de 60 et 48 :

- en énumérant leurs multiples

- à l'aide des nombres premiers

c) Trouver le ppmc et le pgdc de 30, 45 et 75 :

1.7 Les fractions

Soit a et b des nombres entiers avec $b \neq 0$. On note $\frac{a}{b}$ le quotient de a par b . Donc $\frac{a}{b} = a : b$.

Un nombre écrit sous cette forme est appelé **fraction**.

Le nombre a est le **numérateur** ; son rôle est de *numéroter* : $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, ...

Le nombre b est le **dénominateur** ; son rôle est de *nommer* : $\frac{1}{2}$ pour les demis, $\frac{1}{3}$ pour les tiers, $\frac{1}{4}$ pour les quarts, $\frac{1}{5}$ pour les cinquièmes ...

Le trait qui sépare le numérateur du dénominateur est appelé la **barre de fraction**.

Propriété : Le développement décimal d'une fraction est fini ou illimité périodique.

Exemples : Déterminer le développement décimal des fractions ci-dessous.

a) $\frac{6}{2}$

b) $-\frac{1}{8}$

c) $\frac{4}{3}$

d) $\frac{1}{7}$

Propriété : Tout nombre dont le développement décimal est fini ou périodique est une fraction.

Exemples : Déterminer des fractions correspondant aux nombres ci-dessous.

a) 4

b) -3,1

c) 4,77

d) $12,\bar{5}$

e) $1,\overline{34}$

f) $0,\bar{9}$

Rappel : Les fractions forment l'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q}$.

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet de passer du code décimal à la fraction et vice versa.
À essayer...

Amplification et simplification

Un même nombre peut s'écrire à l'aide d'une infinité de fractions : $1,5 = \frac{3}{2} = \frac{6}{4} = \frac{9}{6} = \frac{12}{8} = \dots$

Ces fractions sont dites **équivalentes**.

On dit qu'on **amplifie** une fraction lorsqu'on multiplie le numérateur et le dénominateur par un même nombre (non nul). En amplifiant on obtient une fraction équivalente à celle de départ.

$$\frac{a}{b} = \frac{m \cdot a}{m \cdot b}$$

Exemple : Amplifier $-\frac{2}{3}$ par 5.

On dit qu'on **simplifie** ou que l'on **réduit** une fraction lorsqu'on divise le numérateur et le dénominateur par un de leur diviseur commun. On obtient alors une fraction équivalente à celle de départ.

Exemple : Simplifier $\frac{20}{35}$ par 5.

Une fraction $\frac{a}{b}$ est dite **irréductible** si elle ne peut pas être simplifiée, donc si a et b n'ont que 1 comme diviseur commun. Sauf cas particulier, les réponses attendues sont des fractions irréductibles.

Exemple : Simplifier $\frac{60}{36}$.

Si la fraction n'est pas facile à simplifier, on décompose le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers ; cela permet ensuite de simplifier la fraction afin de la rendre irréductible.

Exemples : Simplifier les fractions ci-dessous.

a) $\frac{260}{650} =$

b) $-\frac{340}{204} =$

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet de simplifier les fractions. À essayer...

Multiplication

Multiplier deux fractions revient à multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux, sans oublier de simplifier s'il y a lieu.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

Exemples : Calculer.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{8} =$

b) $\frac{25}{45} \cdot \frac{9}{35} =$

c) $\left(-\frac{21}{10}\right) \cdot \left(-\frac{25}{12}\right) \cdot \left(-\frac{2}{35}\right) =$

Remarque : Calculer « $\frac{a}{b}$ de x », revient à calculer $\frac{a}{b} \cdot x$.

Exemples : Calculer et illustrer géométriquement :

a) $\frac{3}{4}$ de 8



b) $\frac{2}{3}$ de $\frac{6}{7}$



Inverse

Pour déterminer **l'inverse** d'une fraction, il suffit de permuter le numérateur et le dénominateur.

En d'autres termes, l'inverse de $\frac{a}{b}$ est $\frac{b}{a}$.

Cela se vérifie facilement en calculant leur produit :

Exemples : Calculer l'inverse de

a) $\frac{2}{3}$

b) 3

c) $-0,25$

Division

Diviser deux fractions, revient à multiplier la première par l'inverse de la seconde.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

Exemples : Calculer.

a) $\frac{5}{3} : \frac{7}{8} =$

b) $\frac{19}{7} : \frac{38}{49} =$

On note aussi parfois $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}$ à la place de $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$.

La longueur de la barre de fraction indique l'ordre de priorité : $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{b} : c$ $\frac{a}{\frac{b}{c}} = a : \frac{b}{c}$

Exemples : Calculer.

a) $\frac{\frac{2}{3}}{5} =$

b) $\frac{2}{\frac{3}{5}} =$

Addition et soustraction

Pour additionner deux fractions, on les amplifie d'abord de telle manière qu'elles aient le même dénominateur ; la somme des fractions aura alors pour numérateur la somme des numérateurs des fractions amplifiées, et pour dénominateur le dénominateur commun de ces fractions.

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} + \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot d} + \frac{b \cdot c}{c \cdot d} = \frac{a \cdot d + b \cdot c}{c \cdot d}$$

Exemples : Calculer.

a) $\frac{2}{3} + \frac{5}{3} =$

b) $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} =$

c) $\frac{1}{8} + \frac{5}{12} + \frac{7}{20} =$

Pour la soustraction, on utilise le même procédé que pour l'addition.

$$\boxed{\frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}} \quad \text{et} \quad \boxed{\frac{a}{c} - \frac{b}{d} = \frac{a \cdot d}{c \cdot d} - \frac{b \cdot c}{c \cdot d} = \frac{a \cdot d - b \cdot c}{c \cdot d}}$$

Exemples : Calculer.

a) $\frac{2}{7} - \frac{5}{7} =$

b) $\frac{7}{2} - \frac{7}{18} =$

c) $10 - \frac{3}{4} - \frac{5}{26} =$

Remarque : La calculatrice permet de faire des calculs en fraction. À essayer...

1.8 Les pourcentages

Un **pourcentage** est une "fraction" dont le dénominateur vaut 100, mais dont le numérateur n'est pas forcément entier. Pour l'exprimer, on utilise le signe %.

$$1,4\% = \frac{1,4}{100} = 0,014$$

Attention, % n'est pas une unité, mais bien une façon d'écrire un nombre.

Calculer le $a\%$ de x revient à calculer $\frac{a}{100} \cdot x$.

Exemples :

a) Exprimer 0,4 en % :

b) Exprimer $0,\bar{4}$ en % :

c) Calculer le 7,1% de 8000 :

d) Exprimer 10%, 20%, 25%, 50% et 75% sous forme de fractions irréductibles.

En quoi connaître ces égalités facilite les calculs ?

e) Éva fait les magasins le jour des soldes. Elle rentre dans une boutique où tout est soldé de 30%. Elle voit une robe qui lui plaît au prix de CHF 120.-.

Quel pourcentage du prix initial va-t-elle payer? Quel prix va-t-elle payer?

f) Après l'hiver, un apiculteur constate qu'il lui reste 2520 abeilles. Cela représente les 72% de la population qu'il avait avant l'hiver. Combien d'abeilles a-t-il perdues?

1.9 Les puissances

Soit n un entier strictement positif et a un nombre réel. On appelle **puissance n -ième de a** , qui se lit **a à la puissance n** , le nombre noté $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ facteurs}}$.

Le nombre a s'appelle la **base** de la puissance et le nombre n s'appelle l'**exposant** de la puissance.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $90^2 =$

c) $1^{17} =$

e) $0^8 =$

b) $(0,1)^3 =$

d) $17^1 =$

f) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 =$

Quelques observations : Que se passe-t-il quand...

- on met un nombre à la puissance 1?
- la base est 1?
- la base est 0?
- la base "a des zéros"?
- la base a des décimales?
- la base est une fraction?

Propriété : Les puissances à exposant pair sont forcément positives, contrairement aux puissances à exposant impair qui gardent le même signe que la base.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $(-2)^4 =$

c) $(-2)^5 =$

b) $(+2)^4 =$

d) $(+2)^5 =$

Remarque : Il faut faire attention à la priorité des opérations.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

a) $(-5)^2 =$

c) $2 \cdot 3^2 =$

b) $-5^2 =$

d) $(2 \cdot 3)^2 =$

Quelques puissances à connaître et reconnaître

a) Les **carrés parfaits** :

x	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
x^2														

b) Les **cubes** et les puissances 4 :

x	2	3	4	5
x^3				
x^4				

c) Les **puissances de 2** :

n	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n									

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet de calculer les puissances. À essayer...

Observations : Compléter ce tableau des puissances de 5 de manière logique et en n'utilisant que des nombres entiers ou des fractions. (À faire de droite à gauche.)

n	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
5^n									

- Comment doit-on définir a^{-n} selon cette logique ?
- Comment doit-on définir a^0 selon cette logique ?
- Que penser de 0^0 ?

Il est possible de généraliser la notion de **puissance à des exposants entiers négatifs ou nuls** de la manière suivante :

pour $a \neq 0$: $a^0 = 1$ et $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Attention : 0^0 n'est pas défini.

Exemples : Calculer les expressions ci-dessous.

- a) $2^{-3} =$ c) $(-2)^3 =$ e) $(-2)^{-3} =$ g) $4^0 =$ i) $(0,1)^{-3} =$
b) $3^{-2} =$ d) $(-3)^2 =$ f) $(-3)^{-2} =$ h) $0^4 =$ j) $(0,2)^{-2} =$

Observations :

- a) Calculer $\left(\frac{7}{11}\right)^{-1}$ et $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$. Que peut-on observer ?

- b) Calculer $\left(\frac{7}{11}\right)^{-2}$ et $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3}$. Que peut-on observer ?

Propriétés : Soit n un entier et a, b des nombres réels non nuls. On a :

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$$

Exemples : Utiliser les propriétés pour calculer :

- a) $\left(\frac{3}{10}\right)^4$ b) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-1}$ c) $\left(\frac{3}{10}\right)^{-4}$

Observations :

a) Calculer $10^3 \cdot 10^4$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $2^3 \cdot 2^{-4}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n et m des entiers et a un nombre réel :

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $17^{-15} \cdot 17^{15}$

b) $8^{-7} \cdot 8^9$

Observations :

a) Calculer $\frac{10^3}{10^4}$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $2^3 : 2^{-4}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n et m des entiers et a un nombre réel non nul :

$$a^n : a^m = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $17^8 : 17^9$

b) $4^7 : 4^5$

Observations :

a) Calculer $(10^3)^2$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $(2^{-4})^{-1}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n et m des entiers et a un nombre réel :

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $(0,0001)^{-2}$

b) $(4^5)^2$

Observations :

a) Calculer $2^3 \cdot 5^3$. Que peut-on observer ?

b) Calculer $3^{-2} \cdot 4^{-2}$. Que peut-on observer ?

Propriété : Soit n un entier et a et b deux nombres réels :

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

Exemples : Utiliser cette propriété pour calculer :

a) $(-8)^5 \cdot 0,25^5$

b) $2^4 \cdot 5^4$

En résumé, les **propriétés des puissances** sont les suivantes :

Pour m, n des entiers et a, b des nombres réels, on a :

a) $0^n = 0$ si $n > 0$

g) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-1} = \frac{b}{a}$, si $a, b \neq 0$

b) $1^n = 1$

h) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \frac{b^n}{a^n}$, si $a, b \neq 0$

c) $a^0 = 1$ si $a \neq 0$

i) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$

d) $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ si $a \neq 0$

j) $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

e) $a^1 = a$

k) $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$, si $a \neq 0$

f) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$, si $b \neq 0$

l) $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

Exemples : Utiliser les propriétés pour calculer :

a) $\frac{35^4}{7^3} =$

c) $\frac{3^{11}}{(36)^4 \cdot 3^{-11}} =$

b) $\frac{2^3 \cdot 2}{2^2} =$

d) $\frac{16^2 \cdot 9^3}{6^7} =$

1.10 La notation scientifique

Calculer les expressions ci-dessous.

$10^3 =$

$10^2 =$

$10^1 =$

$10^0 =$

$10^{-1} =$

$10^{-2} =$

$2,53 \cdot 10^1 =$

$2,53 \cdot 10^3 =$

$2,53 \cdot 10^{-1} =$

$2,53 \cdot 10^{-3} =$

Multiplier par 10^3 revient à déplacer la virgule de 3 positions vers la droite.

Multiplier par 10^{-3} revient à déplacer la virgule de 3 positions vers la gauche.

Écrire un nombre en **notation scientifique** signifie que l'on va l'écrire sous la forme :

$$b \cdot 10^n \text{ avec } n \in \mathbb{Z} \text{ et } 1 \leq |b| < 10$$

La notation scientifique est très utile en chimie ou en physique pour écrire les très petits ou les très grands nombres. Par exemple, il est beaucoup plus agréable d'exprimer la masse d'un atome d'hydrogène par $1,7 \cdot 10^{-24}$ g que par 0,000'000'000'000'000'000'000'001'7 g.

Exemples : Écrire les nombres ou les expressions ci-dessous en notation scientifique.

a) $328 =$

d) $5 =$

b) $1'140'000'000 =$

e) $9109,5 \cdot 10^{-33}$

c) $0,0045 =$

f) $10 =$

Cette écriture permet aussi de faire les calculs facilement en utilisant les propriétés des puissances.

Exemples : Répondre en notation scientifique.

a) $(5 \cdot 10^7) \cdot (9 \cdot 10^6) =$

b) $\frac{2,1 \cdot 10^7}{3 \cdot 10^{-5}} =$

c) $(1,2 \cdot 10^{-7})^2 =$

d) $(5,1 \cdot 10^7) + (9 \cdot 10^6) =$

Remarque : La calculatrice a une touche qui permet calculer en notation scientifique. À essayer...

Puissances de dix

		Préfixe	Symbole
10^9	milliard	giga	G
$1'000'000 = 10^6$	million	méga	M
$1'000 = 10^3$	mille	kilo	k
$100 = 10^2$	cent	hecto	h
$10 = 10^1$	dix	déca	da
$1 = 10^0$	unité	-	-
$0,1 = 10^{-1}$	dixième	déci	d
$0,01 = 10^{-2}$	centième	centi	c
$0,001 = 10^{-3}$	millième	milli	m
10^{-6}	millionième	micro	μ
10^{-9}	milliardième	nano	n
10^{-12}	billionième	pico	p

Remarques :

- Le mot « tonne » est utilisé au lieu de « mégagramme ».
- Le mot « are » [a] désigne une surface de 100m^2 et [ha] se dit « hectare ».

$$1 \text{ a} = 1 \text{ dam}^2 = 10^2 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ ha} = 1 \text{ hm}^2 = 10^4 \text{ m}^2$$

$$1 \text{ mm}^2 = 10^{-6} \text{ m}^2$$

- Un volume de 1m^3 correspond à une capacité de 1000 litres.

$$1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3 = 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$1 \text{ kl} = 1 \text{ m}^3$$

$$1 \text{ ml} = 1 \text{ cm}^3 = 10^{-6} \text{ m}^3$$

Exemples :

A) Répondre en notation scientifique.

a) $4,53 \cdot 10^9 \text{ mm} = \dots\dots\dots \text{ m}$

b) $1,9 \cdot 10^5 \text{ kg} = \dots\dots\dots \text{ mg}$

B) Trouver l'unité.

a) $8 \cdot 10^{-4} \text{ hl} = 8 \dots\dots\dots$

c) $7 \cdot 10^{-6} \text{ MW} = 7 \dots\dots\dots$

b) $2,2 \cdot 10^9 \mu\text{m} = 2,2 \dots\dots\dots$

d) $2,5 \cdot 10^5 \text{ cm}^3 = 0,25 \dots\dots\dots$

2 Calcul littéral

2.1 Monômes

On appelle **monôme** tout nombre réel, toute lettre, toute expression algébrique qui peut être obtenu par la multiplication de nombres et de lettres.

Exemples : Les expressions suivantes sont des monômes.

a) $5x$ b) $-\sqrt{7}xy^2$ c) $2\pi R$ d) $\frac{1}{2}b \cdot h$

Contre-exemples : Les expressions suivantes ne sont pas des monômes.

a) $\frac{1}{2x}$ b) $x+2$ c) $\sqrt{8x}$ d) 2^x

Pour éviter d'avoir des écritures différentes et pour les simplifier, on note les monômes sous **forme réduite** :

- On écrit d'abord le facteur numérique, appelé **coefficient**, puis le produit des lettres, appelé **partie littérale**.
- Les lettres sont dans l'ordre alphabétique.
- Chaque lettre est écrite une seule fois, si nécessaire à l'aide d'un exposant.
- Les $\cdot$ ne sont pas écrits.
- Si le coefficient vaut 1, on ne le note pas (sauf si il n'y a pas de partie littérale). De même, si le coefficient est -1 , on n'écrit que $-$ devant la partie littérale.

Exemples : Écrire les monômes ci-dessous sous forme réduite, puis déterminer leur coefficient et leur partie littérale :

a) $2x \cdot (-0,5) \cdot x$ d) $\frac{3x}{5}$

b) $4 \cdot b \cdot a \cdot n \cdot a \cdot n \cdot e \cdot s$ e) $\sqrt{5}x^3y^7x^4yz$

c) 7 f) $\frac{1}{9} \cdot x \cdot 9 \cdot x^5 \cdot y$

Deux monômes sont dits **semblables** s'ils ont la même partie littérale.

Exemples : Déterminer si les monômes ci-dessous sont semblables.

a) $5x$ et $-3x$ c) xy^2 et x^2y

b) $5x^3$ et $3x^5$ d) $9xy$ et $-4yx$

Le **degré d'un monôme relativement à une lettre** est l'exposant de cette lettre dans la forme réduite du monôme.

Le **degré d'un monôme** est la somme de tous les degrés de ce monôme relativement à chacune de ses lettres.

Exemples : Pour chacun des monômes ci-dessous, déterminer son degré, ainsi que son degré relativement à chaque lettre :

a) $25xy^2z^3$

b) $4a$

c) 12

2.2 Calculs sur les monômes

Addition et soustraction de monômes

Pour additionner (ou soustraire) des monômes semblables, on conserve la partie littérale commune et l'on additionne (ou soustrait) les coefficients.

Si les monômes ne sont pas semblables, on ne peut pas simplifier l'écriture de leur somme ou différence.

Exemples :

a) $5x - 8x - (-2x) + x =$

b) $9x^2 + (-10x^2) + x^2 =$

c) $0,4a^2b + a^2b =$

d) $8x^2y - 5xy^2 =$

e) $-\frac{3a}{7} - \frac{4}{21}a + 2a =$

Produit de monômes

Pour multiplier des monômes, on multiplie les coefficients entre eux et les parties littérales entre elles.

Exemples :

a) $(-5x) \cdot (-3) =$

b) $(+0,5x) \cdot (-0,03x) =$

c) $(-\frac{2}{7}x^9) \cdot (\frac{3}{11}x^4) =$

d) $(\frac{xy^3}{9}) \cdot (36x^4y^2) =$

e) $(-2a)^3 =$

f) $(-0,5a^5)^2 =$

2.3 Polynômes

On appelle **polynôme** toute somme ou différence de monômes.

Exemples : Les expressions suivantes sont des polynômes.

a) $-x^2 - 3x + 4$

b) $a^2 - b^2$

c) $2\pi Rh + 2\pi R^2$

d) $\frac{4}{5}x^3y + \sqrt{7}xy^3$

Remarque : Un monôme est un polynôme.

Pour éviter d'avoir des écritures différentes et pour les simplifier, on note les polynômes sous **forme réduite** :

- On écrit chacun de ses monômes sous forme réduite.
- On regroupe les monômes semblables.
- On ordonne les monômes du plus haut degré à gauche au plus petit degré à droite.

Exemple : $-x^2 - 3 \cdot x + 4 + 9x - 4x \cdot x + x \cdot 8 =$

Le **degré d'un polynôme relativement à une lettre** est donné par la plus grande puissance de cette lettre dans le polynôme.

Le **degré d'un polynôme** est le plus grand degré des monômes qui le constituent.

Exemples : Déterminer le degré des polynômes ci-dessous relativement à chaque lettre, ainsi que leur degré :

a) $x^2 + 3x + 7$

b) $6 - 4x$

c) $4a^3 + a^2b + 7abc^3$

2.4 Calculs sur les polynômes

Opposé d'un polynôme

Pour déterminer l'opposé d'un polynôme, il suffit de changer le signe de chacun des monômes qui le constituent.

Exemple : L'opposé de $-5x^2 - \frac{1}{3}x + \sqrt{8}$ est

Addition de polynômes

Pour additionner deux polynômes, on additionne les monômes qui les constituent.

Exemples :

a) $(x^2 + 2x + 3) + (2x^2 + \frac{2}{3}x + 7) =$

b) $(3b)^2 + b + (4b - 2) + 2b^2 =$

Soustraction de polynômes

Pour soustraire deux polynômes, on additionne au premier polynôme l'opposé du second.

Exemples :

$$\text{a) } (x^2 + 2x + \frac{1}{7}) - (2x^2 + 3x - 7) =$$

$$\text{b) } 4 - [y - (-2 + 3y)] =$$

Multiplication de polynômes

Rappel : La multiplication est **distributive** par rapport à l'addition et la soustraction :

$$7 \cdot 23 = 7 \cdot (20 + 3) = 7 \cdot 20 + 7 \cdot 3$$

$$7 \cdot 99 = 7 \cdot (100 - 1) = 7 \cdot 100 - 7 \cdot 1$$

On utilise cette propriété pour multiplier deux polynômes :

On multiplie **chaque terme** du premier par **chaque terme** du second et l'on forme la somme des monômes obtenus.

Exemples :

$$\text{a) } -7x(6x - 5) =$$

$$\text{b) } \frac{4}{7}(28x^2 + 3x - \frac{2}{9}) =$$

$$\text{c) } (x - 2)(2x - 5) =$$

$$\text{d) } (a - 5b)(a + 5b) =$$

$$\text{e) } 3(x + 2)(5 - x) =$$

$$\text{f) } (x + 1)^2 =$$

$$\text{g) } 0,5(20x \cdot 7) =$$

Remarque : La multiplication n'est pas distributive par rapport à la multiplication :

$$7 \cdot 100 = 7 \cdot (10 \cdot 10) \neq 7 \cdot 10 \cdot 7 \cdot 10$$

Par contre, on peut utiliser **l'associativité** de la multiplication :

$$7 \cdot (10 \cdot 10) = (7 \cdot 10) \cdot 10 = 7 \cdot 10 \cdot 10$$

2.5 Factorisation

Factoriser un polynôme, c'est le transformer en un produit de deux ou plusieurs polynômes, appelés **facteurs**.

- Développer et réduire : $(x+2)(x+5) \rightarrow x^2 + 7x + 10$

- Factoriser : $x^2 + 7x + 10 \rightarrow (x+2)(x+5)$

Nous allons étudier trois méthodes de factorisation. Elles sont présentées dans l'ordre dans lequel il faut essayer de les appliquer.

2.5.1 Mise en évidence

- Développer et réduire : $-7x(2x-3) \rightarrow -14x^2 + 21x$

- Mettre en évidence : $-14x^2 + 21x \rightarrow -7x(2x-3)$

On commence par repérer le **"plus grand diviseur" commun à tous les termes du polynôme à décomposer** et l'on complète l'autre facteur de manière à ce que le résultat de la multiplication corresponde au polynôme de départ.

Exemples : Mettre en évidence :

a) $8x^2 + 16x =$

b) $30 + 18x + 24x^2 =$

c) $-35y^2 - 45y =$

2.5.2 Identités remarquables

Les identités remarquables sont des formules qui permettent de calculer plus rapidement certains produits particuliers. Elles sont surtout utiles lorsqu'il s'agit de factoriser un polynôme.

Le carré d'une somme de deux expressions : $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$

Exemples : Développer et réduire :

a) $(x + 3)^2 =$

b) $(4a + 5)^2 =$

Factoriser :

a) $x^2 + 14x + 49 =$

b) $81x^2 + 180x + 100 =$

Le carré d'une différence de deux expressions : $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$

Exemples : Développer et réduire :

a) $(y - 5)^2 =$

b) $(\frac{1}{6}u - 3)^2 =$

Factoriser :

a) $x^2 - 6x + 9 =$

b) $25x^2 - 20xy + 4y^2 =$

Le produit de la somme et de la différence de deux expressions : $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$

Exemples : Développer et réduire :

a) $(x - 3)(x + 3) =$

b) $(4 - 3c)(3c + 4) =$

c) $(\sqrt{7} + x)(\sqrt{7} - x) =$

Factoriser :

a) $121x^2 - 400 =$

b) $\frac{25}{196}x^2 - \frac{49}{9} =$

c) $0,03 - x^2 =$

Remarque : $A^2 + B^2$ n'est pas factorisable. On dit qu'il est *irréductible*.

2.5.3 Décomposition du trinôme unitaire de degré 2

On cherche ici à factoriser des polynômes de type : $x^2 + sx + p$ où s et p sont des nombres connus, le plus souvent entiers.

• Développer et réduire : $(x+2)(x+5) \rightarrow x^2 + 7x + 10$

• Factoriser : $x^2 + 7x + 10 \rightarrow (x+2)(x+5)$

Lorsqu'on effectue et l'on réduit $(x+a)(x+b)$, on obtient :

$$(x+a)(x+b) = x^2 + ax + bx + ab = x^2 + (a+b)x + ab$$

Donc pour factoriser $x^2 + sx + p$, on doit trouver deux nombres a et b tel que :

$s = a + b$	et	$p = a \cdot b$
somme		produit

Exemples : Factoriser.

a) $x^2 + 8x + 7 =$

c) $x^2 - 9x + 20 =$

b) $x^2 + x - 6 =$

d) $x^2 - 12 - 4x =$

2.5.4 Combinaison des trois méthodes

Lorsqu'on doit factoriser un polynôme, il faut essayer les méthodes dans l'ordre suivant :

1. Mettre en évidence
2. Identités remarquables (le nombre de termes et les signes permettent de reconnaître celle à potentiellement utiliser).
3. Trinôme

Il ne faut pas s'arrêter avant d'être sûr d'avoir **factorisé le plus possible**.

Exemples : Factoriser :

a) $90x^2 + 60x + 10 =$

d) $2x^2 - 162 =$

b) $0,1 \cdot x^2 - 14,4 =$

e) $\frac{1}{2}x^2 - 4x + 8 =$

c) $-x^2 + 13x - 36 =$

3 Equations : Généralités et premier degré

3.1 Définition d'une équation

Une **équation** est une égalité entre deux expressions littérales, qui peut être juste ou fausse selon les valeurs attribuées aux lettres.

Exemple :

$$8x + 3 = 38 + x$$

est une équation, car c'est une égalité qui n'est vraie que si $x = 5$.

Son écriture se compose de trois parties : le **membre de gauche** de l'équation, le **signe d'égalité** et le **membre de droite** de l'équation.

Une équation est dite **sous forme canonique** si l'un de ses membres est nul et l'autre est réduit.

Exemples : Les équations suivantes sont sous forme canonique.

a) $8x + 9 = 0$

b) $4y^2 - \frac{2}{9}y + 9 = 0$

c) $0,1 \cdot x^3 - 100 = 0$

d) $\pi r^2 h - 9 = 0$

Le **degré** d'une équation est le degré du polynôme de sa forme canonique.

Les lettres utilisées dans l'écriture d'une équation sont appelées **inconnues**.

On cherche la ou les valeurs à leur donner pour que l'égalité soit vraie. De telles valeurs sont appelées **solutions de l'équation**.

Exemples :

a) Parmi les valeurs $-2, -1, 0, 1, 2$, déterminer celles qui sont solutions de l'équation

$$x^2 + x + 1 = 2 + x$$

b) Parmi les valeurs $-2, -1, 0, 1, 2$, déterminer celles qui sont solutions de l'équation

$$x^3 + 2x = -3x^2$$

Résoudre une équation signifie déterminer l'ensemble des solutions. On note $\mathcal{S}$ cet ensemble.

Remarque : Une équation de degré n peut posséder au plus n solutions.

Pour résoudre une équation, on utilise les quatre **principes d'équivalence** suivants :

- Premier principe d'équivalence

On obtient une équation équivalente à une équation donnée si on **réduit** les membres de l'équation par les règles du calcul littéral.

Exemple :

$$\begin{array}{l|l} 1-x=4-2\left(\frac{2}{11}x-3\right) & c.l. \\ 1-x=4-\frac{4}{11}x+6 & c.l. \\ 1-x=-\frac{4}{11}x+10 & \end{array}$$

- Deuxième principe d'équivalence

On obtient une équation équivalente à une équation donnée en **additionnant** ou en **soustrayant** à chacun des membres de l'équation la même expression.

Exemple :

$$\begin{array}{l|l} 1-x=-\frac{4}{11}x+10 & +x \\ 1=-\frac{4}{11}x+10+x & c.l. \\ 1=\frac{7}{11}x+10 & -10 \\ -9=\frac{7}{11}x & \end{array}$$

- Troisième principe d'équivalence

On obtient une équation équivalente à une équation donnée en **permutant** le membre de gauche et le membre de droite.

Exemple :

$$\begin{array}{l|l} -9=\frac{7}{11}x & \leftrightarrow \\ \frac{7}{11}x=-9 & \end{array}$$

- Quatrième principe d'équivalence

On obtient une équation équivalente à une équation donnée en **multipliant** ou en **divisant** chacun des membres de l'équation par une même expression non nulle.

Exemple :

$$\begin{array}{l|l} \frac{7}{11}x=-9 & \cdot 11 \\ 7x=-99 & : 7 \\ x=-\frac{99}{7} & \\ \mathcal{S}=\left\{-\frac{99}{7}\right\} & \end{array}$$

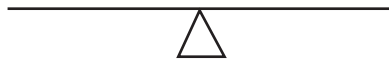
3.2 Equations du premier degré

Lorsqu'on veut résoudre une équation du premier degré, il faut **isoler l'inconnue** dans l'un des membres de l'équation (gauche ou droite, c'est égal) en utilisant les principes d'équivalence.

Après avoir déterminé l'ensemble des solutions $\mathcal{S}$, il est bon de **faire la vérification**, en remplaçant l'inconnue par la ou les valeurs trouvées.

Exemples :

- a) Illustrer les principes d'équivalence en résolvant l'équation $3x + 1 = x + 7$ de manière symbolique (à l'aide d'une balance) et de manière algébrique.



- b) Résoudre l'équation : $x + 5 = 2(x + 2) - (4x + 14)$

c) Résoudre l'équation : $\frac{y}{2} - \frac{3y}{5} = \frac{y-3}{4} - \frac{27}{20}$

d) Résoudre l'équation : $\frac{2}{7}(3x+5) = 9 - \frac{3-x}{7}$

3.3 Équations de degré zéro

On rencontre parfois des équations qui ont l'air d'être du premier degré mais qui n'en sont pas. Au cours de la résolution, l'inconnue disparaît. L'équation est de degré 0.

Deux cas peuvent se présenter :

- L'équation obtenue n'est **jamais vraie**. Il n'y a pas de solution :

$$\text{par exemple : } 5 = -3 \text{ ou } 0 = 8 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{S} = \emptyset$$

- L'équation obtenue est **toujours vraie**. Tous les nombres réels sont des solutions :

$$\text{par exemple : } -5 = -5 \text{ ou } 0 = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathcal{S} = \mathbb{R}$$

Exemples : Résoudre

a) $3 + 4x - (7x - 10) = 13 - 3x$

b) $2 + 9x = 3(4 + 3x)$

3.4 Applications

Pour résoudre des problèmes, on procède de la manière suivante :

- lire soigneusement tout le problème et faire éventuellement un **croquis** de la situation ;
- déterminer la grandeur à trouver, y compris son unité, et lui attribuer une **inconnue** ;
- poser l'**équation** exprimant la situation décrite ;
- **résoudre** l'équation ;
- contrôler que l'on a trouvé **tout** ce qui était demandé ;
- donner la réponse au problème à l'aide d'une **phrase**, sans oublier les **unités**.

Exemples :

- a) On distribue une somme de CHF 100.– à trois enfants : Paul, Marc et Jean. On suppose que Paul reçoit CHF 20.– de plus que Marc et CHF 30.– de moins que Jean.
Combien d'argent chacun a-t-il reçu ?

- b) Mes notes de mathématiques sont les suivantes : $3/5, 5/5/3, 5/4$.
Combien dois-je faire au dernier test pour avoir au moins 4,25 de moyenne ?

- c) Un carré et un rectangle ont le même périmètre. Le côté du carré mesure 3 cm de plus que la largeur du rectangle. La longueur du rectangle est de 10 cm.
Quelle est la mesure du côté du carré ?

4 Exercices

4.1 Calcul numérique

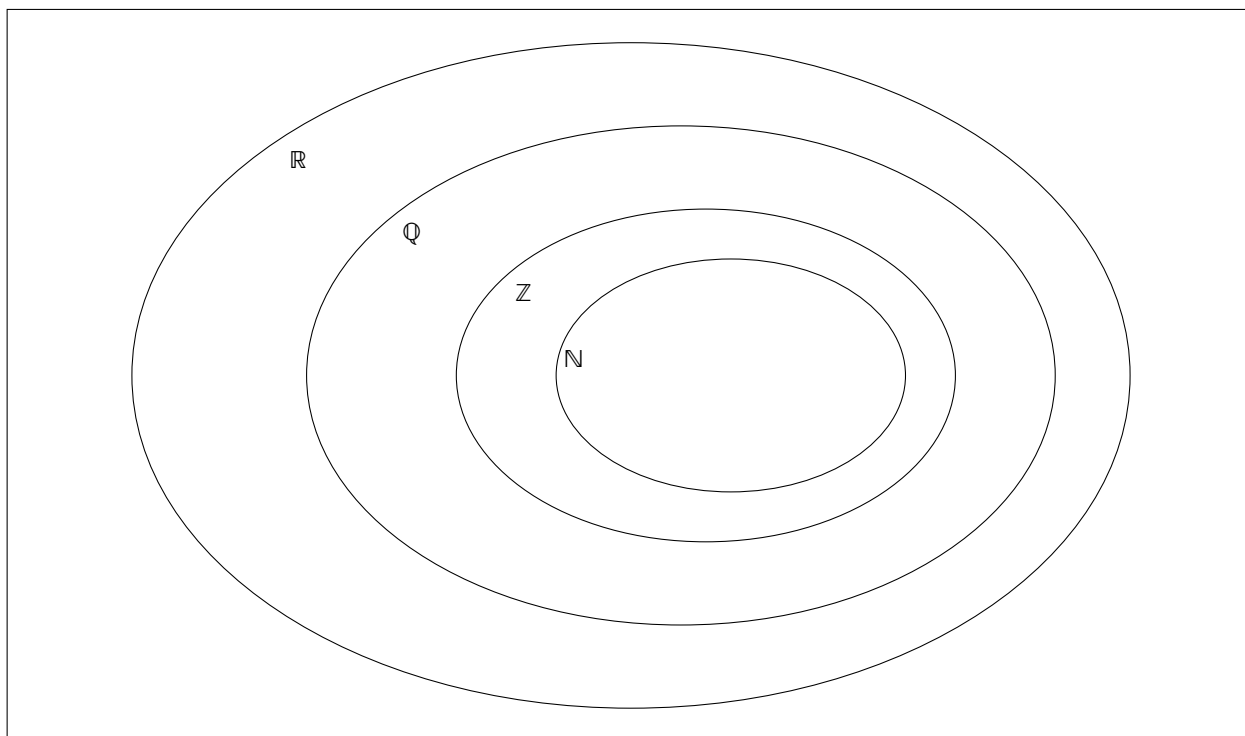
Sauf mention expresse du contraire indiquée par



, une calculatrice simple est autorisée pour effectuer les exercices de ce chapitre.

Exercice 1.1 Positionner les nombres dans le diagramme de Venn ci-dessous.

0	0,75	3	-2,5	$1,\bar{3}$	$\sqrt{5}$	$(-1)^2$	0,333333...
10	$\frac{3}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\sqrt{64}$	-30	7^3	π	-0,00000009
$\frac{4}{2}$	700	$8 \cdot 10^{10}$	-4	$0,21\overline{274}$	0,5	$\frac{3}{10}$	0,50000...



Exercice 1.2 Combien y a-t-il de nombres différents ci-dessous ?

$\frac{1}{3}$	3	π	0,3	$\frac{22}{7}$	$\sqrt{3^2}$	$\frac{4}{8}$	$0,\bar{3}$	$\sqrt{9}$
0,5000...	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$	0,3333333...	3,0000...	3,14	$\frac{6}{2}$	$0,\overline{33}$	

Exercice 1.3 Vrai ou faux ?

- | | | | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|-------------------------|------------------------------|
| a) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$ | c) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{Z}$ | e) $-\frac{3}{4} \in \mathbb{R}$ | g) $0 \in \mathbb{Q}$ | i) $0 \in \mathbb{Z}^*$ |
| b) $-5 \in \mathbb{N}$ | d) $-5 \in \mathbb{R}$ | f) $-5 \in \mathbb{R}_+$ | h) $0 \in \mathbb{R}_-$ | j) $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$ |

Exercice 1.4 Utiliser la notation avec les accolades pour écrire :

- a) l'ensemble qui contient les trois nombres $-3,5$, 0 et 7 ;
- b) l'ensemble qui contient tous les nombres naturels multiples de 5 ;
- c) l'ensemble des nombres entiers relatifs ;
- d) l'ensemble qui ne contient que -24 .

Relations d'ordre et intervalles

Exercice 1.5 Compléter à l'aide de $<$, $>$ ou $=$ afin de rendre correcte l'affirmation.

- a) $\pi \dots \sqrt{10}$
- c) $\sqrt{8} \dots 2\sqrt{2}$
- e) $6,\overline{13} \dots \frac{607}{99}$
- g) $1 \dots 0,\overline{9}$
- b) $-\sqrt{7} \dots \sqrt{5}$
- d) $17 \dots -23$
- f) $-3 \dots -4$
- h) $\frac{1}{3} \dots 0,333$

Exercice 1.6 L'assertion est-elle correcte ou fausse ? La corriger si nécessaire.

- a) $3 \leq 3$
- b) $0,5555 > \frac{5}{9}$
- c) $3,14 < \pi < 3,15$

Exercice 1.7 L'assertion est-elle correcte ou fausse ? La corriger si nécessaire.

- a) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $-x < 0$
- b) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \geq x$

Exercice 1.8 Compléter chaque ligne de ce tableau :

$]1; +\infty[$		
	$-\frac{1}{4} < x \leq \frac{7}{4}$	
$[-10.5; -9.5]$		

Exercice 1.9 Établir un tableau tel qu'au 1.8 et le compléter par ligne pour les ensembles de nombres réels suivants :

- a) les nombres sont compris entre -5 strictement et 8 inclus ;
- b) les nombres strictement inférieurs à $-2,4$;
- c) les nombres supérieurs ou égaux à π ;

Exercice 1.10 Écrire l'inégalité sous forme d'intervalle.

a) $-3 \leq x < 4$

b) $x \geq 7$

c) $-2 < x < -1$

d) $x < -5$

Exercice 1.11 Pour s'inscrire au concours « Miss Suisse », il faut mesurer au moins 1,68 mètres. Écrire cette condition à l'aide de crochets et sous forme d'inéquation.

Exercice 1.12 Une entreprise fabrique un téléphone qui coûte CHF 600.—. Les revendeurs y ajoutent une marge, qui peut aller jusqu'à 10% de ce prix.

Écrire la fourchette du prix payé par le client à l'aide des crochets et sous forme d'inéquation.

Exercice 1.13 La température moyenne du mois passé a été de 20°C. Il y a eu au maximum 6,5°C de différence avec celle-ci.

Écrire la fourchette des températures à l'aide des crochets et sous forme d'inéquation.

Arrondis

Exercice 1.14 Chercher l'arrondi ...

a) de $\sqrt{3}$ à l'unité, au dixième puis au centième ;

b) du quotient (division) de 23 par 7 à 0,001 près ;

c) du quotient de 7 par 237 à 0,00001 près ;

d) de 75'650 à la centaine.

Exercice 1.15 π et ses mystères ...

a) Arrondir le nombre réel π à 0,1 ; 0,01 ; 0,001 ; 0,0001.

b) Si on prend pour π la valeur $\frac{355}{113}$, combien de décimales exactes obtient-on ?

c) Pourquoi certaines personnes utilisent-elles la fraction $\frac{22}{7}$ au lieu de π ?

Rappels sur les quatre opérations dans $\mathbb{R}$

Exercice 1.16 Écrire les calculs sous forme simplifiée, puis calculer le résultat.



a) $(-6) + (+7) - (-5) - (+4) + (-2)$

d) $(-87,3) + (-678,21) + (+87)$

b) $(+15) - (+13,3) - (-21,2)$

e) $(-699) - (+54) - (-99,6)$

c) $(+1) + (-2,2) - (+3) + (-4) - (+5)$

f) $(-84) + (+37) - (+34) - (-84)$

Exercice 1.17 Calculer.

a) $(-6) \cdot (+0,08)$

d) $(-1100) \cdot (+20) \cdot (-30)$

b) $(-11) \cdot (-0,5)$

e) $(-38,7) \cdot (+187,2) \cdot 0$

c) $(-0,2) \cdot (-77) \cdot (-5) \cdot (-10)$

f) $(-0,4) \cdot (+0,8) \cdot (-10) \cdot (+0,2) \cdot (-5)$

Exercice 1.18 Calculer.

a) $(-6) : (+0,02)$

d) $(+3) : (-6)$

b) $(-1,5) : (-0,3)$

e) $(-2,468) : (-0,2)$

c) $(+0,24) : (+8)$

f) $(+0,2) : (-5)$

Exercice 1.19 Calculer.

a) $(-4) \cdot (+0,7)$

e) $(-0,6) \cdot (-0,5)$

i) $(-2) : 1$

b) $(-12) + (+12)$

f) $(-0,6) : (-6)$

j) $0 : (-2)$

c) $(+18) : (+0,3)$

g) $(+8,13) - (-13,7)$

k) $1 : (-2)$

d) $(-13) - (-2)$

h) $(-2) : 0$

l) $(-2) : (-2)$

Exercice 1.20 Quel est...

a) l'inverse de 0,2

c) la différence entre -12 et 9

e) le quotient de 8 par 0,5

b) le produit de 4 et 0,2

d) l'opposé de -2 f) la somme de -12 et 3**Exercice 1.21** Calculer de tête.

a) $3,5 + 2,5 - 1,5$

e) $1,2 \cdot 6$

i) $-1,1 \cdot 12$

b) $-6,2 - 4,3 + 5$

f) $(-0,4) \cdot (-2,5)$

j) $4 \cdot 13,25$

c) $7 + 8,2 - 0,03$

g) $0,1 \cdot (-0,8)$

k) $1,2 \cdot 3 \cdot 0,2$

d) $0,5 \cdot 0,3$

h) $8 - 0,01$

l) $0,3^2 + 1$

Priorité des opérations**Exercice 1.22** Calculer.

- | | | | |
|-----------------------|-------------------|-------------------------------|-------------------------------|
| a) $60 : 2 \cdot 3$ | c) $18 - 7 + 1$ | e) $3 \cdot 12 - 2 \cdot 7$ | g) $3 \cdot (12 - 2 \cdot 7)$ |
| b) $60 : (2 \cdot 3)$ | d) $18 - (7 + 1)$ | f) $3 \cdot (12 - 2) \cdot 7$ | h) $(3 \cdot 12 - 2) \cdot 7$ |

Exercice 1.23 Calculer.

- | | |
|--|--|
| a) $6 + 3 - (5 + 2 + 3) - (-4 - 3)$ | f) $(3 - 6)(4 - 3) - [(2 - 5)(6 - 11) - (37 - 6)]$ |
| b) $1 + (2 - 5) - [4 + (2 - 1)] - [12 - (2 - 7)]$ | g) $(-7) \cdot (-3) - 4 \cdot (-1)$ |
| c) $[5 - (4 - 3)] \cdot [3 \cdot 4 - (12 - 4)]$ | h) $1 - 1 + 1 \cdot 5$ |
| d) $15 + 24 - (3 + 2)(5 - 6)$ | i) $-7 \cdot 4 - (7 + 3 \cdot 2)$ |
| e) $2 - (9 + 8) - (8 - 9)(5 - 7) - (3 - 2)(5 - 8)$ | j) $(((-4 - 2) \cdot 3) : 2) + 4$ |

Exercice 1.24 Calculer.

- | | |
|-------------------------------------|---|
| a) $(2,1 - 0,9) : (2 - 4)$ | d) $1,3 + [28 - (3 - (-2) \cdot (-4))]$ |
| b) $1,8 - 3 \cdot 0,5 + 10 : 0,2$ | e) $(-0,2) \cdot 40 + 6 - (3 \cdot (-1) + 7)$ |
| c) $0,03 \cdot [10 - 4 \cdot (-2)]$ | f) $(-0,2) \cdot 40 + 6 - 3 \cdot (-1) + 7$ |

Exercice 1.25 Placer les parenthèses indispensables.

- | | | |
|---------------------------------|-------------------------|-----------------------------------|
| a) $7 + 2^2 = 11$ | d) $18 + 44 + 52 = 114$ | g) $4 \cdot 7 \cdot 20 + 5 = 700$ |
| b) $100 - 10 \cdot 5 = 450$ | e) $35 : 5 + 2 = 5$ | h) $50 - 40 : 5 = 42$ |
| c) $3 \cdot 4 + 7 \cdot 4 = 40$ | f) $1 + 3^3 = 64$ | i) $10 - 2 \cdot 4 + 1 = 33$ |

Exercice 1.26 Effectuer les calculs dans le bon ordre.

- | | | |
|--------------------------------------|---|---|
| a) $5 + 7 \cdot 3 - 2 \cdot 4$ | e) $(5(13 - 7) + (32 \cdot 2 + 4) : 2) : 8$ | i) $-(-3(-4))$ |
| b) $(3 + 2) \cdot 6 - 5 \cdot 8 : 4$ | f) $-\frac{1}{2} \cdot 3 + 2$ | j) $2 \left\{ [-(-5 \cdot 3) + 2] - 11 \right\} (-3)$ |
| c) $90 : 3 - 15 : 4$ | g) $-(5 - 5) + (-3)(-4)$ | k) $-(-(4 + 2(-1)))$ |
| d) $(30 - 5 \cdot 3) : 2 - 1$ | h) $(-5 \cdot 3 + 3(-5))(-1)$ | l) $(-3 + 2) \left\{ 3 [3 - 7(-1 + 2)] + 12 \right\}$ |

Exercice 1.27 Calculer avec la calculatrice.

a) $2,8 + 3,1 - 0,1 =$

e) $(2 \cdot 1,8)^2 \cdot \frac{3}{2} =$

i) $13,25 - 0,5^2 \cdot 4 =$

b) $(3,18 - 13) \cdot 2,5 =$

f) $[(3 - 0,15) \cdot 2 - 0,7]^2 =$

j) $-3,8 \cdot (-1,5) - 1,5 =$

c) $\frac{2,8}{0,25} =$

g) $3 [0,25 - (-0,75)] - 0,35 \cdot 4 =$

k) $12 - 3,9^2 =$

d) $\frac{10,5}{3,15 - 6,65} =$

h) $\frac{0,7 \cdot 0,8}{4(0,15 - 0,85)} =$

l) $12 (-3,9)^2 =$

Valeur absolue

Exercice 1.28 Calculer.

a) $|7 - 3|$

d) $3 - |-1,7|$

g) $(-3) \cdot |4|$

b) $|4 - 7|$

e) $|-1,5| - |4,1|$

h) $-|0,8 \cdot (-2)|$

c) $|7 - 3 - 4|$

f) $||-2| - |-5||$

i) $\frac{|2 - 8|}{|-3| - 1}$

Exercice 1.29 Montrer que l'inégalité $|a - b| \leq |a| - |b|$ ne peut pas être remplacée par une égalité, si on suppose $a < b$. Pour cela, donner un exemple numérique qui démontre que l'égalité $|a - b| = |a| - |b|$ n'est pas toujours vérifiée.

Exercice 1.30 Quels nombres $x \in \mathbb{R}$ satisfont à l'équation ?

a) $|x| = 5$

d) $|x - 5| = 2$

g) $|x + 3,2| = 12,5$

b) $|x| = 5,23$

e) $|x - 2,4| = 1,5$

h) $|x - 5,8| = 0,1$

c) $|x| = -8,1$

f) $|x + 7| = 20$

i) $|x| = x$

Exercice 1.31 Quels nombres **entiers** satisfont à l'inéquation ?

a) $|x| < 3$

c) $|x| \leq 3$

e) $|x - 8| \leq 3$

b) $-2,3 \leq x \leq 4,5$

d) $|x + 3| \leq 8$

f) $|x| \geq x$

Exercice 1.32 Déterminer sur la droite des nombres réels les nombres x qui satisfont à l'inéquation.

a) $|x| < 2,5$

b) $-3 < x \leq 2$

c) $|x| > 100$

d) $|x - 7,5| \leq 0,2$

Exercice 1.33 Problèmes de précision.

a) La longueur l d'une pièce doit être de 51,5 mm, avec une précision de 3 dixièmes. Entre quelles valeurs doit-elle se situer ?

b) Écrire l'inégalité $14,65 \leq x \leq 14,75$ à l'aide d'une valeur absolue sous la forme $|x - \dots| \leq \dots$

Divisibilité des nombres entiers**Exercice 1.34** Donner les 6 premiers multiples des nombres suivants.

- a) 3 b) 8 c) 24 d) 80

Exercice 1.35 Donner les 6 premiers multiples communs de 3 et 8.**Exercice 1.36** Donner les diviseurs des nombres suivants.

- a) 3 b) 8 c) 24 d) 80

Exercice 1.37 Donner les diviseurs communs de 24 et 80.**Exercice 1.38** Compléter le tableau en utilisant les critères de divisibilité.

... est divisible par ...	2	3	4	5	6	9	10
12'375							
8'232							
1'603							
93'100							

Exercice 1.39 Dans le tableau ci-dessous, biffer tous les nombres qui ne sont pas premiers.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

Exercice 1.40 Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.

- a) 540 d) 735 g) 1750
 b) 6600 e) 520 h) 3200
 c) 13'000 f) 924 i) 3150

Exercice 1.41 Compléter le tableau ci-dessous.



n	m	Décomposition de n	Décomposition de m	$\text{ppmc}(n;m)$	$\text{pgdc}(m;n)$
12	16				
66	165				
35	77				
25	75				

Exercice 1.42 Trouver le plus grand diviseur commun des nombres ci-dessous.



- a) 84 et 180 b) 108 et 252 c) 912 et 180 d) 785 et 1'884

Exercice 1.43 Trouver le plus petit multiple commun des nombres ci-dessous.



- a) 12 et 16 b) 30 et 84 c) 84 et 245 d) 140 et 450

Exercice 1.44 Décomposer les nombres suivants en produit de facteurs premiers.



- a) 63 b) 15 c) 42

Puis, calculer

- d) $\text{ppmc}(63;15)$ f) $\text{ppmc}(42;15)$ h) $\text{pgdc}(63;15)$ j) $\text{pgdc}(42;15)$
e) $\text{ppmc}(63;42)$ g) $\text{ppmc}(63;42;15)$ i) $\text{pgdc}(63;42)$ k) $\text{pgdc}(63;42;15)$

Exercice 1.45 Calculer à l'aide de la calculatrice.

- a) $\text{ppmc}(28;35;49)$ c) $\text{ppmc}(16;64;128)$
b) $\text{ppmc}(30;36;175)$ d) $\text{ppmc}(660;2940;140)$

Exercice 1.46 Calculer à l'aide de la calculatrice.

- a) $\text{pgdc}(108;252)$ c) $\text{pgdc}(16;64;128)$
b) $\text{pgdc}(235;1080)$ d) $\text{pgdc}(22;33;55)$

Les fractions**Exercice 1.47** Donner le code décimal correspondant à chacune des fractions :

- | | | | | | |
|-------------------|--------------------|-------------------|-------------------|--------------------|---------------------|
| a) $\frac{1}{2}$ | d) $-\frac{7}{7}$ | g) $\frac{1}{4}$ | j) $\frac{8}{3}$ | m) $\frac{1}{5}$ | p) $-\frac{33}{55}$ |
| b) $\frac{15}{2}$ | e) $\frac{57}{10}$ | h) $\frac{5}{4}$ | k) $\frac{1}{9}$ | n) $-\frac{3}{5}$ | q) $-\frac{0}{8}$ |
| c) $-\frac{7}{1}$ | f) $\frac{3}{100}$ | i) $-\frac{2}{3}$ | l) $-\frac{4}{9}$ | o) $-\frac{6}{10}$ | r) $-\frac{8}{0}$ |

Exercice 1.48 À l'aide de la calculatrice, donner le développement décimal exact des nombres suivants.

- | | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{11}$ | b) $\frac{5}{111}$ | c) $\frac{172}{13}$ | d) $\frac{8}{9}$ |
|-------------------|--------------------|---------------------|------------------|

Exercice 1.49 Donner le développement décimal arrondi au millième des nombres suivants.

- | | | | |
|-------------------|--------------------|---------------------|------------------|
| a) $\frac{2}{11}$ | b) $\frac{5}{111}$ | c) $\frac{172}{13}$ | d) $\frac{8}{9}$ |
|-------------------|--------------------|---------------------|------------------|

Exercice 1.50 A) Calculer la fraction irréductible équivalente puis le développement décimal.

- | | | |
|--------------------|---------------------|----------------------|
| a) $\frac{48}{72}$ | b) $\frac{75}{125}$ | c) $-\frac{154}{44}$ |
|--------------------|---------------------|----------------------|

B) Refaire l'exercice en utilisant la touche "fraction" de la calculatrice.

Exercice 1.51 Simplifier au maximum les fractions suivantes.

- | | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|
| a) $\frac{75}{30}$ | b) $\frac{22}{77}$ | c) $\frac{28}{12}$ | d) $\frac{143}{39}$ | e) $\frac{217}{62}$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|---------------------|---------------------|

Exercice 1.52 Écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

- | | | |
|---------------------|-----------------------|----------------------|
| a) 4,5 | d) $0,\overline{35}$ | g) $3,\overline{9}$ |
| b) 2,35 | e) $0,5\overline{30}$ | h) $12,\overline{3}$ |
| c) $0,\overline{3}$ | f) $2,\overline{297}$ | i) $2,1\overline{9}$ |

Exercice 1.53 À l'aide de la calculatrice, écrire les nombres suivants sous forme de fractions irréductibles.

- | | | |
|---------|----------|----------|
| a) 1,3 | c) 0,98 | e) 4,06 |
| b) 5,43 | d) 3,555 | f) 14,52 |

Exercice 1.54 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles.



a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}$

d) $\frac{14}{2} \cdot \frac{2}{35} \cdot \frac{15}{8}$

g) $\frac{3}{40} \cdot \frac{50}{12} \cdot \frac{8}{5}$

b) $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{2}$

e) $\left(-\frac{13}{30}\right) \cdot \frac{3}{26} \cdot \frac{15}{2}$

h) $\frac{121}{24} \cdot \frac{24}{33}$

c) $3 \cdot \frac{1}{2}$

f) $\left(-\frac{11}{88}\right) \cdot \left(-\frac{10}{3}\right) \cdot \left(-\frac{1}{40}\right)$

i) $\frac{90}{17} \cdot \frac{34}{45}$

Exercice 1.55 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles.



a) $\frac{1}{2} : \frac{3}{2}$

c) $3 : \frac{1}{2}$

e) $\frac{11}{24} : \frac{7}{3} \cdot 3$

b) $\frac{4}{7} : \frac{21}{2}$

d) $\left(-\frac{14}{22}\right) : \frac{21}{55}$

f) $\left(-\frac{90}{7}\right) : \left(-\frac{35}{2}\right)$

Exercice 1.56 Faire les calculs à l'aide des fractions.



a) $0,25 \cdot 7$

c) $0,\bar{3} \cdot 0,75$

e) $7 : 0,25$

b) $0,9 \cdot 3,5$

d) $0,25 : 7$

f) $4,5 : 0,75$

Exercice 1.57 Répondre sous forme de fractions irréductibles.



a) $\frac{\frac{5}{11}}{\frac{7}{2}}$

c) $\frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{5}}$

e) $\frac{\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5}}{\frac{6}{7} \cdot \frac{8}{9}}$

b) $\frac{\frac{8}{3}}{\frac{5}{5}}$

d) $\frac{\frac{3}{5}}{8 \cdot \frac{1}{2}}$

f) $\frac{3}{\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5}}$

Exercice 1.58 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles.



a) $\frac{7}{2} + \frac{3}{5}$

d) $\left(-\frac{5}{22}\right) - \frac{3}{55}$

g) $\frac{11}{24} - \left(-\frac{1}{40}\right)$

b) $\frac{5}{14} - \frac{11}{2}$

e) $\frac{11}{12} + \frac{7}{15} - 3$

h) $\frac{4}{35} + \frac{7}{45}$

c) $3 + \frac{1}{9}$

f) $\left(-\frac{1}{21}\right) - \left(-\frac{1}{28}\right)$

i) $2 - \left(-\frac{5}{21}\right) + \frac{16}{21}$

Exercice 1.59 Calculer.

a) $\frac{2}{15} - \frac{7}{6} + \frac{11}{10}$

c) $\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$

b) $-9 - \frac{80}{7}$

d) $\left(+\frac{84}{45}\right) : \left(-\frac{21}{100}\right)$

Ensuite, vérifier les réponses à l'aide de la touche "fraction" de la calculatrice.

Exercice 1.60 Calculer.

a) $\frac{36}{112} + \frac{48}{126}$

e) $\frac{27}{126} + 2$

i) $\frac{16}{162} \cdot \left(-\frac{27}{14}\right)$

b) $\frac{77}{42} - \frac{32}{72}$

f) $\frac{55}{132} - \frac{35}{90} + \frac{66}{36}$

j) $\frac{81}{125} \cdot \frac{15}{55} \cdot \frac{165}{27}$

c) $\frac{60}{432} - \frac{105}{450}$

g) $\frac{36}{27} \cdot \frac{142}{20}$

k) $\frac{28}{8} \cdot \frac{70}{49} \cdot \frac{14}{63}$

d) $\frac{115}{25} - 4$

h) $\frac{196}{20} \cdot \frac{6}{63}$

l) $\frac{147}{15} : \frac{21}{25}$

Exercice 1.61 Effectuer et exprimer le résultat sous forme de fractions irréductibles.

a) $1 + \frac{3}{8} : \frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{4} : \frac{5}{4} : \frac{5}{4}$

e) $\frac{4}{3} : \frac{4}{5} \cdot 5$

b) $\frac{\frac{3}{4} + 1}{\frac{3}{2} + 1}$

d) $\frac{1}{3} - \frac{4}{6} : \frac{3}{2} + \frac{1}{4}$

f) $5 - 4\left(3 + \frac{1}{4}\right)$

Exercice 1.62 Quel est...

a) l'inverse de $\frac{4}{5}$

d) l'opposé de $\frac{4}{5}$

g) l'inverse de $0,\bar{3}$

b) le produit de 4 et $\frac{3}{8}$

e) le quotient de $\frac{6}{7}$ par $\frac{3}{5}$

h) le produit de 12 et $0,\bar{3}$

c) la différence entre $-\frac{3}{2}$ et $\frac{1}{2}$

f) la somme de 6 et $\frac{2}{3}$

i) la différence entre $\frac{3}{7}$ et $\frac{1}{7}$

Exercice 1.63 500 personnes ont assisté à un concert. Les $\frac{4}{5}$ d'entre eux étaient des femmes. Combien d'hommes étaient à ce concert ?**Exercice 1.64** Les gagnants du concours de lancer de la tomate ont reçu soit une tomate géante gonflable, soit un râteau. Sachant que les $\frac{2}{7}$ d'entre eux ont reçu un râteau et que 35 tomates gonflables ont été données, calculer le nombre de gagnants.**Exercice 1.65** J'ai versé CHF 3000.—, ce qui représente les $\frac{2}{5}$ de mon salaire, à une association de bien-faisance. Combien me reste-t-il ?**Exercice 1.66** J'ai commandé un pantalon à CHF 80.—. Les frais de port étaient de CHF 8.—. Quelle fraction du prix total représentent ces frais de port ?

Les pourcentages

Exercice 1.67 Voici les résultats de l'élection du délégué de classe. Compléter le tableau.

Candidat	rapport au total	Nombre de voix
Jo	37,5%	
William	20,83%	
Jack	12,5%	
Averell		
Total		24

Exercice 1.68 Compléter le tableau.

un biscuit contient :	total	protéines	glucides	lipides
Quantité en g	16	1	12	3
% du total				

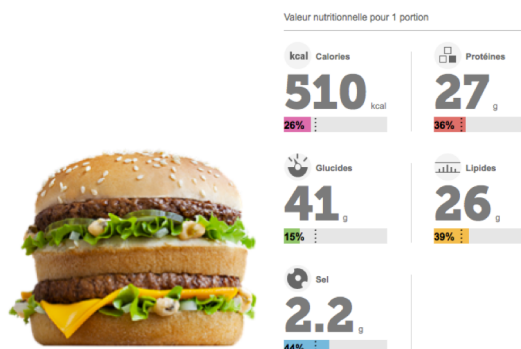
Exercice 1.69 Combien de points faut-il faire pour avoir la note 4, sachant que ce seuil est à 60% du total des points et qu'il y a 30 pts dans le test ? 

Exercice 1.70 Quel est le total des points d'un test dont la note 4 est à 60%, ce qui fait 30 pts ? 

Exercice 1.71 J'ai fait 28 pts dans un test qui en comptait 35. Quel pourcentage cela fait-il ? 

Exercice 1.72 Un alliage est composé de 6% de carbone, 7% de silicium, 52% de chrome et le reste de fer. Calculer la masse de chacun de ces éléments dans un cadre de vélo de 2 kg. 

Exercice 1.73



- À partir de ces informations, calculer les quantités correspondant au 100%, c'est-à-dire aux besoins d'une personne en un jour.
- Avec combien de ces hamburgers a-t-on mangé le 100% des calories d'une journée ?
- Avec combien de ces hamburgers a-t-on mangé le 100% des graisses (lipides) d'une journée ?

Exercice 1.74 Lors d'un match de basket, un joueur de Fribourg Olympic a réussi 12 paniers sur 17 tirs tentés. Quel est son pourcentage de réussite ?

Exercice 1.75 Compléter le tableau.



Prix initial en Frs	Rabais en %	Rabais en Frs	Prix après rabais en %	Prix après rabais en Frs
80	10			
33	10			
120	25			
36	25			
500	20			
35	20			
90	50			
224	50			

Expliquer comment calculer rapidement 10%, 25%, 20% et 50%.

Exercice 1.76 Compléter l'assertion ou répondre à la question.

- Un intérêt de 4% qui s'additionne au capital donne un nouveau capital qui représente ... % de l'ancien.
- Un rabais de 20% donne un prix qui représente ... % du prix initial.
- On a payé 75% du prix de base. Le rabais a été de ... %.
- Un prix final représentant 140% du prix initial revient à une augmentation de ... %.
- Un prix final représentant 200% du prix initial revient à une augmentation de ... %.
- Un article de CHF 400 est baissé de 20%. Quel est son nouveau prix ?
- On achète un objet CHF 700 et on le revend avec un gain de 8%. Combien a-t-on gagné ? Quel est le prix de vente ?
- Je revends un objet CHF 350 avec une perte de 30% (sur le prix d'achat). Combien l'avais-je acheté ?
- On achète un objet CHF 128 et on le revend avec un gain de 12%. Combien a-t-on gagné ? Quel est le prix de vente ?
- Je revends un objet CHF 100 avec une perte de 20%. Combien l'avais-je acheté ?
- Je revends un objet CHF 650 avec une perte de 18%. Combien l'avais-je acheté ?

Exercice 1.77 Un paquet de bonbons est constitué de bonbons au citron et de bonbons à l'orange. On compte 32 bonbons au citron en tout, ce qui représente les 40% du paquet.

Combien de bonbons à l'orange trouve-t-on dans ce paquet ?



Exercice 1.78 C'est la période des soldes. Une veste coûtant CHF 160.– a été soldée deux fois. La première réduction est de 30% et la deuxième de 20%. 

- a) Quel est le prix de cette veste ?
- b) Quel est le pourcentage de rabais total ?

Exercice 1.79 Aujourd'hui, il n'y a que 17 élèves dans la classe de Nicole car la grippe retient 32% de ces camarades au lit. Quel est l'effectif total de cette classe ? 

Exercice 1.80 Lors d'un examen, 85% des candidats ont réussi. Il y a 45 échecs. Combien de candidats se sont présentés à l'examen ? 

Exercice 1.81 Un antiquaire vous déclare :
« J'ai vendu ce matin un vase chinois CHF 2000.– en perdant 20% sur le prix d'achat. Mais l'après-midi, j'ai vendu un autre vase CHF 2000.– en gagnant 25% sur le prix d'achat. C'est donc finalement une bonne journée ».
Êtes-vous d'accord avec lui ? 

Exercice 1.82 À un certain temps, l'achat de 1 Euro coûtait CHF 1,10.
Quelle était alors, en Euros, la valeur d'une oeuvre d'art vendue CHF 4'900.– ?

Exercice 1.83 Deux personnes ont investi dans la même affaire, pour la même durée, l'une CHF 22'500.– et l'autre CHF 31'500.–. Elles ont obtenu un bénéfice à se répartir de CHF 4'050.–.
Comment vont-elles faire le partage ?

Les puissances

Exercice 1.84 A) Calculer. 

- | | | |
|---------------|------------|---------------------------------|
| a) 300^2 | c) $0,4^3$ | e) 0^8 |
| b) $(-0,5)^3$ | d) 2^7 | f) $\left(\frac{8}{7}\right)^2$ |

B) Utiliser votre calculatrice pour vérifier vos réponses de l'exercice précédent. N'employer que les touches « puissance » et non la touche « multiplier ».

Exercice 1.85 Calculer. 

- | | | |
|--------------|----------------------------------|------------------|
| a) $(-10)^6$ | d) $\left(\frac{6}{11}\right)^2$ | g) $0,3^2$ |
| b) $(-10)^9$ | e) $\left(\frac{1}{4}\right)^2$ | h) $0,002^4$ |
| c) $(+10)^9$ | f) $0,25^2$ | i) $(-1)^{1234}$ |

Exercice 1.86 Calculer.

- | | | | |
|-------------|----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| a) $(-1)^3$ | f) $\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ | k) $-(3)^2$ | p) $-(-2)^3$ |
| b) 1^5 | g) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$ | l) -5^3 | q) -3^3 |
| c) 2^3 | h) $\left(-\frac{1}{4}\right)^3$ | m) -2^4 | r) $-(-5)^2$ |
| d) $(-2)^3$ | i) $-0,5^2$ | n) -4^3 | s) $-\left(-\frac{2}{3}\right)^3$ |
| e) $(-2)^4$ | j) $(-2)^5$ | o) $-\left(-\frac{1}{2}\right)^2$ | t) $(-0,1)^4$ |

Exercice 1.87 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de code décimal.

- | | | | | | |
|--------------|----------------|---------------|--------------|---------------|----------------|
| a) 6^2 | d) $(-2)^{10}$ | g) 1100^2 | j) 5^4 | m) $-0,9^2$ | p) $(-0,2)^5$ |
| b) 3^3 | e) $(-4)^3$ | h) $(+130)^2$ | k) 1500^2 | n) $(+0,5)^3$ | q) $0,4^4$ |
| c) $(-14)^2$ | f) $(-2)^7$ | i) $12'000^2$ | l) $(-30)^4$ | o) $0,008^2$ | r) $(-0,07)^2$ |

Exercice 1.88 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de fraction.

- | | | | | | |
|-------------|-------------|-------------|----------------|----------------|----------------|
| a) 0^7 | d) $(-3)^0$ | g) $(-1)^9$ | j) 1^{-9} | m) $(-9)^{-1}$ | p) 2^{-5} |
| b) 7^0 | e) 0^0 | h) $(+1)^9$ | k) $(-1)^{-9}$ | n) 5^{-2} | q) $(-2)^5$ |
| c) 0^{-3} | f) 1^9 | i) 9^1 | l) 9^{-1} | o) $(-5)^{-2}$ | r) $(-2)^{-5}$ |

Exercice 1.89 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de fraction.

- | | |
|----------------------------------|---------------------------------------|
| a) $(-2)^3$; -2^3 ; $-(-2)^3$ | d) 2^{-3} ; $(-2)^{-3}$; -2^{-3} |
| b) $(-2)^4$; -2^4 ; $-(-2)^4$ | e) 3^1 ; 3^{-1} ; $(-3)^{-1}$ |
| c) $(-2)^2$; -2^2 ; $-(-2)^2$ | f) $3^0 - 3^{-1} - 3 - 2$ |

Exercice 1.90 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de fraction.

- | | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| a) $\left(\frac{11}{13}\right)^2$ | e) $\left(\frac{1}{6}\right)^{-1}$ | i) $\left(-\frac{3}{10}\right)^{-3}$ |
| b) $\left(-\frac{2}{5}\right)^4$ | f) $\left(\frac{14}{15}\right)^{-2}$ | j) $\left(\frac{5}{4}\right)^3$ |
| c) $\left(-\frac{3}{10}\right)^3$ | g) $\left(\frac{11}{13}\right)^{-2}$ | k) $\left(-\frac{1}{10}\right)^{-6}$ |
| d) $\left(\frac{8}{7}\right)^{-1}$ | h) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-4}$ | l) $\left(\frac{12}{7}\right)^2$ |

Exercice 1.91 Écrire sous forme de puissance avec comme base le plus petit nombre rationnel positif possible.



a) $\frac{1}{8}$

c) 0,25

e) 0,0081

g) $\frac{625}{81}$

b) 0,09

d) $\frac{1}{625}$

f) 0,125

h) $\frac{8}{128}$

Exercice 1.92 Calculer et répondre sous forme de nombre entier ou de code décimal.



a) 10^4

e) $0,001^{-1}$

i) $0,002^{-1}$

b) 10^{-4}

f) $0,01^{-2}$

j) $0,2^{-2}$

c) $0,1^{-1}$

g) $0,2^{-1}$

k) $0,02^{-2}$

d) $0,5^{-2}$

h) $0,02^{-1}$

l) $0,002^{-2}$

Exercice 1.93 Calculer.



a) $20^2 \cdot (6^2 - 4^2)$

e) $5^3 \cdot 0^2 \cdot 7^5 + 2^1 \cdot 5^4$

b) $2^5 + 2^3 \cdot 3^2$

f) $4^1 + 4^3 - 4^2$

c) $(-2)^4 + (-1)^7 \cdot (-4)^3 - 3^0 \cdot 5^3 \cdot 0$

g) $7^0 - 13^2$

d) $-3^2 \cdot (5^2 - 2^3 \cdot 3)$

h) $(-4)^3 \cdot 1^2 - (2^3 \cdot 2^2 - 2)$

Exercice 1.94 Calculer.



a) $4^3 \cdot 25^3$

c) $\frac{12^{91}}{12^{89}}$

e) $10^9 \div 10^{11}$

b) $2^3 - 2^4$

d) $10^4 + 10^2$

f) $2^3 \cdot 5^2$

Exercice 1.95 Trouver les exposants manquants.



a) $4^5 \cdot 4^7 = 4^{\dots}$

c) $(3^3)^5 = 3^{\dots}$

e) $10^6 = 100^{\dots} = 1'000^{\dots}$

b) $(2^9)^5 = 2^{\dots}$

d) $5^2 \cdot 5^2 \cdot 5 \cdot 5^4 = 5^{\dots}$

f) $6^{16} : 6^5 = 6^{\dots}$

Exercice 1.96 Simplifier les expressions ci-dessous.



a) $3 \cdot 3^2 \cdot 3^3$

c) $\frac{3^4}{3^6}$

e) $\frac{(24^5)^3 \cdot 3^2}{4^{15} \cdot 2^{15}}$

b) $(3^2)^4$

d) $\frac{2^6 \cdot 7^7 \cdot 2}{14^3}$

f) $\left(\frac{3}{5^4 \cdot 3^5}\right)^2$

Exercice 1.97 Exprimer le résultat sous forme de fraction, sans puissance.



a) $0,3^2$

c) $(-0,2)^{-3}$

e) $1,5^{-3}$

g) $(-0,75)^{-1}$

b) $-0,3^{-2}$

d) $(-0,25)^4$

f) $(1 - 3^{-1})^{-2}$

Exercice 1.98 Simplifier.



a) $x^3 \cdot x^3$

d) $\frac{9x^7}{3x^3}$

g) $(-x^2) \cdot (-x)^4$

j) $(-x^2)^3$

b) $\frac{x^{4n}}{x^n}$

e) $\frac{(5x)^3}{x^7}$

h) $(-x)^3 - x^3$

k) $-(2x^4)^2$

c) $(2x)^n$

f) $(-x^3) \cdot (-x^4)$

i) $(-x^3)^2$

l) $-(-x^7)^0$

La notation scientifique

Exercice 1.99 Écrire les nombres ci-dessous en notation scientifique.



a) 876'000'000

c) 3'000'000'000

b) 0,00005

d) 0,0007166

Utiliser ensuite votre calculatrice pour vérifier vos réponses. N'employer que les touches « notation scientifique » et non les touches « multiplier » et « puissances ».

Exercice 1.100 Écrire les nombres ci-dessous en notation décimale.



a) $7,2736 \cdot 10^2$

c) $9,1 \cdot 10^4$

e) $8 \cdot 10^{12}$

b) $4 \cdot 10^{-6}$

d) $9,64 \cdot 10^{-3}$

f) $3 \cdot 10^{-10}$

Utiliser ensuite votre calculatrice pour vérifier vos réponses. N'employer que les touches « notation scientifique » et non les touches « multiplier » et « puissances ».

Exercice 1.101 Écrire les nombres suivants en notation scientifique :



- a) 27'100 c) 870 e) 630'000'000'000 g) 0,0000404
b) 0,234 d) 0,0082 f) 8

Exercice 1.102 Écrire les nombres suivants en notation scientifique.

- a) six dixièmes g) mille milliards
b) trois millièmes h) zéro virgule zéro huit
c) septante-huit milliardièmes i) trois virgule zéro deux milliers
d) treize millions j) sept centièmes
e) 24 centièmes k) huit cent treize
f) quatre mille huit cent vingt-cinq l) nonante-sept dix-millièmes

Exercice 1.103 Calculer et écrire les réponses en notation scientifique.



- a) $3'000'000^2$ c) $(3 \cdot 10^{-12}) \cdot (1,1 \cdot 10^{20})$ e) $(3 \cdot 10^{11}) \div (2 \cdot 10^{15})$
b) $0,1^7$ d) $(6 \cdot 10^6)^2$ f) $3 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5$

Exercice 1.104 Répondre en notation scientifique.



- a) 8,6 km = m = mm
b) $3,45 \text{ mm}^2 = \dots\dots\dots \text{m}^2 = \dots\dots\dots \text{km}^2$

Exercice 1.105 Calculer et écrire les résultats en notation scientifique.



- a) $0,2 \cdot 10^{-3}$ c) $0,032 \cdot 10^8$ e) $23 \cdot 10^{-5}$
b) $0,005 \cdot 10^{-5}$ d) $3145 \cdot 10^4$ f) $15,2 \cdot 10^{-6}$

Exercice 1.106 Calculer et répondre en notation scientifique.

- a) $\frac{1,5 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^8}$ c) $3 \cdot 10^3 \cdot (1 + 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^2)$ e) $(3 \cdot 10^{-3})^2 + (4 \cdot 10^{-3})^2$
b) $\frac{8 \cdot 10^{-8} \cdot 1'000}{40'000'000}$ d) $0,002 \cdot 0,00011 \cdot 30$ f) $\frac{12 \cdot 10^{-4} \cdot (3 \cdot 10^{-7} + 9 \cdot 10^{-6})}{3,1 \cdot 10^{-4}}$

4.2 Calcul littéral

Exercice 2.1 Biffer les expressions littérales ci-dessous qui ne sont pas des monômes.

- | | | | | |
|--------------------|-------------------|---------------------|-------------------|--------------|
| a) $\frac{x^2}{3}$ | c) $-b^2(-7)b^3$ | f) 7 | i) $\sqrt{17yz}$ | l) $(10x)^2$ |
| b) $\sqrt{17}yz$ | d) $\frac{5x}{8}$ | g) 7^x | j) $-b^2-7b^3$ | m) $7x$ |
| | e) $10x^2$ | h) $\frac{1}{3}x^2$ | k) $\frac{8}{5x}$ | n) x^7 |

Exercice 2.2 Pour les monômes de l'exercice précédent, déterminer :

- a) le coefficient b) la partie littérale c) le degré

Exercice 2.3 Dans chacune des lignes, un monôme n'est pas semblable aux quatre autres, déterminer l'intrus.

- | | | | | |
|-------------|------------------|-------------|------------|--------------------|
| a) x^2y | $-7xyy$ | $2xy^2$ | $84xyx$ | y^2x |
| b) $-xzy^2$ | $(-x)(-y^2)(-z)$ | $-(zy)(xy)$ | $-x(zy)^2$ | $(15x)(15y)(15yz)$ |

Exercice 2.4 Réduire.

- | | | |
|--|----------------------------|--|
| a) $x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x$ | e) $(4 \cdot 2x) \cdot 3x$ | i) $\left[(-\frac{1}{10}x)^2\right]^3$ |
| b) $3b \cdot 5a$ | f) $2x \cdot (4 \cdot 3x)$ | j) $\frac{5}{8}x^2 \cdot (-\frac{9}{10}x^4) \cdot (-8x^3)$ |
| c) $(-4t^3) \cdot 2t \cdot 7t^2 \cdot t$ | g) $4xy \cdot 9yx^2$ | k) $(\sqrt{5}a^3b^4)^2$ |
| d) $4 \cdot (2x \cdot 3x)$ | h) $(-\frac{1}{10}x^2)^3$ | l) $z^5 \cdot x^2y^4 \cdot xyz$ |

Exercice 2.5 Déterminer le degré relativement à chaque lettre des polynômes suivants, ainsi que leur degré.

- | | | | | |
|----------------|----------------|-----------|------|------------------|
| a) $7y+3y^2-8$ | b) $ab+a^2b^2$ | c) $7-8x$ | d) 5 | e) $24u^2vw^2+6$ |
|----------------|----------------|-----------|------|------------------|

Exercice 2.6 Réduire les polynômes suivants.

- | | | |
|-----------------------|--------------------------------------|---|
| a) $x + y + y$ | g) $7x - 3 + 2y - 2x - 5y + 5$ | m) $3x^2 - 3x - x^2 + 7 - x$ |
| b) $a + 2 + 2a$ | h) $-2c + 19a - 5 - 8c + a$ | n) $-3,1x + x^2 - 2,4x - x^2$ |
| c) $3x + 2y + 7x + y$ | i) $\frac{1}{3}x - 1 + \frac{7}{3}x$ | o) $8y^2 - \frac{3}{4} - 4y^2 + \frac{5}{2} - 3y^2$ |
| d) $2x + 2z + 4y$ | j) $5x + 2,8 - 3,7x - 4,6$ | p) $7x - 3x + 5$ |
| e) $3 + 2x - 5$ | k) $-3 + 7y - y - 6y - 2$ | q) $6 - 4,9x^2 - 1,3x^2$ |
| f) $2x + 3xy + x$ | l) $3x - 3xy + xy$ | r) $1 + a - a^3 + \frac{1}{3}a + 1,6a^3$ |

Exercice 2.7 Les expressions suivantes sont-elles des sommes ou des produits ?

- | | |
|-----------------|--|
| a) $5x(2x + 3)$ | d) $12x^2 + 8x + 4$ |
| b) $3y + 9$ | e) $(7a + 5)(6b + 4)$ |
| c) $(5z + 2)^2$ | f) $(3f + 5)(2f + 6) + (2f + 4)(3f + 8)$ |

Exercice 2.8 Déterminer l'opposé des polynômes suivants.

- | | | | | |
|------------|---------------------|-----------------|----------------------|------------------------|
| a) $x + 1$ | b) $uy - c^2 + 33f$ | c) $-x + y + 8$ | d) $-(x^2 + 2x + 3)$ | e) $x^3 + x^2 + x + 1$ |
|------------|---------------------|-----------------|----------------------|------------------------|

Exercice 2.9 Développer et réduire les expressions suivantes.

- | | |
|--------------------------------------|---|
| a) $(x^2 + x + 1) + (3x^2 - 8x + 7)$ | d) $-(8x^2 - 3 + x) + (\frac{2}{11}x - 8x^2 + 3)$ |
| b) $(x^2 + x^3 - x) - (2x + 2x^3)$ | e) $18x - [7x - (8x - y)]$ |
| c) $5x - (-3x^2 + 12) + 7x$ | f) $(6x - \frac{1}{3}y) + (4x + \frac{2}{7}y - 3z) - (-3z + 10x - \frac{1}{21}y)$ |

Exercice 2.10 Développer et réduire les expressions suivantes.

- | | | |
|----------------------|------------------------|----------------------------------|
| a) $4(x + 1)$ | f) $-(x - 1)(2x + 1)$ | k) $(2u + 3)(u - 4) - 4u(u + 1)$ |
| b) $(-x + 8)(-10)$ | g) $10(-x + 2)(x - 7)$ | l) $3a^2 - (a + 2)(a - 1)$ |
| c) $-3x(x - 2)$ | h) $-3x(-2x)(-x)$ | m) $\frac{1}{2}(x + 2)(x + 3)$ |
| d) $(x + 5)(x - 7)$ | i) $-(2x + 2 - 5)$ | n) $(2z + 1)^2$ |
| e) $(4x - 3)(x - 5)$ | j) $-x^2(2x + x^2)$ | |

Exercice 2.11 Développer et réduire les expressions suivantes.

- | | | |
|-----------------------------------|------------------------------|---------------------------------|
| a) $(x^2 + x) + 5(3x^2 - 8x + 7)$ | b) $4(x^2 - x) - 3x(2x + 7)$ | c) $-10x^6 - 3x^2(5x^4 + 7x^3)$ |
|-----------------------------------|------------------------------|---------------------------------|

Exercice 2.12 Soit P et Q des polynômes. Calculer $P+Q$, $P-Q$ et $P \cdot Q$ pour les valeurs suivantes.

a) $P = 2x + 4$, $Q = x - 1$

b) $P = 2x^2 - 7$, $Q = x + 2$

Exercice 2.13 Trouver l'expression littérale qui manque dans ces égalités :

a) $(3x + 4) - (\dots) = 4x$

c) $9x^2 \cdot (\dots) = x^2y$

b) $9x^2 \cdot (\dots) = 36x^5 + 9x^2$

d) $(x + 7) \cdot (\dots) = x^2 + 9x + 14$

Exercice 2.14 Trouver les opérations (+, - ou $\cdot$) qui manquent dans ces égalités.

a) $(x \dots x) \dots (x \dots x) = 4x^2$

d) $(a \dots b) \dots (a \dots b) = 2ab$

b) $(x \dots x) \dots (x \dots x) = 2x^3$

e) $x \dots (y \dots 3) + (y \dots 3) = x - 6$

c) $(a \dots b) \dots (a \dots b) = 2b$

f) $x \dots (y \dots 3) + (y \dots 3) = xy - 3x + 3y$

Exercice 2.15 Développer et réduire les expressions suivantes.

a) $9(6x - 7)$

c) $-4x(2x + 7)$

e) $0,2 \cdot x(-x^2 + 0,3 \cdot x + 4)$

b) $x(4x - 5)$

d) $\frac{1}{3}(6x^2 + 9x - 2)$

f) $x^3y(x^2 + x - 9y^2)$

Exercice 2.16 Mettre en évidence.

a) $56x^2 - 24x + 80$

d) $48x^3 + 8x^2$

g) $0,2a^{10} - 0,8a^4$

b) $3x^2 + 8x$

e) $-xy + y$

h) $\frac{1}{3}xy^2 + \frac{2}{3}xy + \frac{5}{3}x$

c) $36x^2 - 27x$

f) $y^5 - y^2$

i) $2x^6 + 4x^4 + 6x^2$

Exercice 2.17 Développer et réduire.

a) $(x + 9)^2$

c) $(2x + 3)^2$

e) $(\frac{1}{2}x + 2)^2$

b) $(x + 1)^2$

d) $(x^3 + 10)^2$

f) $(a + b)^2$

Exercice 2.18 Développer et réduire.

a) $(x - 13)^2$

c) $(2x^2 - 1)^2$

e) $(x - \frac{1}{3})^2$

b) $(-6x + 5)^2$

d) $(7x^5 - 10)^2$

f) $(a - b)^2$

Exercice 2.19 Développer et réduire.

a) $(x+9)(x-9)$

c) $(6x+\sqrt{5})(6x-\sqrt{5})$

e) $(x+\frac{4}{13})(\frac{4}{13}-x)$

b) $(4x+1)(4x-1)$

d) $(2-3x)(3x+2)$

f) $(a-b)(a+b)$

Exercice 2.20 Factoriser au maximum.

a) $x^2+10x+25$

c) $x^2-20x+100$

e) $x^2+28xy+196y^2$

g) x^2-x+16

b) $100x^2-20x+1$

d) $x^2+x+\frac{1}{4}$

f) $25x^2+20x+4$

h) $9x^2+2x+\frac{1}{9}$

Exercice 2.21 Factoriser au maximum.

a) $16x^2+24x+9$

c) x^3+22x^2+121x

e) $-10x^4-200x^3-1000x^2$

b) $x^2-24x+144$

d) $-x^2+2x-1$

f) x^4+2x^2+1

Exercice 2.22 Factoriser au maximum.

a) x^2-25

c) x^2-7

e) $4x^2-225y^2$

g) x^2y^2-36

b) $100x^2-169$

d) $x^2-\frac{9}{49}$

f) x^2+4

h) $6x^2-1$

Exercice 2.23 Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

a) $(x+10)^2$

d) $(x-10)^2$

g) $(x+10)(x-10)$

b) $(x+9)^2$

e) $(x-9)^2$

h) $(x+9)(x-9)$

c) $(a+8)^2$

f) $(a-8)^2$

i) $(a+8)(a-8)$

Exercice 2.24 Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

a) $(x+2)^2$

d) $(2x+9)^2$

g) $(0,9 \cdot x+6)^2$

b) $(x+3)(x-3)$

e) $\left(x+\frac{2}{3}\right)\left(x-\frac{2}{3}\right)$

h) $(4x^3+5)^2$

c) $(5a-8)^2$

f) $\left(7a-\frac{1}{7}\right)^2$

i) $(u-\sqrt{5})(u+\sqrt{5})$

Exercice 2.25 Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide des identités remarquables.

a) $(a-b)^2 + (b-a)^2$

c) $(xy-1)(xy+1)$

e) $(x+6)(x-6) + (x-6)^2$

b) $(x+1)^2 - (x-1)^2$

d) $(5x+2y)^2$

f) $10(z-2)^2$

Exercice 2.26 Compléter les identités remarquables suivantes.

a) $(\dots - \dots)^2 = 9y^8 - \dots + 81$

b) $\left(\dots + \frac{2}{5}\right)(a - \dots) = \dots - \dots$

c) $(\dots + \dots)^2 = \dots + 18z + 9$

Exercice 2.27 Factoriser en utilisant les identités remarquables.

a) $16x^2 - 25$

e) $4900x^2 + 4 - 280x$

i) $a^2 - a + \frac{1}{4}$

b) $x^2 - 23$

f) $y^2 + 22y + 121$

j) $0,04 \cdot x^2 - 9$

c) $-x^2 + 100$

g) $10'000a^2 - 200a + 1$

k) $9x^2 - 6x + 1$

d) $x^2 + 24x + 144$

h) $25x^2 - \frac{49}{64}$

l) $4x^2 - 1$

Exercice 2.28 Mettre en évidence, puis factoriser en utilisant les identités remarquables.

a) $10x^2 + 1000x + 25000$

c) $4x^2y - 20xy + 25y$

e) $27 - \frac{1}{3}x^2$

b) $9x^3 + 24x^2 + 16x$

d) $-x^2 - 2x - 1$

f) $0,1 \cdot x^2 - 1,6 \cdot y^2$

Exercice 2.29 Développer et réduire.

a) $(x+5)(x+4)$

d) $(x-5)(x-4)$

g) $(x-3)(x-8)$

b) $(x+5)(x-4)$

e) $(x+1)(x+24)$

h) $(x-4)(x-6)$

c) $(x-5)(x+4)$

f) $(x+2)(x+12)$

i) $(x+a)(x+b)$

Exercice 2.30 Développer et réduire en utilisant la décomposition du trinôme.

a) $(x-2)(x-6)$

e) $(x+2)(x+8)$

i) $(x+1)(x+19)$

b) $(x-1)(x-13)$

f) $(x-15)(x-100)$

j) $(x+2)(x-6)$

c) $(x+1011)(x+1)$

g) $(x+4)(x-8)$

k) $(x+6)(x+4)$

d) $(x+1)(x-5)$

h) $(x-2)(x+7)$

l) $(x^2+1)(x^2+24)$

Exercice 2.31 Factoriser à l'aide de la méthode de décomposition du trinôme.

a) $x^2 - 8x + 12$

f) $x^2 + 3x + 2$

k) $-90 + z^2 + z$

b) $x^2 + 5x - 14$

g) $x^2 - 115x + 1'500$

l) $x^2 - 8x + 16$

c) $x^2 + 20x + 19$

h) $x^2 - 204x + 800$

m) $x^2 + 7x - 8$

d) $-4x + x^2 - 32$

i) $-y + y^2 - 12$

n) $x^2 + 2,5x + 1$

e) $a^2 - 4a - 12$

j) $x^2 - 8x + 7$

o) $x^2 + x - 20$

Exercice 2.32 Factoriser.

a) $12a^2 + 36a + 27$

d) $x^2 - 6x + 8$

g) $15x^2 - 1500$

b) $-x^2 + 6x + 16$

e) $x^3 + 16x - 8x^2$

h) $2 - 8x + 8x^2$

c) $8t^2 - 50$

f) $2x^2 + 34x + 32$

i) $48a - 16a^2 - 36$

Exercice 2.33 Factoriser.

a) $x^2 - 100$

d) $100x^2 - 100$

g) $x^2 + 29x + 100$

b) $x^2 - 100x$

e) $100x^2 - 1$

h) $-x^2 + 48x + 100$

c) $x^2 + 100$

f) $x^2 - 20x + 100$

i) $x^3 - 100x^2$

Exercice 2.34 Factoriser.

a) $300x^2 - 900x + 600$

d) $196a^2 - 225$

g) $t^3 + 2t^2 - 15t$

b) $-a^2 + 2a - 1$

e) $25x^2 + 250x + 225$

h) $x^2 + 50x + 49$

c) $\frac{4}{3}x^2 - 4x + 3$

f) $a^2 + 81$

i) $-x^3 + 121x$

Exercice 2.35 Effectuer, réduire puis factoriser au maximum.

a) $x(x+9) - (x-12)$

c) $x(x+7)(x-10) + 70x$

e) $5(x+3)^2 + 20x$

b) $(x+3)^2 - 2(3x+5)$

d) $(5-x)^2 + (5+x)^2$

f) $\frac{1}{4}(x+4)^2 - 2(x + \frac{13}{2})$

Exercice 2.36 Factoriser.

a) $5x^2 - 10x + 5$

i) $a^2 - a^3$

q) $x^3 + 4x^2 - 21x$

b) $-a^2 + 2a - 1$

j) $x^2 + 3x$

r) $-2x^2 + 6x + 20$

c) $x^4 + 2x^3 + x^2$

k) $-x + x^2$

s) $x^4 - 3x^2 - 4$

d) $4a^3 + 9a - 12a^2$

l) $3x^2 - 4x$

t) $x^3 + 8x^2 + 15x$

e) $3a^2 - 3$

m) $12x^2 + 3 + 12x$

u) $2x^2 + 6x - 20$

f) $5x^2 - 5$

n) $4x^3 - 36x$

v) $-5x^2 + 5x + 30$

g) $a^3 - a$

o) $48a - 16a^2 - 36$

w) $3x^3 - 27x^2 + 60x$

h) $3a^2 - 12$

p) $x^6 + 16x^4 - 8x^5$

x) $x^2 + x - 20$

4.3 Equations : Généralités et premier degré**Exercice 3.1** Quelles sont les équations qui ont -2 comme solution ?

a) $(x+1)^2 - 1 = x^2 + 2x$

c) $x+4 = 3x+4$

e) $\frac{5x}{6} - \frac{1}{3} = -\frac{3}{4}$

b) $x(x^2 - 2) - (x^2 - 2) = 2$

d) $x^5 + x^4 = -x^4$

f) $(x+8)(x-8) = -6(8-x)$

Exercice 3.2 En reprenant les équations de l'exercice précédent, déterminer leur degré et les écrire sous forme canonique.**Exercice 3.3** Résoudre les équations suivantes.

a) $5x = 20$

e) $12 - 5x = 4 + x + 8$

i) $9x = 8$

b) $-3u = 12$

f) $7x = 3x + 4$

j) $8x - 5 = 7x - 2,75 - 2x$

c) $x + 4 = 6$

g) $-3x + 50 + 7x = 900 + 4x$

k) $0 = 0,9 - 0,6 - 1,9 + x$

d) $3x + 60 = 14x + 5$

h) $2x + 4 = 5x + 7$

l) $0,5 \cdot x - 6,3 = 3,7 \cdot x - 9,5$

Exercice 3.4 Vérifier les solutions de l'exercice précédent en remplaçant l'inconnue par les nombres trouvés.**Exercice 3.5** Résoudre les équations suivantes.

a) $4(2x - 1) = 7x + 8$

c) $(3x - 1) + (9 - 3x) = 8$

e) $5(x + 2) - 2(5x + 1) = 8$

b) $(9x - 1) - (5x - 7) = x$

d) $3x + 3(3 - x) = 8x + 1$

f) $(2 - 3x)(x + 1) = -x(3x + 1)$

Exercice 3.6 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{5}{13}x = 2$

d) $\frac{3}{5}(x+2) = 6$

g) $3x - \frac{1}{2}(4-x) = x - \frac{1}{3}$

b) $\frac{x}{5} + 9 = 11$

e) $\frac{1}{11}x + 6 = 4(x-20)$

h) $-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{5} + 6\right) = 25 - \frac{3x}{2}$

c) $\frac{2x}{3} - 2 = \frac{x}{15} - \frac{3}{5}$

f) $\frac{5}{13}x = \frac{13}{5}$

i) $36 - \frac{4x}{9} = 8$

Exercice 3.7 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{x}{3} + \frac{4}{5} = \frac{5}{6}$

e) $3x^2 + 2x - 7 = (3x-1)x$

b) $(z-7)(z+5) = z^2 - 35$

f) $\frac{y}{3} + \frac{y}{9} = \frac{4y}{9}$

c) $9 - 7x = 2x + 5$

g) $0,007 \cdot x - 0,009 = 0,006 \cdot x - 0,003$

d) $10w - 2,05 = 4,9 \cdot w + 1,75 - 2,5 \cdot w$

h) $0,2 \cdot x - 0,089 \cdot x + 1,78 = x - 16$

Exercice 3.8 Résoudre les équations suivantes.

a) $-5x + 9 = 21 - 3x$

f) $5m - 4 = 5(m+7)$

k) $\frac{6x}{35} - \frac{x+11}{5} + 3x = -23$

b) $0,1x + 0,4 = 0,8x + 0,4$

g) $2(1-x) - 3(x-1) = 0$

l) $(x-2)^2 = (x+3)^2$

c) $-\frac{7}{17}u = 14$

h) $\frac{4}{3}(x-1) = \frac{84}{3}$

m) $\frac{1}{2}(3x-1) - \frac{1}{4}(4-x) = 0$

d) $8,3 - 3t = 2,1 + 7,2t + 6,2$

i) $5x + 1 = 5x - 1$

n) $\frac{5}{3}\left(\frac{x}{10} + \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{42}(21x+35)$

e) $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = \frac{5}{6}$

j) $3x - 1 = 2x - \frac{2-2x}{2}$

o) $\frac{3x}{4} - \frac{6x-1}{8} = \frac{1}{8}$

Exercice 3.9 Résoudre les équations suivantes.

a) $\frac{1}{4}x + \frac{2}{5} = \frac{1}{5}x - \frac{3}{4}$

c) $2x + 5 = \frac{1}{2}(7-4x)$

e) $\frac{t-5}{3} = \frac{2-t}{2}$

b) $3x + 8 = 2(x+4)$

d) $\frac{1}{2}(8+2x) = x+4$

f) $7x - \frac{4-x}{3} = x - \frac{4}{5}$

Exercice 3.10 Résoudre les équations suivantes.

a) $0,9x = -1,1x - 0,7$

f) $6x + 7 = 2(x+3) + 4x$

b) $5(x-2) = \frac{4}{7}x - 10$

g) $(x+1)(4x-3) = 2(x+1)(2x+3)$

c) $0,9(70+10x) = 5x+6 - (4x-1)$

h) $x - [(3-6x) - (12x-9)] = x+15$

d) $\frac{x}{3} - 10 = \frac{2x+60}{15} - \frac{10+x}{5}$

i) $-[-(12x-9) + 8x-60] = -(9+x)$

e) $(x+3)(4x+2-4x) = (6x+18) : 3$

j) $\frac{x-6}{4} = \frac{1}{7}(2x-8)$

k) $(5x+1)(2x-1) - (2x+1)(3x-5) = 4(x+3)(x-1) - 4$

Exercice 3.11 Résoudre les équations ci-dessous, par rapport à l'inconnue précisée.

a) Vitesse : $v = \frac{d}{t}$ par rapport à t

b) Énergie cinétique : $E = \frac{1}{2}mv^2$ par rapport à m

c) Intérêt annuel : $I = Ci$ par rapport à C

d) Loi de la gravitation universelle : $F = G \frac{mM}{d^2}$ par rapport à M

e) Loi des gaz parfaits : $PV = nRT$ par rapport à T ,

f) Aire d'un cylindre : $A = 2\pi r(r+h)$ par rapport à h

g) Chute libre : $s = \frac{1}{2}gt^2 + v_0t$ par rapport à v_0

h) Intérêt après de n jours : $I = Ci \frac{n}{360}$ par rapport à t

Exercice 3.12 Partager CHF 512.– entre deux personnes de manière que l'une ait CHF 64.– de plus que l'autre.

Exercice 3.13 Si je gagnais CHF 20.–, j'aurais trois fois plus que si je perdais CHF 20.–.
Combien ai-je d'argent ?

Exercice 3.14 Je dispose d'une somme d'argent pour organiser un petit déjeuner de Noël pour mes élèves. Si j'achète un pain au chocolat à CHF 3.– par élève et il me restera CHF 2.–. Si j'achète un petit pain à CHF 1.– par élève et il me restera CHF 40.–.
Combien ai-je d'élèves ?

Exercice 3.15 Trouver les dimensions d'un rectangle sachant que la longueur est le triple de la largeur et que son périmètre mesure 168 m.

Exercice 3.16 J'achète 7 kg de tomates et on me rend CHF 3,50. Hier, avec la même somme d'argent, j'ai acheté 4 kg des mêmes tomates et on m'a rendu CHF 32.–.
Combien coûte 1 kg de ces tomates ?

Exercice 3.17 Paul vient d'acheter cinq petits classeurs et trois grands classeurs. Il a payé CHF 159,50. Sachant qu'un petit classeur coûte la moitié du prix d'un grand classeur, calculer le prix de chaque classeur.

Exercice 3.18 Trois émissions durent ensemble 180 minutes : la première émission fait environ 13 minutes de moins que la seconde, qui elle-même dure 23 minutes de plus que la troisième.
Trouver les durées de chaque émission.

Exercice 3.19 Un notaire doit partager une somme de CHF 25'110.– entre trois personnes. La deuxième doit avoir les $\frac{3}{4}$ de la part de la première et la troisième les $\frac{9}{5}$ de la part de la deuxième.
Calculer la part de chacune des trois personnes.

Exercice 3.20 Ma tirelire est pleine de pièces de CHF 2.–. Si je pouvais les transformer en pièces de CHF 5.–, j'aurais CHF 111.– de plus.

Combien ai-je de pièces ?

Exercice 3.21 Je remplis des sacs de bonbons pour les offrir à mes élèves. Si j'en mets 8 par sac, il m'en restera 58. Si j'en mets 11 par sac, il m'en restera 7.

Combien ai-je d'élèves ?

Exercice 3.22 Actuellement, j'ai 6 fois plus d'argent que ma sœur. Si je reçois CHF 100.– pour mon anniversaire, j'aurai alors 8 fois plus d'argent qu'elle.

Quelle somme d'argent a-t-elle ?

Exercice 3.23 Cédric se lance dans le commerce de calendriers. Il en a acheté 100 en tout, de 2 sortes différentes : ceux représentant des paysages ont coûté CHF 7.– pièce et ceux représentant des animaux trop mignons CHF 16.– pièce. Il a payé en tout CHF 1276.–.

Combien en a-t-il de chaque sorte ?

Exercice 3.24 On veut constituer la somme de CHF 115.– avec 35 pièces de CHF 5.– ou 2.–.

Combien en faut-il de chaque sorte ?

Exercice 3.25 Je veux séparer les 21 cm de la largeur de ma page en 3 colonnes. La deuxième colonne est deux fois plus large que la première. La largeur de la troisième colonne mesure 4 cm de plus que la deuxième.

Quelles sont les largeurs de ces 3 colonnes ?

Exercice 3.26 Un patron dispose d'un montant de CHF 15'000.– à répartir entre ses 20 employés pour leur prime de fin d'année. Quatre d'entre eux ont été particulièrement méritants et recevront 300.– de plus que les autres.

Combien vont-ils recevoir chacun ?

Exercice 3.27 Je veux acheter un nouveau natel et conclure un abonnement. Il y a deux offres à choix :

Offre 1 Prendre un abonnement chez Suncom avec le natel inclus :

Prix du natel : CHF 600.– Prix de l'abonnement : CHF 80.– par mois

Offre 2 Commander un natel directement chez Applsung puis conclure un abonnement chez Suncom :

Prix du natel : CHF 760.– Prix de l'abonnement : CHF 70.– par mois

a) Combien vais-je payer en tout en 12 mois dans les deux cas ? Quel est le plus avantageux ?

b) Pour combien de mois les deux offres sont-elles équivalentes ?

Exercice 3.28 En fabriquant des marches ayant 1,6 cm de plus en hauteur, on pourrait économiser 2 marches dans un escalier de 22 marches.

Quelle est la hauteur de l'escalier ?

Exercice 3.29 Une échelle a 27 échelons. Si l'intervalle entre les échelons était 6 cm plus grand, on aurait fabriqué 6 échelons de moins.

En supposant que le premier et le dernier échelon restent à la même place, quel intervalle y a-t-il entre les échelons ?

Exercice 3.30 On range des pommes à raison de 525 unités par caisse. Si on mettait 600 pommes par caisse, il faudrait une caisse de moins.

Combien y a-t-il de pommes au total ?

Exercice 3.31 Pour un système informatique, un vendeur demande CHF 13'000.– et un acheteur désire l'acquérir pour CHF 11'000.–. Ils se mettent finalement d'accord pour que le vendeur baisse son prix du même pourcentage que l'acheteur augmente le sien.

Quel est le prix final ?

Exercice 3.32 Deux matériaux A et B ont un poids total de 14 kg et coûtent ensemble CHF 412,50.

Combien de kilogrammes de chaque marchandise y a-t-il si le matériau A coûte CHF 22.– par kg et le matériau B coûte CHF 41.– par kg ?

Exercice 3.33 12 kg d'une marchandise A au prix de CHF 8,50 par kg sont mélangés avec une marchandise B au prix de CHF 10,50 par kg.

Quelle quantité de marchandise B doit-on prendre pour que le mélange se vende à CHF 10.– par kg ?

Exercice 3.34 Lors d'une tombola, une personne achète des billets à CHF 2.– dont 35 billets "merci" et un certain nombre de billets gagnants, rapportant chacun CHF 50.–. Son bénéfice final est de CHF 26.–.

Combien a-t-elle acheté de billets ?

Exercice 3.35 Un club compte 250 membres. Il fait face à de nouvelles charges et doit augmenter le revenu des cotisations annuelles de CHF 2500.–. De plus, il estime une diminution à venir de 10% de ses membres. Pour compenser cela, une augmentation de 20% de la cotisation annuelle est nécessaire.

À combien se monte-t-elle actuellement ?

Exercice 3.36 Pour mon assurance maladie, j'ai le choix entre deux franchises :

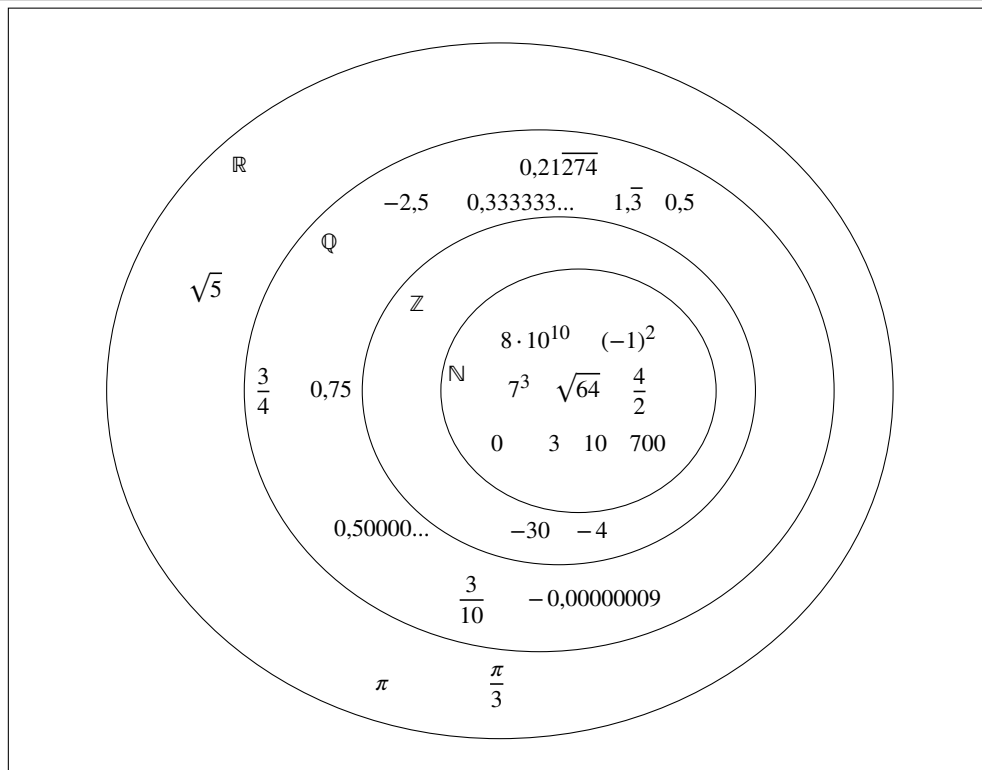
- Une franchise de CHF 600.– avec des mensualités de CHF 70.–.
- Une franchise de CHF 0.– avec des mensualités de CHF 110.–.

Dans les deux cas, 10% des frais médicaux qui dépassent la franchise sont à notre charge.

- a) Si je n'ai aucun frais médicaux durant l'année, combien vais-je payer en tout dans chaque cas ?
Quel est le choix le plus avantageux ?
- b) Si mes frais médicaux de l'année sont de CHF 600.–, combien vais-je payer en tout dans chaque cas ?
Quel est le choix le plus avantageux ?
- c) Si mes frais médicaux de l'année sont de CHF 1000.–, combien vais-je payer en tout dans chaque cas ?
Quel est le choix le plus avantageux ?
- d) Pour quel montant de frais médicaux a-t-on l'égalité entre les coûts totaux des deux propositions ?

5 Solutions

1.1



1.2 Sept nombres différents.

1.3

- | | | | | |
|---------|---------|---------|---------|---------|
| a) Vrai | c) Faux | e) Vrai | g) Vrai | i) Faux |
| b) Faux | d) Vrai | f) Faux | h) Vrai | j) Faux |

1.4

- a) $\{-3,5;0;7\}$ b) $\{0;5;10;15;\dots\}$ c) $\{\dots;-2;-1;0;1;2;3;\dots\}$ d) $\{-24\}$

1.5

- | | | | |
|---------------------------|---------------------------|---------------------------------------|--------------------------|
| a) $\pi < \sqrt{10}$ | c) $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$ | e) $6,\overline{13} = \frac{607}{99}$ | g) $1 = 0,\bar{9}$ |
| b) $-\sqrt{7} < \sqrt{5}$ | d) $17 > -23$ | f) $-3 > -4$ | h) $\frac{1}{3} > 0,333$ |

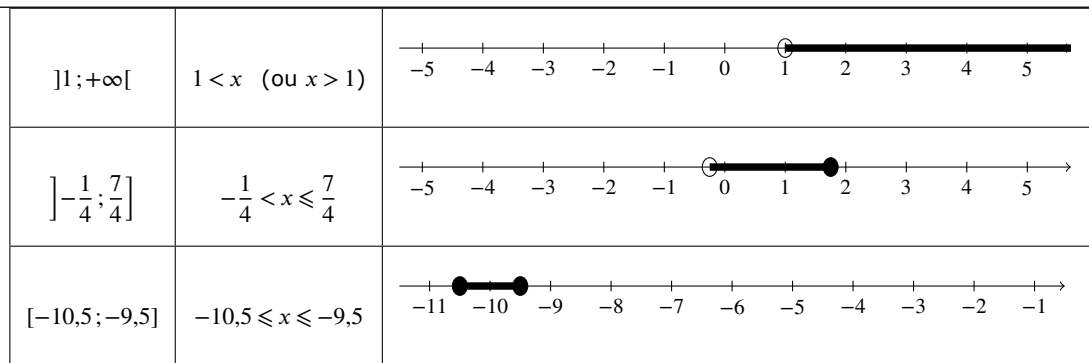
1.6

- a) vrai b) faux $0,5555 < \frac{5}{9}$ c) vrai

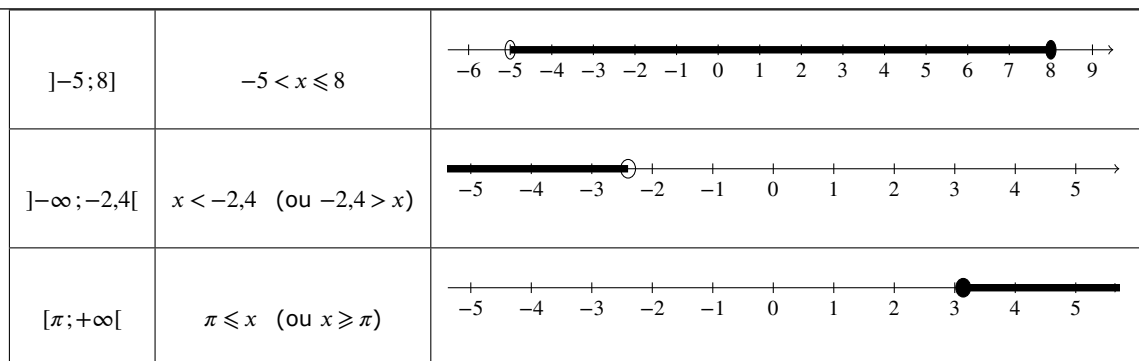
1.7

- a) Faux pour x négatif ou nul, vrai pour x strictement positif
 b) Vrai sauf pour x strictement compris entre 0 et 1

1.8



1.9



1.10 a) $[-3; 4[$ b) $[7; +\infty[$ c) $]-2; -1[$ d) $] -\infty; -5[$

1.11 $[1,68; +\infty[$ $x \geq 1,68$ ou $1,68 \leq x$

1.12 $]600; 660]$ $600 < x \leq 660$

1.13 $[13,5; 26,5]$ $13,5 \leq x \leq 26,5$

1.14 a) 2 ; 1,7 ; 1,73 b) 3,286 c) 0,02954 d) 75'700

1.15 a) 3,1 ; 3,14 ; 3,142 ; 3,1416 c) C'est une valeur approchée au centième dont la précision peut suffire aux personnes.
b) 6 décimales.

1.16 a) 0 b) 22,9 c) -13,2 d) -678,51 e) -653,4 f) 3

1.17 a) -0,48 b) 5,5 c) 770 d) 660'000 e) 0 f) -3,2

1.18 a) -300 b) 5 c) 0,03 d) -0,5 e) 12,34 f) -0,04

1.19	a) -2,8	c) 60	e) 0,3	g) 21,83	i) -2	k) -0,5		
	b) 0	d) -11	f) 0,1	h) pas défini	j) 0	l) 1		
1.20	a) 5	b) 0,8	c) -21	d) 2	e) 16	f) -9		
1.21	a) 4,5	c) 15,17	e) 7,2	g) -0,08	i) -13,2	k) 0,72		
	b) -5,5	d) 0,15	f) 1	h) 7,99	j) 53	l) 1,09		
1.22	a) 90	b) 10	c) 12	d) 10	e) 22	f) 210	g) -6	h) 238
1.23	a) 6	c) 16	e) -14	g) 25	i) -41			
	b) -24	d) 44	f) 13	h) 5	j) -5			
1.24	a) -0,6	b) 50,3	c) 0,54	d) 34,3	e) -6	f) 8		
1.25	a) $7+2^2=11$		d) $18+44+52=114$		g) $4 \cdot 7 \cdot (20+5)=700$			
	b) $(100-10) \cdot 5=450$		e) $35:(5+2)=5$		h) $50-40:5=42$			
	c) $3 \cdot 4+7 \cdot 4=40$		f) $(1+3)^3=64$		i) $(10-2) \cdot 4+1=33$			
1.26	a) 18	d) $\frac{13}{2}$	g) 12	j) -36				
	b) 20	e) 8	h) 30	k) 2				
	c) $\frac{105}{4}$	f) $\frac{1}{2}$	i) -12	l) 0				
1.27	a) 5,8	e) 19,44	i) 12,25					
	b) -24,55	f) 25	j) 4,2					
	c) 11,2	g) 1,6	k) -3,21					
	d) -3	h) -0,2	l) 182,52					
1.28	a) 4	d) 1,3	g) -12					
	b) 3	e) -2,6	h) -1,6					
	c) 0	f) 3	i) 3					
1.29	Il existe une multitude de couples de nombres pour lesquels l'inégalité est stricte. Par exemple $a=5$ et $b=-2$. On a $ a-b = 5-(-2) =7 \neq 3=5-2= 5 - -2 $							
1.30	a) -5 et 5	d) 3 et 7	g) -15,7 et 9,3					
	b) -5,23 et 5,23	e) 0,9 et 3,9	h) 5,7 et 5,9					
	c) $\emptyset$	f) -27 et 13	i) $\mathbb{R}_+$					
1.31	a) -2;-1;0;1;2	c) -3;-2;-1;0;1;2;3	e) 5;6;7;8;9;10;11					
	b) -2;-1;0;1;2;3;4	d) -11;-10;-9;...;4;5	f) $\mathbb{Z}$					
A défaut de la droite des nombres réels, la notation avec les intervalles :								
1.32	a) $] -2,5; 2,5[$		c) $] -\infty; -100[\cup] 100; +\infty[$					
	b) $] -3; 2[$		d) $[7,3; 7,7]$					

1.33 a) $51,2 \leq l \leq 51,8$

b) $|x - 14,70| \leq 0,05$

1.34 a) $\{0; 3; 6; 9; 12; 15; \dots\}$

c) $\{0; 24; 48; 72; 96; 120; \dots\}$

b) $\{0; 8; 16; 24; 32; 40; \dots\}$

d) $\{0; 80; 160; 240; 320; 400; \dots\}$

1.35 $\{0; 24; 48; 72; 96; 120; \dots\}$

Il s'agit des multiples de $24 = 3 \cdot 8$.

1.36 a) $\{1; 3\}$

c) $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 12; 24\}$

b) $\{1; 2; 4; 8\}$

d) $\{1; 2; 4; 5; 8; 10; 16; 20; 40; 80\}$

1.37 $\{1; 2; 4; 8; \dots\}$ Il s'agit des diviseurs de 8.

1.38

... est divisible par ...	2	3	4	5	6	8	9	10
12'375	x	o	x	o	x	x	o	x
8'232	o	o	o	x	o	o	x	x
1'603	x	x	x	x	x	x	x	x
93'100	o	x	o	o	x	x	x	o

1.39

-	-	2	3	-	5	-	7	-	-
-	11	-	13	-	-	-	17	-	19
-	-	-	23	-	-	-	-	-	29
-	31	-	-	-	-	-	37	-	-
-	41	-	43	-	-	-	47	-	-
-	-	-	53	-	-	-	-	-	59
-	61	-	-	-	-	-	67	-	-
-	71	-	73	-	-	-	-	-	79
-	-	-	83	-	-	-	-	-	89
-	-	-	-	-	-	-	97	-	-

1.40

a) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

d) $3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$

g) $2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 11$

e) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$

h) $2^7 \cdot 5 \cdot 5$

c) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 13$

f) $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

i) $2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$

1.41

n	m	Décomposition de n	Décomposition de m	$\text{ppmc}(n; m)$	$\text{pgdc}(m; n)$
12	16	$2 \cdot 2 \cdot 3$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$	48	4
66	165	$2 \cdot 3 \cdot 11$	$3 \cdot 5 \cdot 11$	330	33
35	77	$5 \cdot 7$	$7 \cdot 11$	385	7
25	75	$5 \cdot 5$	$3 \cdot 5 \cdot 5$	75	25

1.42

a) 12

b) 36

c) 12

d) 157

1.43

a) 48

b) 420

c) 2'940

d) 6'300

1.44	a) $3 \cdot 3 \cdot 7$		d) 315		g) 630		j) 3					
	b) $3 \cdot 5$		e) 126		h) 3							
	c) $2 \cdot 3 \cdot 7$		f) 210		i) 21		k) 3					
1.45	a) 980		b) 6300		c) 128		d) 32340					
1.46	a) 36		b) 5		c) 16		d) 11					
1.47	a) 0,5		d) -1		g) 0,25		j) $2,\overline{6}$		m) 0,2		p) $-0,6$	
	b) 7,5		e) 5,7		h) 1,25		k) $0,\overline{1}$		n) $-0,6$		q) 0	
	c) -7		f) 0,03		i) $-0,\overline{6}$		l) $-0,\overline{4}$		o) $-0,6$		r) indéfini	
1.48	a) $0,\overline{18}$		b) $0,\overline{045}$		c) $13,\overline{230769}$		d) $0,\overline{8}$					
1.49	a) 0,182		b) 0,045		c) 13,231		d) 0,889					
1.50	a) $\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$		b) $\frac{3}{5} = 0,6$		c) $-\frac{7}{2} = -3,5$							
1.51	a) $\frac{5}{2}$		b) $\frac{2}{7}$		c) $\frac{7}{3}$		d) $\frac{11}{3}$		e) $\frac{7}{2}$			
1.52	a) $\frac{45}{10} = \frac{9}{2}$		c) $\frac{1}{3}$		e) $\frac{525}{990} = \frac{35}{66}$		g) 4		i) $\frac{22}{10} = \frac{11}{5}$			
	b) $\frac{235}{100} = \frac{47}{20}$		d) $\frac{35}{99}$		f) $\frac{2295}{999} = \frac{85}{37}$		h) $\frac{37}{3}$					
1.53	a) $\frac{13}{10}$		b) $\frac{543}{100}$		c) $\frac{49}{50}$		d) $\frac{711}{200}$		e) $\frac{203}{50}$		f) $\frac{363}{25}$	
1.54	a) $\frac{3}{4}$		c) $\frac{3}{2}$		e) $-\frac{3}{8}$		g) $\frac{1}{2}$		i) 4			
	b) 6		d) $\frac{3}{4}$		f) $-\frac{1}{96}$		h) $\frac{11}{3}$					
1.55	a) $\frac{1}{3}$		b) $\frac{8}{147}$		c) 6		d) $-\frac{5}{3}$		e) $\frac{33}{56}$		f) $\frac{36}{49}$	
1.56	a) $\frac{7}{4}$		b) $\frac{63}{20}$		c) $\frac{1}{4}$		d) $\frac{1}{28}$		e) 28		f) 6	
1.57	a) $\frac{10}{77}$				c) $\frac{8}{15}$				e) $\frac{7}{10}$			
	b) $\frac{40}{3}$				d) $\frac{3}{20}$				f) 24			
1.58	a) $\frac{41}{10}$		c) $\frac{28}{9}$		e) $-\frac{97}{60}$		g) $\frac{29}{60}$		i) 3			
	b) $-\frac{36}{7}$		d) $-\frac{31}{110}$		f) $-\frac{1}{84}$		h) $\frac{17}{63}$					

1.59 a) $\frac{1}{15}$ b) $-\frac{143}{7}$ c) $-\frac{1}{4}$ d) $-\frac{80}{9}$

1.60	a) $\frac{59}{84}$	c) $-\frac{17}{180}$	e) $\frac{31}{14}$	g) $\frac{142}{15}$	i) $-\frac{4}{21}$	k) $\frac{10}{9}$
	b) $\frac{25}{18}$	d) $\frac{3}{5}$	f) $\frac{67}{36}$	h) $\frac{14}{15}$	j) $\frac{27}{25}$	l) $\frac{35}{3}$

1.61 a) $\frac{5}{4}$ b) $\frac{7}{10}$ c) $\frac{12}{25}$ d) $\frac{5}{36}$ e) $\frac{25}{3}$ f) -8

1.62	a) $\frac{5}{4}$	d) $-\frac{4}{5}$	g) 3
	b) $\frac{3}{2}$	e) $\frac{10}{7}$	h) 4
	c) 2	f) $\frac{20}{3}$	i) $\frac{2}{7}$

1.63 100 hommes

1.64 49 gagnants

1.65 CHF 4500.–

1.66 $\frac{1}{11}$

Candidat	% par rapport au total	Nombre de voix
Jo	37,5	9
William	20,83	5
Jack	12,5	3
Averell	29,17	7
Total	100	24

1.68	un biscuit contient :	total	protéines	glucides	lipides
	Quantité en g	16	1	12	3
	% du total	100%	6,25%	75%	18,75%

1.69 18 pts

1.70 50 pts

1.71 80%

1.72 Carbone : 120 g Silicium : 140 g Chrome : 1,04 kg Fer : 700 g

- 1.73** a) calories : 1961,54 kcal lipides : $66,\overline{6}$ g b) $\frac{100}{26} = 3,85$ donc 4
protéines : 75 g sel : 5 g c) $\frac{100}{39} = 2,56$ donc 3
glucides : $273,\overline{3}$ g

1.74 70,59%

1.75

Prix initial en Frs	Rabais en %	Rabais en Frs	Prix après rabais en %	Prix après rabais en Frs
80	10	8	90	72
33	10	3,30	90	29,70
120	25	30	75	90
36	25	9	75	27
500	20	100	80	400
35	20	7	80	28
90	50	45	50	45
224	50	112	50	112

- 1.76** a) 104% e) 100% i) CHF 15,35 ; CHF 143,35
b) 80% f) CHF 320 j) CHF 125
c) 25% g) CHF 56 ; CHF 756
d) 40% h) CHF 500 k) CHF 792,70

1.77 48 bonbons

- 1.78** a) CHF 89,60 b) 44%

1.79 25 élèves

1.80 300 candidats

1.81 Non, il perd CHF 100.– car il a perdu CHF 500.– Frs puis gagné CHF 400.– Frs.

1.82 4'454,55 Euros

1.83 CHF 1687,50 et CHF 2362,50

- 1.84** a) 90'000 b) -0,125 c) 0,064 d) 128 e) 0 f) $\frac{64}{49}$

1.85	a) 1'000'000		d) $\frac{36}{121}$		g) $\frac{1}{9} = 0,\overline{1}$	
	b) -1'000'000'000		e) $\frac{1}{16}$		h) 0,000'000'000'016	
	c) 1'000'000'000		f) $\frac{1}{16} = 0,0625$		i) 1	
1.86	a) -1	e) 16	i) -0,25	m) -16	q) -27	
	b) 1	f) $\frac{1}{4}$	j) -32	n) -64	r) -25	
	c) 8	g) $\frac{4}{9}$	k) -9	o) $-\frac{1}{4}$	s) $\frac{8}{27}$	
	d) -8	h) $-\frac{1}{64}$	l) -125	p) 8	t) 0,0001	
1.87	a) 36	e) -64	i) 144'000'000	m) -0,81	q) 0,0256	
	b) 27	f) -128	j) 625	n) 0,125	r) 0,0049	
	c) 196	g) 1'210'000	k) 2'250'000	o) 0,000064		
	d) 1024	h) 16'900	l) 810'000	p) -0,00032		
1.88	a) 0	d) 1	g) -1	j) 1	m) $-\frac{1}{9}$	p) $\frac{1}{32}$
	b) 1	e) indéfini	h) 1	k) -1	n) $\frac{1}{25}$	q) -32
	c) indéfini	f) 1	i) 9	l) $\frac{1}{9}$	o) $\frac{1}{25}$	r) $-\frac{1}{32}$
1.89	a) -8; -8; 8		c) 4; -4; -4		e) 3 ; $\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$	
	b) 16; -16; -16		d) $\frac{1}{8}$; $-\frac{1}{8}$; $-\frac{1}{8}$		f) $-\frac{13}{3}$	
1.90	a) $\frac{121}{169}$	c) $-\frac{27}{1000}$	e) 6	g) $\frac{169}{121}$	i) $-\frac{1000}{27}$	k) 1'000'000
	b) $\frac{16}{625}$	d) $\frac{7}{8}$	f) $\frac{225}{196}$	h) $\frac{625}{16}$	j) $\frac{125}{64}$	l) $\frac{144}{49}$
1.91	a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$		c) $0,5^2$		e) $0,3^4$	
	b) $0,3^2$		d) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$		f) $0,5^3$	
1.92	a) 10'000	c) 10	e) 1'000	g) 5	i) 500	k) 2'500
	b) 0,0001	d) 4	f) 10'000	h) 50	j) 25	l) 250'000
1.93	a) 8000		c) 80		e) 1250	
	b) 104		d) -9		f) 52	
1.94	a) $100^3 = 1'000'000$		c) $12^2 = 144$		e) $\frac{1}{100} = 0,01$	
	b) $8 - 16 = -8$		d) 10'100		f) $8 \cdot 25 = 200$	
1.95	a) 12	b) 45	c) 15	d) 9	e) 3 et 2	f) 11
1.96	a) 3^6	b) 3^8	c) $\frac{1}{3^2}$	d) 14^4	e) 3^{17}	f) $\frac{1}{15^8}$
1.97	a) $\frac{9}{100}$	b) $-\frac{100}{9}$	c) -125	d) $\frac{1}{256}$	e) $\frac{8}{27}$	f) $\frac{9}{4}$
						g) $-\frac{4}{3}$

- 1.98** a) x^6 c) $2^n x^n$ e) $125x^{-4}$ g) $-x^6$ i) x^6 k) $-4x^8$
b) x^{3n} d) $3x^4$ f) x^7 h) $-2x^3$ j) $-x^6$ l) -1
-
- 1.99** a) $8,76 \cdot 10^8$ b) $5 \cdot 10^{-5}$ c) $3 \cdot 10^9$ d) $7,166 \cdot 10^{-4}$
-
- 1.100** a) 727,36 c) 91'000 e) 8'000'000'000'000
b) 0,000004 d) 0,00964 f) 0,0000000003
-
- 1.101** a) $2,71 \cdot 10^4$ c) $8,7 \cdot 10^2$ e) $6,3 \cdot 10^{11}$ g) $4,04 \cdot 10^{-5}$
b) $2,34 \cdot 10^{-1}$ d) $8,2 \cdot 10^{-3}$ f) $8 \cdot 10^0$
-
- 1.102** a) $6 \cdot 10^{-1}$ c) $7,8 \cdot 10^{-8}$ e) $2,4 \cdot 10^{-1}$ g) $1 \cdot 10^{12}$ i) $3,02 \cdot 10^3$ k) $8,13 \cdot 10^2$
b) $3 \cdot 10^{-3}$ d) $1,3 \cdot 10^7$ f) $4,825 \cdot 10^3$ h) $8 \cdot 10^{-2}$ j) $7 \cdot 10^{-2}$ l) $9,7 \cdot 10^{-3}$
-
- 1.103** a) $9 \cdot 10^{12}$ b) $1 \cdot 10^{-7}$ c) $3,3 \cdot 10^8$ d) $3,6 \cdot 10^{13}$ e) $1,5 \cdot 10^{-4}$ f) $3,2 \cdot 10^6$
-
- 1.104** a) $8,6 \text{ km} = 8,6 \cdot 10^3 \text{ m} = 8,6 \cdot 10^6 \text{ mm}$ b) $3,45 \text{ mm}^2 = 3,45 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = 3,45 \cdot 10^{-12} \text{ km}^2$
-
- 1.105** a) $2 \cdot 10^{-4}$ b) $5 \cdot 10^{-8}$ c) $3,2 \cdot 10^6$ d) $3,145 \cdot 10^7$ e) $2,3 \cdot 10^{-4}$ f) $1,52 \cdot 10^{-5}$
-
- 1.106** a) $5 \cdot 10^{-6}$ c) $3,0072 \cdot 10^3$ e) $2,5 \cdot 10^{-5}$
b) $2 \cdot 10^{-12}$ d) $6,6 \cdot 10^{-6}$ f) $3,6 \cdot 10^{-5}$
-
- 2.1** g), i), j) et k) ne sont pas des monômes.
-
- 2.2**
- | a) | b) | c) | d) | e) | f) | h) | l) | m) | n) |
|---------------|-------------|-------|---------------|-------|----|---------------|-------|----|-------|
| $\frac{1}{3}$ | $\sqrt{17}$ | +7 | $\frac{5}{8}$ | 10 | 7 | $\frac{1}{3}$ | 100 | 7 | 1 |
| x^2 | yz | b^5 | x | x^2 | / | x^2 | x^2 | x | x^7 |
| 2 | 2 | 5 | 1 | 2 | 0 | 2 | 2 | 1 | 7 |
-
- 2.3** a) $x^2 y$ b) $-x(zy)^2$
-
- 2.4** a) x^5 d) $24x^2$ g) $36x^3 y^2$ j) $\frac{9}{2}x^9$
b) $15ab$ e) $24x^2$ h) $-\frac{1}{1000}x^6$ k) $5a^6 b^8$
c) $-56t^7$ f) $24x^2$ i) $\frac{1}{1'000'000}x^6$ l) $x^3 y^5 z^6$
-
- 2.5** a) degré 2 en y ; degré 2 d) degré 0
b) degré 2 en a, degré 2 en b ; degré 4 e) degré 2 en u, degré 1 en v, degré 2 en w ;
c) degré 1 en x ; degré 1 degré 5

2.6	a) $x + 2y$		g) $5x - 3y + 2$		m) $2x^2 - 4x + 7$	
	b) $3a + 2$		h) $20a - 10c - 5$		n) $-5,5x$	
	c) $10x + 3y$		i) $\frac{8}{3}x - 1$		o) $y^2 + \frac{7}{4}$	
	d) $2x + 4y + 2z$		j) $1,3x - 1,8$		p) $4x + 5$	
	e) $2x - 2$		k) -5		q) $-6,2x^2 + 6$	
	f) $3xy + 3x$		l) $-2xy + 3x$		r) $0,6a^3 + \frac{4}{3}a + 1$	
2.7	a) produit	b) somme	c) produit	d) somme	e) produit	f) somme
2.8	a) $-x - 1$		c) $x - y - 8$		e) $-x^3 - x^2 - x - 1$	
	b) $-uy + c^2 - 33f$		d) $x^2 + 2x + 3$			
2.9	a) $4x^2 - 7x + 8$		c) $3x^2 + 12x - 12$		e) $19x - y$	
	b) $-x^3 + x^2 - 3x$		d) $-16x^2 - \frac{9}{11}x + 6$		f) 0	
2.10	a) $4x + 4$		f) $-2x^2 + x + 1$		k) $-2u^2 - 9u - 12$	
	b) $10x - 80$		g) $-10x^2 + 90x - 140$		l) $2a^2 - a + 2$	
	c) $-3x^2 + 6x$		h) $-6x^3$		m) $\frac{1}{2}x^2 + \frac{5}{2}x + 3$	
	d) $x^2 - 2x - 35$		i) $-2x + 3$		n) $4z^2 + 4z + 1$	
	e) $4x^2 - 23x + 15$		j) $-x^4 - 2x^3$			
2.11	a) $16x^2 - 39x + 35$		b) $-2x^2 - 25x$		c) $-25x^6 - 21x^5$	
2.12	a) $P + Q = 3x + 3$		b) $P + Q = 2x^2 + x - 5$			
	$P - Q = x + 5$		$P - Q = 2x^2 - x - 9$			
	$P \cdot Q = 2x^2 + 2x - 4$		$P \cdot Q = 2x^3 + 4x^2 - 7x - 14$			
2.13	a) $-x + 4$	b) $4x^3 + 1$	c) $\frac{1}{9}y$		d) $x + 2$	
2.14	a) $+ \cdot +$	b) $+ \cdot \cdot$	c) $+ - -$	d) $\cdot + \cdot$	e) $- + -$	f) $\cdot - \cdot$
2.15	a) $54x - 63$		c) $-8x^2 - 28x$		e) $-0,2 \cdot x^3 + 0,06 \cdot x^2 + 0,8 \cdot x$	
	b) $4x^2 - 5x$		d) $2x^2 + 3x - \frac{2}{3}$		f) $x^5y + x^4y - 9x^3y^3$	
2.16	a) $8(7x^2 - 3x + 10)$		d) $8x^2(6x + 1)$		g) $0,2a^4(a^6 - 4)$	
	b) $x(3x + 8)$		e) $y(-x + 1)$		h) $\frac{1}{3}x(y^2 + 2y + 5)$	
	c) $9x(4x - 3)$		f) $y^2(y^3 - 1)$		i) $2x^2(x^4 + 2x^2 + 3)$	
2.17	a) $x^2 + 18x + 81$		c) $4x^2 + 12x + 9$		e) $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4$	
	b) $x^2 + 2x + 1$		d) $x^6 + 20x^3 + 100$		f) $a^2 + 2ab + b^2$	
2.18	a) $x^2 - 26x + 169$		c) $4x^4 - 4x^2 + 1$		e) $x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}$	
	b) $36x^2 - 60x + 25$		d) $49x^{10} - 140x^5 + 100$		f) $a^2 - 2ab + b^2$	

2.19	a) $x^2 - 81$	c) $36x^2 - 5$	e) $-x^2 + \frac{16}{169}$
	b) $16x^2 - 1$	d) $-9x^2 + 4$	f) $a^2 - b^2$
2.20	a) $(x+5)^2$	c) $(x-10)^2$	e) $(x+14y)^2$
	b) $(10x-1)^2$	d) $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$	f) $(5x+2)^2$
2.21	a) $(4x+3)^2$	c) $x(x+11)^2$	e) $-10x^2(x+10)^2$
	b) $(x-12)^2$	d) $-(x-1)^2$	f) $(x^2+1)^2$
2.22	a) $(x+5)(x-5)$	c) $\left(x+\sqrt{7}\right)\left(x-\sqrt{7}\right)$	e) $(2x+15y)(2x-15y)$
	b) $(10x+13)(10x-13)$	d) $\left(x+\frac{3}{7}\right)\left(x-\frac{3}{7}\right)$	f) non factorisable
2.23	a) $x^2+20x+100$	d) $x^2-20x+100$	g) $(xy+6)(xy-6)$
	b) $x^2+18x+81$	e) $x^2-18x+81$	h) $\left(\sqrt{6x+1}\right)\left(\sqrt{6x}-1\right)$
	c) $a^2+16a+64$	f) $a^2-16a+64$	
2.24	a) x^2+4x+4	d) $4x^2+36x+81$	g) x^2-100
	b) x^2-9	e) $x^2-\frac{4}{9}$	h) x^2-81
	c) $25a^2-80a+64$	f) $49a^2-2a+\frac{1}{49}$	i) a^2-64
2.25	a) $2a^2-4ab+2b^2$	c) x^2y^2-1	e) $2x^2-12x$
	b) $4x$	d) $25x^2+20xy+4y^2$	f) $10z^2-40z+40$
2.26	a) $(3y^4-9)^2=9y^8-54y^4+81$	b) $\left(a+\frac{2}{5}\right)\left(a-\frac{2}{5}\right)=a^2-\frac{4}{25}$	c) $(3z+3)^2=9z^2+18z+9$
2.27	a) $(4x+5)(4x-5)$	d) $(x+12)^2$	g) $(100a-1)^2$
	b) $(x+\sqrt{23})(x-\sqrt{23})$	e) $(70x-2)^2$	h) $\left(5x+\frac{7}{8}\right)\left(5x-\frac{7}{8}\right)$
	c) $(10+x)(10-x)$	f) $(y+11)^2$	i) $\left(a-\frac{1}{2}\right)^2$
2.28	a) $10(x+50)^2$	c) $y(2x-5)^2$	e) $\frac{1}{3}(9-x)(9+x)$
	b) $x(3x+4)^2$	d) $-(x+1)^2$	f) $0,1 \cdot (x+4y)(x-4y)$
2.29	a) $x^2+9x+20$	d) $x^2-9x+20$	g) $x^2-11x+24$
	b) x^2+x-20	e) $x^2+25x+24$	h) $x^2-10x+24$
	c) x^2-x-20	f) $x^2+14x+24$	i) $x^2+(a+b)x+(a \cdot b)$
2.30	a) $x^2-8x+12$	d) x^2-4x-5	g) $x^2-4x-32$
	b) $x^2-14x+13$	e) $x^2+10x+16$	h) $x^2+5x-14$
	c) $x^2+1012x+1011$	f) $x^2-115x+1500$	i) $x^2+20x+19$
2.31	a) $(x-6)(x-2)$	e) $(a-6)(a+2)$	j) $x^2-4x-12$
	b) $(x+7)(x-2)$	f) $(x+1)(x+2)$	k) $x^2+10x+24$
	c) $(x+19)(x+1)$	g) $(x-15)(x-100)$	l) x^4+25x^2+24
	d) $(x-8)(x+4)$	h) $(x-4)(x-200)$	m) $(x+8)(x-1)$
		i) $(y-4)(y+3)$	n) $(x+2)(x+0,5)$
		j) $(x-1)(x-7)$	o) $(x+5)(x-4)$
		k) $(z+10)(z-9)$	
		l) $(x-4)^2$	

2.32	a) $3(2a+3)^2$	d) $(x-2)(x-4)$	g) $15(x+10)(x-10)$			
	b) $-(x+2)(x-8)$	e) $x(x-4)^2$	h) $2(2x-1)^2$			
	c) $2(2t-5)(2t+5)$	f) $2(x+1)(x+16)$	i) $-4(2a-3)^2$			
2.33	a) $(x+10)(x-10)$	d) $100(x+1)(x-1)$	g) $(x+25)(x+4)$			
	b) $x(x-100)$	e) $(10x+1)(10x-1)$	h) $-(x-50)(x+2)$			
	c) x^2+100	f) $(x-10)^2$	i) $x^2(x-100)$			
2.34	a) $300(x-2)(x-1)$	d) $(14a-15)(14a+15)$	g) $t(t+5)(t-3)$			
	b) $-(a-1)^2$	e) $25(x+1)(x+9)$	h) $(x+49)(x+1)$			
	c) $\frac{1}{3}(2x-3)^2$	f) a^2+81	i) $-x(x+11)(x-11)$			
2.35	a) $(x+6)(x+2)$	c) $x^2(x-3)$	e) $5(x+9)(x+1)$			
	b) $(x-1)(x+1)$	d) $2(x^2+25)$	f) $(\frac{1}{2}x-3)(\frac{1}{2}x+3)$			
2.36	a) $5(x-1)^2$	i) $a^2(1-a)$	q) $x(x+7)(x-3)$			
	b) $-(a-1)^2$	j) $x(x+3)$	r) $-2(x-5)(x+2)$			
	c) $x^2(x+1)^2$	k) $x(x-1)$	s) $(x-2)(x+2)(x^2+1)$			
	d) $a(2a-3)^2$	l) $x(3x-4)$	t) $x(x+3)(x+5)$			
	e) $3(a-1)(a+1)$	m) $3(2x+1)^2$	u) $2(x+5)(x-2)$			
	f) $5(x-1)(x+1)$	n) $4x(x-3)(x+3)$	v) $-5(x-3)(x+2)$			
	g) $a(a-1)(a+1)$	o) $-4(2a-3)^2$	w) $3x(x-4)(x-5)$			
	h) $3(a-2)(a+2)$	p) $x^4(x-4)^2$	x) $(x+5)(x-4)$			
3.1	a) oui	b) non	c) non	d) oui	e) non	f) oui
3.2	a) degré 0 ; $0=0$		d) degré 5 ; $x^5+2x^4=0$		f) degré 2 ; $x^2-6x-16=0$	
	b) degré 3 ; $x^3-x^2-2x=0$		e) degré 1 ; $10x+5=0$			
	c) degré 1 ; $2x=0$ ou $x=0$		ou $2x+1=0$			
3.3	a) $\mathcal{S}=\{4\}$	d) $\mathcal{S}=\{5\}$	g) $\mathcal{S}=\emptyset$		j) $\mathcal{S}=\{0,75\}$	
	b) $\mathcal{S}=\{-4\}$	e) $\mathcal{S}=\{0\}$	h) $\mathcal{S}=\{-1\}$		k) $\mathcal{S}=\{1,6\}$	
	c) $\mathcal{S}=\{2\}$	f) $\mathcal{S}=\{1\}$	i) $\mathcal{S}=\{\frac{8}{9}\}$		l) $\mathcal{S}=\{1\}$.	
3.5	a) $\mathcal{S}=\{12\}$	b) $\mathcal{S}=\{-2\}$	c) $\mathcal{S}=\mathbb{R}$	d) $\mathcal{S}=\{1\}$	e) $\mathcal{S}=\{0\}$	f) $\mathcal{S}=\emptyset$
3.6	a) $\mathcal{S}=\{\frac{26}{5}\}$	c) $\mathcal{S}=\{\frac{7}{3}\}$	e) $\mathcal{S}=\{22\}$	g) $\mathcal{S}=\{\frac{2}{3}\}$	i) $\mathcal{S}=\{63\}$	
	b) $\mathcal{S}=\{10\}$	d) $\mathcal{S}=\{8\}$	f) $\mathcal{S}=\{\frac{169}{25}\}$	h) $\mathcal{S}=\{20\}$		
3.7	a) $\mathcal{S}=\{\frac{1}{10}\}$	c) $\mathcal{S}=\{\frac{4}{9}\}$	e) $\mathcal{S}=\{\frac{7}{3}\}$		g) $\mathcal{S}=\{6\}$	
	b) $\mathcal{S}=\{0\}$	d) $\mathcal{S}=\{\frac{1}{2}\}$	f) $\mathcal{S}=\mathbb{R}$		h) $\mathcal{S}=\{20\}$	

3.8	a) $\mathcal{S} = \{-6\}$	d) $\mathcal{S} = \{0\}$	g) $\mathcal{S} = \{1\}$	j) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$	m) $\mathcal{S} = \left\{\frac{6}{7}\right\}$
	b) $\mathcal{S} = \{0\}$	e) $\mathcal{S} = \{1\}$	h) $\mathcal{S} = \{22\}$	k) $\mathcal{S} = \{-7\}$	n) $\mathcal{S} = \{0\}$
	c) $\mathcal{S} = \{-34\}$	f) $\mathcal{S} = \emptyset$	i) $\mathcal{S} = \emptyset$	l) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$	o) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$

3.9	a) $\mathcal{S} = \{-23\}$	b) $\mathcal{S} = \{0\}$	c) $\mathcal{S} = \left\{-\frac{3}{8}\right\}$	d) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$	e) $\mathcal{S} = \left\{\frac{16}{5}\right\}$	f) $\mathcal{S} = \left\{\frac{8}{95}\right\}$
------------	----------------------------	--------------------------	--	-------------------------------	--	--

3.10	a) $\mathcal{S} = \{-0,35\}$	d) $\mathcal{S} = \{30\}$	g) $\mathcal{S} = \{-1\}$	j) $\mathcal{S} = \{-10\}$
	b) $\mathcal{S} = \{0\}$	e) $\mathcal{S} = \mathbb{R}$	h) $\mathcal{S} = \left\{\frac{3}{2}\right\}$	k) $\mathcal{S} = \{5\}$
	c) $\mathcal{S} = \{-7\}$	f) $\mathcal{S} = \emptyset$	i) $\mathcal{S} = \{-12\}$	

3.11	a) $t = \frac{d}{v}$	c) $C = \frac{I}{t}$	e) $T = \frac{PV}{nR}$	g) $v_0 = \frac{2s - gt^2}{2t}$
	b) $m = \frac{2E}{v^2}$	d) $M = \frac{Fd^2}{Gm}$	f) $h = \frac{A}{2\pi r} - r$	h) $t = \frac{360I}{Cn}$

3.12 Le premier aura CHF 224.– et le deuxième CHF 288.–.

3.13 J'ai CHF 40.–.

3.14 Il y a 19 élèves.

3.15 Le rectangle a pour largeur 21 m et pour longueur 63 m.

3.16 1 kg de tomates coûte CHF 9,50.

3.17 Un petit classeur coûte CHF 14,50 et un grand classeur coûte CHF 29.–.

3.18 La première émission dure 59 minutes, la deuxième 1 heure et 12 minutes et la troisième 49 minutes.

3.19 La première personne reçoit CHF 8'100.–, la deuxième CHF 6'075.– et la troisième CHF 10'935.–.

3.20 Il y a 37 pièces.

3.21 Il y a 17 élèves.

3.22 Elle a CHF 50.–.

3.23 Il y a 36 calendriers "paysages" et 64 calendriers "animaux".

3.24 Il y a 15 pièces de CHF 5.– et 20 de CHF 2.–.

3.25 La première colonne mesure 3,4 cm de large, la deuxième 6,8 cm et la troisième 10,8 cm.

3.26 Les employés "méritants" recevront CHF 990.– et les autres CHF 690.– .

3.27 a) Offre 1 : CHF 1560.– ; Offre 2 : CHF 1600.– ; l'offre b) 16 mois
1 est donc plus avantageuse.

3.28 La hauteur de l'escalier est 3,52 m.

3.29 L'intervalle entre deux échelons est actuellement de 20 cm.

3.30 Il y a 4'200 pommes au total.

3.31 Le prix final est de CHF 11'916,65.

3.32 Il y a 8,5 kg de la marchandise A et 5,5 kg de B.

3.33 Il faut 36 kg de la marchandise B.

3.34 Elle a acheté 37 billets.

3.35 La cotisation annuelle actuelle est de CHF 125.–.

3.36 a) Avec franchise : CHF 840.– et sans franchise : CHF 1320.– / plus avantageux : avec
b) Avec franchise : CHF 1440.– et sans franchise : CHF 1380.– / plus avantageux : sans
c) Avec franchise : CHF 1480.– et sans franchise : CHF 1420.– / plus avantageux : sans
d) On a l'égalité pour des frais médicaux annuels de CHF 533,35.– environ.

Références

- [1] S. Amaudruz : Mathématiques 1c. CADEV - n° 30'005, 2016.
- [2] H. Bovet : Diplôme 1d. CH-1608 Oron-le-Châtel, 2008.
- [3] G. Charrière : L'algèbre mode d'emploi, 1995.
- [4] CRM : Calcul numérique exercices. Num. 12 de Monographies de la CRM. CRM, Genève, éditions du tricorné édn, 1980.
- [5] CRM : Fondamentum de mathématiques - Algèbre. Num. 19 de Monographies de la CRM. CRM, Genève, éditions du tricorné édn, 1986.
- [6] CRM : Fondamentum de mathématiques - Elements de trigonométrie. Num. 22 de Monographies de la CRM. CRM, Genève, éditions du tricorné édn, 1990.
- [7] CRM : Fondamentum de mathématiques - Notions élémentaires. Num. 27 de Monographies de la CRM. CRM, 2400 Le Locle, g d'encre édn, 2015.
- [8] T. Fernandes et C. Mirabille : Cours et exercices de mathématiques 1c. Gymnase d'Yverdon, 2016-2017.
- [9] J.-P. Javet : Cours et exercices. Gymnase de Morges.
- [10] J.-P. Javet : Mathématiques 1c. <http://www.javmath.ch>, 2016.
- [11] J.-P. Marville et M. Nicollérat : Cours et exercices. Gymnase du Bugon.
- [12] D. Müller : Cours et exercices. Lycée de Porrentruy.
- [13] S. Ostermann : Cours et exercices. Gymnase de Burier.
- [14] S. Pahud : Géométrie expérimentale i, ii et iii. Genève, 1989.
- [15] K. Studer et P. Frommenwiler : Mathématiques pour la maturité. Algèbre et analyse de données. Cornelsen Schweiz, 2014.
- [16] E. W. Swokowski et J. A. Cole : Algèbre, 1998.

Malgré le soin apporté lors de sa conception, ce document contient certainement quelques erreurs. Merci de participer à son amélioration en envoyant un mail à :

sarah.delmonico@eduvaud.ch
marcandre.jaquemet@eduvaud.ch
cedric.delmonico@eduvaud.ch

Version du 29 mai 2024